

Suite III - Die Elementare

Teil 3: Essays 195 - 207

AN Axiom. FundamentalSatz Division-1.

Divisions-KürzungsRegeln* \mathbb{R} . AssoziativGesetz

Multiplikation* \mathbb{T} . Menge der rationalen Zahlen. \mathbb{Q} . 3. 4.

5. 6. 7. 8. 9. ten. \in schola. $<$ schola. \neq schola. \leq schola.

$+$ schola. $--$ schola. $-$ schola. \cdot schola. $:$ schola

Andreas Unterreiter

22. August 2013

M transitiv und M antiSymmetrisch: M -Intervalle.

Ersterstellung: 19/06/12

Letzte Änderung: 19/06/12

195-1. Einem tiefliegenden Prinzip, wonach die an anderer Stelle nicht berücksichtigten Aussagen an anderer Stelle bedeutend werden, wird hier Einiges über M -Intervalle nachgeholt. Zur Abkürzung einiger Beweisführungen wird erstmalig eine “**wahrfalsch**-Fallunterscheidung”, kürzer: “**wf**Fallunterscheidung”, eingesetzt, bei der, wenn etwa wie in a) zwischen $]a \overset{M}{\mid} a[= 0$ und der *logischen Negation* $0 \neq]a \overset{M}{\mid} a[$ entschieden werden soll, nur mehr der nicht zutreffende Fall “via Widerspruchsbeweis” auf den zutreffenden Fall zurück geführt und der zutreffende Fall nicht weiter angesprochen wird:

195-1(Satz)

Es gelte:

$\rightarrow) M$ transitiv.

$\rightarrow) M$ antiSymmetrisch.

Dann folgt:

a) $]a \overset{M}{\mid} a[= 0.$

b) $]a \overset{M}{\mid} a] = 0.$

c) $[a \overset{M}{\mid} a[= 0.$

Beweis **195-1 a)**

1: Es gilt:

$$(\left]a \mid a\right[= 0) \vee (0 \neq \left]a \mid a\right[).$$

wfFallunterscheidung

1.1.Fall

$$0 \neq \left]a \mid a\right[.$$

2: Aus **1.1.Fall** " $0 \neq \left]a \mid a\right[$ "

folgt via **0-20**:

$$\exists \Omega : \Omega \in \left]a \mid a\right[.$$

3: Aus 2 " $\dots \Omega \in \left]a \mid a\right[$ "

folgt via **41-25**:

$$(a_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg \Omega) \wedge (\Omega_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg a).$$

4: Aus \rightarrow " M transitiv",
aus \rightarrow " M antiSymmetrisch",

aus 3 " $a_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg \Omega \dots$ " und

aus 3 " $\dots \Omega_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg a$ "

folgt via **46-16**:

$$a_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg a.$$

5: Es gilt 4 " $a_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg a$ ".

Via **41-5** gilt " $\neg(a_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg a)$ ".

Ex falso quodlibet folgt:

$$\left]a \mid a\right[= 0.$$

Ende wfFallunterscheidung

$$\left]a \mid a\right[= 0.$$

Beweis 195-1 b)

1: Es gilt:

$$(\left]a \mid a\right] = 0) \vee (0 \neq \left]a \mid a\right]).$$

wfFallunterscheidung**1.1.Fall**

$$0 \neq \left]a \mid a\right].$$

2: Aus 1.1.Fall " $0 \neq \left]a \mid a\right]$ "folgt via **0-20**:

$$\exists \Omega : \Omega \in \left]a \mid a\right].$$

3: Aus 2 " $\dots \Omega \in \left]a \mid a\right]$ "folgt via **41-25**:

$$(a_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg \Omega) \wedge (\Omega_{-} M a).$$

4: Aus \rightarrow " M transitiv",
aus \rightarrow " M antiSymmetrisch",aus 3 " $a_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg \Omega \dots$ " und
aus 3 " $\dots \Omega_{-} M a$ "folgt via **46-16**:

$$a_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg a.$$

5: Es gilt 4 " $a_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg a$ ".Via **41-5** gilt " $\neg(a_{-} \overset{\text{ir}}{M} \neg a)$ ".

Ex falso quodlibet folgt:

$$\left]a \mid a\right] = 0.$$

Ende wfFallunterscheidung

$$\left]a \mid a\right] = 0.$$

Beweis **195-1** b)

1: Es gilt:

$$([a \mid a]^M = 0) \vee (0 \neq [a \mid a]^M).$$

wfFallunterscheidung

1.1.Fall

$$0 \neq [a \mid a]^M.$$

2: Aus **1.1.Fall** " $0 \neq [a \mid a]^M$ "

folgt via **0-20**:

$$\exists \Omega : \Omega \in [a \mid a]^M.$$

3: Aus 2 " $\dots \Omega \in]a \mid a[$ "

folgt via **41-25**:

$$(a _M _ \Omega) \wedge (\Omega _ \overset{\text{ir}}{M} _ a).$$

4: Aus \rightarrow " M transitiv",
aus \rightarrow " M antiSymmetrisch",
aus 3 " $a _M _ \Omega \dots$ " und
aus 3 " $\dots \Omega _ \overset{\text{ir}}{M} _ a$ "

folgt via **46-16**:

$$a _ \overset{\text{ir}}{M} _ a.$$

5: Es gilt 4 " $a _ \overset{\text{ir}}{M} _ a$ ".

Via **41-5** gilt " $\neg(a _ \overset{\text{ir}}{M} _ a)$ ".

Ex falso quodlibet folgt:

$$[a \mid a]^M = 0.$$

Ende wfFallunterscheidung

$$[a \mid a]^M = 0.$$

□

195-2. Falls M transitiv und antiSymmetrisch ist, so können Resultate aus #186 für $]a \overset{M}{|} b[$ und $[a \overset{M}{|} b[$ um die vorliegenden Aussagen ergänzt werden:

195-2(Satz)

Es gelte:

$\rightarrow) M$ transitiv.

$\rightarrow) M$ antiSymmetrisch.

$\rightarrow) b_M c$.

Dann folgt:

a) $]a \overset{M}{|} b[\subseteq]a \overset{M}{|} c[$.

b) $[a \overset{M}{|} b[\subseteq [a \overset{M}{|} c[$.

Beweis **195-2 a)**

Thema1

$$\gamma \in]a \mid b[.$$

2: Aus Thema1 “ $\gamma \in]a \mid b[$ ”

folgt via **41-25**:

$$(a \overset{\text{ir}}{M} \neg \gamma) \wedge (\gamma \overset{\text{ir}}{M} \neg b).$$

3: Aus \rightarrow “ M transitiv”,
aus \rightarrow “ M antiSymmetrisch”,

aus 2 “ $\dots \gamma \overset{\text{ir}}{M} \neg b$ ” und
aus \rightarrow “ $b \overset{\text{ir}}{M} \neg c$ ”

folgt via **46-16**:

$$\gamma \overset{\text{ir}}{M} \neg c.$$

4: aus 2 “ $a \overset{\text{ir}}{M} \neg \gamma \dots$ ” und

aus 3 “ $\gamma \overset{\text{ir}}{M} \neg c$ ”

folgt via **41-25**:

$$\gamma \in]a \mid c[.$$

Ergo Thema1:

$$\forall \gamma : (\gamma \in]a \mid b[) \Rightarrow (\gamma \in]a \mid c[).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$]a \mid b[\subseteq]a \mid c[.$$

Beweis 195-2 b)**Thema1**

$$\gamma \in [a \mid^M b[.$$

2: Aus Thema1 “ $\gamma \in [a \mid^M b[$ ”

folgt via **41-25**:

$$(a _M _ \gamma) \wedge (\gamma _ \overset{\text{ir}}{M} _ b).$$

3: Aus \rightarrow “ M transitiv”,
aus \rightarrow “ M antiSymmetrisch”,

aus 2 “ $\dots \gamma _ \overset{\text{ir}}{M} _ b$ ” und
aus \rightarrow “ $b _M _ c$ ”

folgt via **46-16**:

$$\gamma _ \overset{\text{ir}}{M} _ c.$$

4: aus 2 “ $a _M _ \gamma \dots$ ” und

aus 3 “ $\gamma _ \overset{\text{ir}}{M} _ c$ ”

folgt via **41-25**:

$$\gamma \in [a \mid^M c[.$$

Ergo Thema1:

$$\forall \gamma : (\gamma \in [a \mid^M b[) \Rightarrow (\gamma \in [a \mid^M c[).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$[a \mid^M b[\subseteq [a \mid^M c[. \quad \square$$

195-3. Falls M transitiv *und* antiSymmetrisch ist, so können Resultate aus #186 für $[a \overset{M}{|} b]$ und $]a \overset{M}{|} b]$ um die vorliegenden Aussagen ergänzt werden:

195-3(Satz)

Es gelte:

$\rightarrow) M$ transitiv.

$\rightarrow) M$ antiSymmetrisch.

$\rightarrow) b \overset{\text{ir}}{M} \neg c.$

Dann folgt:

a) $[a \overset{M}{|} b] \subseteq [a \overset{M}{|} c[.$

c) $]a \overset{M}{|} b] \subseteq]a \overset{M}{|} c[.$

Beweis 195-3 a)**Thema1**

$$\gamma \in [a \mid^M b].$$

2: Aus Thema1 “ $\gamma \in [a \mid^M b]$ ”
 folgt via **41-25**:

$$(a _M _ \gamma) \wedge (\gamma _M _ b).$$

3: Aus \rightarrow “ M transitiv”,
 aus \rightarrow “ M antiSymmetrisch”,
 aus 2 “ $\dots \gamma _M _ b$ ” und
 aus \rightarrow “ $b _ \overset{\text{ir}}{M} _ c$ ”
 folgt via **46-16**:

$$\gamma _ \overset{\text{ir}}{M} _ c.$$

4: aus 2 “ $a _M _ \gamma \dots$ ” und
 aus 3 “ $\gamma _ \overset{\text{ir}}{M} _ c$ ”
 folgt via **41-25**:

$$\gamma \in [a \mid^M c].$$

Ergo Thema1:

$$\forall \gamma : (\gamma \in [a \mid^M b]) \Rightarrow (\gamma \in [a \mid^M c]).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$[a \mid^M b] \subseteq [a \mid^M c].$$

Beweis **195-3** b)

Thema1

$$\gamma \in]a \mid b].$$

2: Aus Thema1 “ $\gamma \in]a \mid b]$ ”

folgt via **41-25**:

$$(a \text{--} \overset{\text{ir}}{M} \neg \gamma) \wedge (\gamma \text{--} M \neg b).$$

3: Aus \rightarrow “ M transitiv”,
aus \rightarrow “ M antiSymmetrisch”,
aus 2 “ $\dots \gamma \text{--} M \neg b$ ” und

aus \rightarrow “ $b \text{--} \overset{\text{ir}}{M} \neg c$ ”

folgt via **46-16**:

$$\gamma \text{--} \overset{\text{ir}}{M} \neg c.$$

4: aus 2 “ $a \text{--} \overset{\text{ir}}{M} \neg \gamma \dots$ ” und

aus 3 “ $\gamma \text{--} \overset{\text{ir}}{M} \neg c$ ”

folgt via **41-25**:

$$\gamma \in]a \mid c[.$$

Ergo Thema1:

$$\forall \gamma : (\gamma \in]a \mid b]) \Rightarrow (\gamma \in]a \mid c[).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$]a \mid b] \subseteq]a \mid c[.$$

□

Einiges über \leq -Intervalle.

Ersterstellung: 19/06/12

Letzte Änderung: 04/06/13

196-1. Da es sich bei \leq um eine antiSymmetrische Halbordnung in \mathbb{S} handelt, überraschen die nun vorliegenden Aussagen nicht:

196-1(Satz)

a) $]a|a[= 0.$

b) $]a|a] = 0.$

c) $[a|a[= 0.$

Beweis 196-1

1: Aus **AAVII** “ \leq antiSymmetrische Halbordnung in \mathbb{S} ”
folgt via **34-13**: $(\leq \text{transitiv}) \wedge (\leq \text{antiSymmetrisch}).$

2.1: Aus 1 “ $(\leq \text{transitiv}) \wedge (\leq \text{antiSymmetrisch})$ ”

folgt via **195-1**:

$$]a \overset{\leq}{\mid} a[= 0.$$

2.2: Aus 1 “ $(\leq \text{transitiv}) \wedge (\leq \text{antiSymmetrisch})$ ”

folgt via **195-1**:

$$]a \overset{\leq}{\mid} a] = 0.$$

2.3: Aus 1 “ $(\leq \text{transitiv}) \wedge (\leq \text{antiSymmetrisch})$ ”

folgt via **195-1**:

$$[a \overset{\leq}{\mid} a[= 0.$$

3.a): Aus “ $]a|a[=]a \overset{\leq}{\mid} a[$ ” und
aus 2.1 “ $]a \overset{\leq}{\mid} a[= 0$ ”
folgt:

$$]a|a[= 0.$$

3.b): Aus “ $]a|a] =]a \overset{\leq}{\mid} a]$ ” und
aus 2.2 “ $]a \overset{\leq}{\mid} a] = 0$ ”
folgt:

$$]a|a] = 0.$$

3.c): Aus “ $[a|a[= [a \overset{\leq}{\mid} a[$ ” und
aus 2.3 “ $[a \overset{\leq}{\mid} a[= 0$ ”
folgt:

$$[a|a[= 0.$$

□

196-2. Bei der Überarbeitung von **Suite III - Die Elementare** fällt mir auf, dass es sich bei **160-12** eigentlich um eine Äquivalenz handelt. Da **160-12** einige Male eingesetzt wird ist es somit an der Zeit, die Äquivalenz hiermit aufzunehmen:

196-2(Satz)

Die Aussagen i), ii), iii), iv), v) sind äquivalent:

i) $x \in \mathbb{S}$.

ii) $-2 + x \leq -1 + x$.

iii) $-1 + x \leq x$.

iv) $x \leq 1 + x$.

v) $1 + x \leq 2 + x$.

RECH. \leq -Notation.

Beweis 196-2 $\text{i) } \Rightarrow \text{ii)}$ VS gleich

$$x \in \mathbb{S}.$$

Aus VS gleich " $x \in \mathbb{S}$ "
folgt via **160-12**:

$$-2 + x \leq -1 + x.$$

Beweis **196-2** **ii) \Rightarrow iii)** VS gleich

$$-2 + x \leq -1 + x.$$

1.1: Aus VS gleich “ $-2 + x \leq -1 + x$ ”

folgt via **107-3**:

$$-1 + x \in \mathbb{S}.$$

1.2: Aus VS gleich “ $-2 + x \leq -1 + x$ ” und

aus **AAI** “ $1 \in \mathbb{R}$ ”

folgt via **VR \leq** :

$$1 + (-2 + x) \leq 1 + (-1 + x).$$

$$2.1: 1 + (-2 + x) \stackrel{\mathbf{160-7}}{=} (1 - 2) + x \stackrel{\mathbf{FS}^+}{=} (-2 - 1) + x \stackrel{\mathbf{109-26}}{=} (-1) + x = -1 + x.$$

2.2: Aus 1.1 “ $-1 + x \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **∈SZ**:

$$-1 + x \text{ Zahl.}$$

3.1: Aus 2.1 “ $1 + (-2 + x) = \dots = -1 + x$ ” und

aus 1.2 “ $1 + (-2 + x) \leq 1 + (-1 + x)$ ”

folgt:

$$-1 + x \leq 1 + (-1 + x).$$

3.2: Aus 2.2 “ $-1 + x$ Zahl”

folgt via **96-13**:

$$x \text{ Zahl.}$$

4: Aus 3.2 “ x Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$0 + x = x.$$

$$5: 1 + (-1 + x) = 1 + ((-1) + x) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} (1 + (-1)) + x = (1 - 1) + x \stackrel{\mathbf{102-10}}{=} 0 + x \stackrel{\mathbf{4}}{=} x.$$

6: Aus 3.1 “ $-1 + x \leq 1 + (-1 + x)$ ” und

aus 5 “ $1 + (-1 + x) = \dots = x$ ”

folgt:

$$-1 + x \leq x.$$

Beweis **196-2** iii) \Rightarrow iv) VS gleich

$$-1 + x \leq x.$$

1.1: Aus VS gleich “ $-1 + x \leq x$ ”
folgt via **107-3**:

$$x \in \mathbb{S}.$$

1.2: Aus VS gleich “ $-1 + x \leq x$ ” und
aus **AAI** “ $1 \in \mathbb{R}$ ”
folgt via **VR \leq** :

$$1 + (-1 + x) \leq 1 + x.$$

2: Aus 1.1 “ $x \in \mathbb{S}$ ”
folgt via **∈SZ**:

$$x \text{ Zahl.}$$

3: Aus 2 “ x Zahl”
folgt via **FSA0**:

$$0 + x = x.$$

$$4: \quad 1 + (-1 + x) \stackrel{\mathbf{160-7}}{=} (1 - 1) + x \stackrel{\mathbf{102-10}}{=} 0 + x \stackrel{\mathbf{3}}{=} x.$$

5: Aus 4 “ $1 + (-1 + x) = \dots = x$ ” und
aus 1.2 “ $1 + (-1 + x) \leq 1 + x$ ”
folgt:

$$x \leq 1 + x.$$

iv) \Rightarrow v) VS gleich

$$x \leq 1 + x.$$

1: Aus VS gleich “ $x \leq 1 + x$ ” und
aus **AAI** “ $1 \in \mathbb{R}$ ”
folgt via **VR \leq** :

$$1 + x \leq 1 + (1 + x).$$

$$2: \quad 1 + (1 + x) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} (1 + 1) + x \stackrel{\mathbf{109-25(Def)}}{=} 2 + x.$$

3: Aus 1 “ $1 + x \leq 1 + (1 + x)$ ” und
aus 2 “ $1 + (1 + x) = \dots = 2 + x$ ”
folgt:

$$1 + x \leq 2 + x.$$

v) \Rightarrow i) VS gleich

$$1 + x \leq 2 + x.$$

1: Aus VS gleich “ $1 + x \leq 2 + x$ ”
folgt via **107-3**:

$$1 + x \in \mathbb{S}.$$

2: Via **95-12** gilt:

$$1 \in \mathbb{T}.$$

3: Aus 1 “ $1 + x \in \mathbb{S}$ ” und
aus 2 “ $1 \in \mathbb{T}$ ”
folgt via **109-4**:

$$x \in \mathbb{S}.$$

□

196-3. Für die Beweisführung von **196-4** ist auch die vorliegende Äquivalenz von einiger Bedeutung:

196-3(Satz)

Die Aussagen i), ii), iii), iv), v) sind äquivalent:

i) $x \in \mathbb{R}.$

ii) $-2 + x < -1 + x.$

iii) $-1 + x < x.$

iv) $x < 1 + x.$

v) $1 + x < 2 + x.$

RECH. \leq -Notation.

Beweis 196-3 $i) \Rightarrow ii)$ VS gleich

$$x \in \mathbb{R}.$$

1: Aus **109-26** “ $-2 < -1$ ” und
aus VS gleich “ $x \in \mathbb{R}$ ”
folgt via **VR**<:

$$x + (-2) < x + (-1).$$

2.1: Via **FSA** gilt:

$$(-2) + x = x + (-2).$$

2.2: Via **FSA** gilt:

$$x + (-1) = (-1) + x.$$

3: Aus 2.1 “ $(-2) + x = x + (-2)$ ” und
aus 1 “ $x + (-2) < x + (-1)$ ”
folgt:

$$(-2) + x < x + (-1).$$

4: Aus 3
folgt:

$$-2 + x < x + (-1).$$

5: Aus 4 “ $-2 + x < x + (-1)$ ” und
aus 2.2 “ $x + (-1) = (-1) + x$ ”
folgt:

$$-2 + x < (-1) + x.$$

6: Aus 5
folgt:

$$-2 + x < -1 + x.$$

Beweis **196-3** ii) \Rightarrow iii) VS gleich

$$-2 + x < -1 + x.$$

1.1: Aus VS gleich “ $-2 + x < -1 + x$ ”
folgt via **107-9**:

$$-1 + x \in \mathbb{S}.$$

1.2: Aus VS gleich “ $-2 + x < -1 + x$ ” und
aus **AAI** “ $1 \in \mathbb{R}$ ”
folgt via **VR**<:

$$1 + (-2 + x) < 1 + (-1 + x).$$

$$2.1: 1 + (-2 + x) \stackrel{160-7}{=} (1 - 2) + x \stackrel{\text{FS}-+}{=} (-(2 - 1)) + x \stackrel{109-26}{=} (-1) + x = -1 + x.$$

2.2: Aus 1.1 “ $-1 + x \in \mathbb{S}$ ”
folgt via **∈SZ**:

$$-1 + x \text{ Zahl.}$$

3.1: Aus 2.1 “ $1 + (-2 + x) = \dots = -1 + x$ ” und
aus 1.2 “ $1 + (-2 + x) < 1 + (-1 + x)$ ”
folgt:

$$-1 + x < 1 + (-1 + x).$$

3.2: Aus 2.2 “ $-1 + x$ Zahl”
folgt via **96-13**:

$$x \text{ Zahl.}$$

4: Aus 3.2 “ x Zahl”
folgt via **FSA0**:

$$0 + x = x.$$

$$5: 1 + (-1 + x) = 1 + ((-1) + x) \stackrel{\text{FSA}}{=} (1 + (-1)) + x = (1 - 1) + x \stackrel{102-10}{=} 0 + x \stackrel{4}{=} x.$$

6: Aus 3.1 “ $-1 + x < 1 + (-1 + x)$ ” und
aus 5 “ $1 + (-1 + x) = \dots = x$ ”
folgt:

$$-1 + x < x.$$

Beweis **196-3** **iii) \Rightarrow iv)** VS gleich

$$-1 + x < x.$$

1.1: Aus VS gleich “ $-1 + x < x$ ”

folgt via **107-9**:

$$x \in \mathbb{S}.$$

1.2: Aus VS gleich “ $-1 + x < x$ ” und

aus **AAI** “ $1 \in \mathbb{R}$ ”

folgt via **VR**<:

$$1 + (-1 + x) < 1 + x.$$

2: Aus 1.1 “ $x \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **∈SZ**:

$$x \text{ Zahl.}$$

3: Aus 2 “ x Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$0 + x = x.$$

$$4: \quad 1 + (-1 + x) \stackrel{\mathbf{160-7}}{=} (1 - 1) + x \stackrel{\mathbf{102-10}}{=} 0 + x \stackrel{\mathbf{3}}{=} x.$$

5: Aus 4 “ $1 + (-1 + x) = \dots = x$ ” und

aus 1.2 “ $1 + (-1 + x) < 1 + x$ ”

folgt:

$$x < 1 + x.$$

iv) \Rightarrow v) VS gleich

$$x < 1 + x.$$

1: Aus VS gleich “ $x < 1 + x$ ” und

aus **AAI** “ $1 \in \mathbb{R}$ ”

folgt via **VR**<:

$$1 + x < 1 + (1 + x).$$

$$2: \quad 1 + (1 + x) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} (1 + 1) + x \stackrel{\mathbf{109-25(Def)}}{=} 2 + x.$$

3: Aus 1 “ $1 + x < 1 + (1 + x)$ ” und

aus 2 “ $1 + (1 + x) = \dots = 2 + x$ ”

folgt:

$$1 + x < 2 + x.$$

Beweis **196-3** $v) \Rightarrow i)$ VS gleich

$$1 + x < 2 + x.$$

1: Aus VS gleich " $1 + x < 2 + x$ " und
aus **AAI** " $1 \in \mathbb{R}$ "
folgt via **160-9**:

$$x < (2 - 1) + x.$$

2: Aus 1 " $x < (2 - 1) + x$ " und
aus **109-26** " $2 - 1 = 1$ "
folgt:

$$x < 1 + x.$$

3: Aus 2 " $x < 1 + x$ "
folgt via **107-9**:

$$(x \in \mathbb{R}) \vee (x = -\infty).$$

Fallunterscheidung

3.1.Fall

$$x \in \mathbb{R}.$$

3.2.Fall

$$x = -\infty.$$

4: Aus **AAI** " $1 \in \mathbb{R}$ "
folgt via **AAVI**:

$$1 + (-\infty) = -\infty.$$

5.1: Aus 4 " $1 + (-\infty) = -\infty$ " und
aus **3.2.Fall** " $x = -\infty$ "
folgt:

$$1 + x = x.$$

5.2: Aus 3 " $x < 1 + x$ "
folgt via **41-3**:

$$\neg(x = 1 + x).$$

6: Es gilt 5.1 " $1 + x = x$ ".
Es gilt 5.2 " $\neg(x = 1 + x)$ ".
Ex falso quodlibet folgt:

$$x \in \mathbb{R}.$$

Ende Fallunterscheidung In beiden Fällen gilt:

$$x \in \mathbb{R}.$$

□

196-4. Die Inklusion $[a|b] \subseteq [a|1+b]$ - und ähnliche - gilt interessanter Weise unabhängig davon, ob etwa a, b reelle Zahlen sind oder nicht. Hingegen sind die Inklusionen $[a|b] \subseteq [a|1+b[$ und $]a|b] \subseteq]a|1+b]$ *nicht* voraussetzungsfrei gültig:

196-4(Satz)

- a) Aus " $b \neq +\infty$ " und " $b \neq -\infty$ " folgt " $[a|b] \subseteq [a|1+b]$ ".
- b) $[a|b] \subseteq [a|1+b]$.
- c) $]a|b[\subseteq]a|1+b[$.
- d) Aus " $b \neq +\infty$ " folgt " $]a|b] \subseteq]a|1+b]$ ".
- e) $]a|b] \subseteq]a|1+b]$.
- f) $[a|b[\subseteq [a|1+b[$.
- g) $[a|b[\subseteq [a|1+b]$

Beweis 196-4

RECH. \leq -Notation.

Beweis **196-4** a) VS gleich

$$(b \neq +\infty) \wedge (b \neq -\infty).$$

Thema1

$$\gamma \in [a|b].$$

2: Aus **Thema1** " $\gamma \in [a|b]$ "
folgt via **142-3**:

$$a \leq \gamma \leq b.$$

3: Aus 2 " $\dots \gamma \leq b$ "
folgt via **107-3**:

$$b \in \mathbb{S}.$$

4: Aus 3 " $b \in \mathbb{S}$ ",
aus VS gleich " $b \neq +\infty \dots$ " und
aus VS gleich " $\dots b \neq -\infty$ "
folgt via **95-17**:

$$b \in \mathbb{R}.$$

5: Aus 4 " $b \in \mathbb{R}$ "
folgt via **196-3**:

$$b < 1 + b.$$

6: Aus 2 " $\dots \gamma \leq b$ " und
aus 5 " $b < 1 + b$ "
folgt via **107-8**:

$$\gamma < 1 + b.$$

7: Aus 2 " $a \leq \gamma \dots$ " und
aus 6 " $\gamma < 1 + b$ "
folgt via **142-3**:

$$\gamma \in [a|1 + b[.$$

Ergo **Thema1**:

$$\forall \gamma : (\gamma \in [a|b]) \Rightarrow (\gamma \in [a|1 + b[).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$[a|b] \subseteq [a|1 + b[.$$

Beweis 196-4 b)

Thema1	$\gamma \in [a b].$
2: Aus Thema1 “ $\gamma \in [a b]$ ” folgt via 142-3 :	$a \leq \gamma \leq b.$
3: Aus 2 “ $\dots \gamma \leq b$ ” folgt via 107-3 :	$b \in \mathbb{S}.$
4: Aus 3 “ $b \in \mathbb{S}$ ” folgt via 160-12 :	$b \leq 1 + b.$
5: Aus 2 “ $\dots \gamma \leq b$ ” und aus 4 “ $b \leq 1 + b$ ” folgt via 107-8 :	$\gamma \leq 1 + b.$
6: Aus 2 “ $a \leq \gamma \dots$ ” und aus 5 “ $\gamma \leq 1 + b$ ” folgt via 142-3 :	$\gamma \in [a 1 + b].$

Ergo **Thema1**:

$$\forall \gamma : (\gamma \in [a|b]) \Rightarrow (\gamma \in [a|1 + b]).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$[a|b] \subseteq [a|1 + b].$$

Beweis 196-4 c)**Thema1**

$$\gamma \in]a|b[.$$

2: Aus **Thema1** " $\gamma \in]a|b[$ "
folgt via **142-3**:

$$a < \gamma < b.$$

3: Aus 2 " $\dots \gamma < b$ "
folgt via **107-9**:

$$b \in \mathbb{S}.$$

4: Aus 3 " $b \in \mathbb{S}$ "
folgt via **160-12**:

$$b \leq 1 + b.$$

5: Aus 2 " $\dots \gamma < b$ " und
aus 4 " $b \leq 1 + b$ "
folgt via **107-8**:

$$\gamma < 1 + b.$$

6: Aus 2 " $a < \gamma \dots$ " und
aus 5 " $\gamma < 1 + b$ "
folgt via **142-3**:

$$\gamma \in]a|1 + b[.$$

Ergo **Thema1**:

$$\forall \gamma : (\gamma \in]a|b[) \Rightarrow (\gamma \in]a|1 + b[).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$]a|b[\subseteq]a|1 + b[.$$

Beweis **196-4 d)** VS gleich $b \neq +\infty$.**Thema1**

$$\gamma \in]a|b].$$

2: Aus **Thema1** " $\gamma \in]a|b]$ "
folgt via **142-3**:

$$a < \gamma \leq b.$$

3.1: Aus 2 " $a < \gamma \dots$ " und
aus 2 " $\dots \gamma \leq b$ "
folgt via **107-8**:

$$a < b.$$

3.2: Aus 2 " $\dots \gamma \leq b$ "
folgt via **107-3**:

$$b \in \mathbb{S}.$$

4: Aus 3.1 " $a < b$ "
folgt via **107-9**:

$$(b \in \mathbb{R}) \vee (b = +\infty).$$

5: Aus 4 " $(b \in \mathbb{R}) \vee (b = +\infty)$ " und
aus VS gleich " $b \neq +\infty$ "
folgt:

$$b \in \mathbb{R}.$$

6: Aus 5 " $b \in \mathbb{R}$ "
folgt via **196-3**:

$$b < 1 + b.$$

7: Aus 2 " $\dots \gamma \leq b$ " und
aus 6 " $b < 1 + b$ "
folgt via **107-8**:

$$\gamma < 1 + b.$$

8: Aus 2 " $a < \gamma \dots$ " und
aus 7 " $\gamma < 1 + b$ "
folgt via **142-3**:

$$\gamma \in]a|1 + b[.$$

Ergo **Thema1**:

$$\forall \gamma : (\gamma \in]a|b]) \Rightarrow (\gamma \in]a|1 + b[).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$]a|b] \subseteq]a|1 + b[.$$

Beweis 196-4 e)**Thema1**

$$\gamma \in]a|b].$$

2: Aus Thema1 " $\gamma \in]a|b]$ "
folgt via **142-3**:

$$a < \gamma \leq b.$$

3: Aus 2 " $\dots \gamma \leq b$ "
folgt via **107-3**:

$$b \in \mathbb{S}.$$

4: Aus 3 " $b \in \mathbb{S}$ "
folgt via **160-12**:

$$b \leq 1 + b.$$

5: Aus 2 " $\dots \gamma \leq b$ " und
aus 4 " $b \leq 1 + b$ "
folgt via **107-8**:

$$\gamma \leq 1 + b.$$

6: Aus 2 " $a < \gamma \dots$ " und
aus 5 " $\gamma \leq 1 + b$ "
folgt via **142-3**:

$$\gamma \in]a|1 + b].$$

Ergo Thema1:

$$\forall \gamma : (\gamma \in]a|b]) \Rightarrow (\gamma \in]a|1 + b]).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$]a|b] \subseteq]a|1 + b].$$

Beweis 196-4 f)

Thema1	$\gamma \in [a b[.$
2: Aus Thema1 “ $\gamma \in [a b[$ ” folgt via 142-3 :	$a \leq \gamma < b.$
3: Aus 2 “ $\dots \gamma < b$ ” folgt via 107-9 :	$b \in \mathbb{S}.$
4: Aus 3 “ $b \in \mathbb{S}$ ” folgt via 160-12 :	$b \leq 1 + b.$
5: Aus 2 “ $\dots \gamma < b$ ” und aus 4 “ $b \leq 1 + b$ ” folgt via 107-8 :	$\gamma < 1 + b.$
6: Aus 2 “ $a \leq \gamma \dots$ ” und aus 5 “ $\gamma < 1 + b$ ” folgt via 142-3 :	$\gamma \in [a 1 + b[.$

Ergo **Thema1**:

$$\forall \gamma : (\gamma \in [a|b[) \Rightarrow (\gamma \in [a|1 + b[).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$[a|b[\subseteq [a|1 + b[.$$

g)

1: Via des bereits bewiesenen f) gilt:

$$[a|b[\subseteq [a|1 + b[.$$

2: Via **142-5** gilt:

$$[a|1 + b[\subseteq [a|1 + b[.$$

3: Aus 1 “ $[a|b[\subseteq [a|1 + b[$ ” und
aus 2 “ $[a|1 + b[\subseteq [a|1 + b[$ ”
folgt via **0-6**:

$$[a|b[\subseteq [a|1 + b[.$$

□

196-5. Falls $b \leq c$, dann gelten die vorliegenden, erwarteten Inklusionen für \leq -Intervalle von a bis b :

196-5(Satz)

Es gelte:

$$\rightarrow b \leq c.$$

Dann folgt:

a) $[a|b] \subseteq [a|c].$

b) $]a|b[\subseteq]a|c[.$

c) $]a|b] \subseteq]a|c].$

d) $[a|b[\subseteq [a|c[.$

\leq -Notation.

Beweis 196-5

1: Aus **AAVII** “ \leq antiSymmetrische Halbordnung in \mathbb{S} ”
 folgt via **34-13**: $(\leq \text{transitiv}) \wedge (\leq \text{antiSymmetrisch})$.

2.1: Aus 1 “ \leq transitiv... ” und
 aus \rightarrow “ $b \leq c$ ”

folgt via **186-1**:

$$[a \stackrel{\leq}{\mid} b] \subseteq [a \stackrel{\leq}{\mid} c].$$

2.2: Aus 1 “ \leq transitiv... ”,
 aus 1 “ $\dots \leq$ antiSymmetrisch ” und
 aus \rightarrow “ $b \leq c$ ”

folgt via **195-2**:

$$]a \stackrel{\leq}{\mid} b[\subseteq]a \stackrel{\leq}{\mid} c[.$$

2.3: Aus 1 “ \leq transitiv... ” und
 aus \rightarrow “ $b \leq c$ ”

folgt via **186-1**:

$$]a \stackrel{\leq}{\mid} b] \subseteq]a \stackrel{\leq}{\mid} c].$$

2.4: Aus 1 “ \leq transitiv... ”,
 aus 1 “ $\dots \leq$ antiSymmetrisch ” und
 aus \rightarrow “ $b \leq c$ ”

folgt via **195-2**:

$$[a \stackrel{\leq}{\mid} b[\subseteq [a \stackrel{\leq}{\mid} c[.$$

...

Beweis 196-5 ...

3.1: Aus “ $[a|b] = [a \overset{\leq}{|} b]$ ” und
aus 2.1 “ $[a \overset{\leq}{|} b] \subseteq [a \overset{\leq}{|} c]$ ”
folgt:

$$[a|b] \subseteq [a \overset{\leq}{|} c].$$

3.2: Aus “ $]a|b[=]a \overset{\leq}{|} b[$ ” und
aus 2.2 “ $]a \overset{\leq}{|} b[\subseteq]a \overset{\leq}{|} c[$ ”
folgt:

$$]a|b[\subseteq]a \overset{\leq}{|} c[.$$

3.3: Aus “ $]a|b] =]a \overset{\leq}{|} b]$ ” und
aus 2.3 “ $]a \overset{\leq}{|} b] \subseteq]a \overset{\leq}{|} c]$ ”
folgt:

$$]a|b] \subseteq]a \overset{\leq}{|} c].$$

3.4: Aus “ $[a|b[= [a \overset{\leq}{|} b[$ ” und
aus 2.4 “ $[a \overset{\leq}{|} b[\subseteq [a \overset{\leq}{|} c[$ ”
folgt:

$$[a|b[\subseteq [a \overset{\leq}{|} c[.$$

4.a): Aus 3.1 “ $[a|b] \subseteq [a \overset{\leq}{|} c]$ ” und
aus “ $[a|c] = [a \overset{\leq}{|} c]$ ”
folgt:

$$[a|b] \subseteq [a|c].$$

4.b): Aus 3.2 “ $]a|b[\subseteq]a \overset{\leq}{|} c[$ ” und
aus “ $]a|c[=]a \overset{\leq}{|} c[$ ”
folgt:

$$]a|b[\subseteq]a|c[.$$

4.c): Aus 3.3 “ $]a|b] \subseteq]a \overset{\leq}{|} c]$ ” und
aus “ $]a|c] =]a \overset{\leq}{|} c]$ ”
folgt:

$$]a|b] \subseteq]a|c].$$

4.d): Aus 3.4 “ $[a|b[\subseteq [a \overset{\leq}{|} c[$ ” und
aus “ $[a|c[= [a \overset{\leq}{|} c[$ ”
folgt:

$$[a|b[\subseteq [a|c[.$$

□

196-6. Falls $b < c$, dann gelten die vorliegenden, erwarteten Inklusionen für $[a|b]$ und $]a|b]$:

196-6(Satz)

Es gelte:

$$\rightarrow) \quad b < c.$$

Dann folgt:

a) $[a|b] \subseteq [a|c[.$

b) $]a|b] \subseteq]a|c[.$

\leq -Notation.

Beweis 196-6

1: Aus **AAVII** “ \leq antiSymmetrische Halbordnung in \mathbb{S} ”
 folgt via **34-13**: $(\leq \text{transitiv}) \wedge (\leq \text{antiSymmetrisch})$.

2.1: Aus 1 “ \leq transitiv... ”,
 aus 1 “ $\dots \leq$ antiSymmetrisch ” und
 aus \rightarrow “ $b < c$ ”
 folgt via **195-3**:

$$[a \overset{\leq}{\mid} b] \subseteq [a \overset{\leq}{\mid} c[.$$

2.2: Aus 1 “ \leq transitiv... ”,
 aus 1 “ $\dots \leq$ antiSymmetrisch ” und
 aus \rightarrow “ $b < c$ ”
 folgt via **195-3**:

$$]a \overset{\leq}{\mid} b] \subseteq]a \overset{\leq}{\mid} c[.$$

3.1: Aus “ $[a|b] = [a \overset{\leq}{\mid} b]$ ” und
 aus 2.1 “ $[a \overset{\leq}{\mid} b] \subseteq [a \overset{\leq}{\mid} c[$ ”
 folgt:

$$[a|b] \subseteq [a \overset{\leq}{\mid} c[.$$

3.2: Aus “ $]a|b] =]a \overset{\leq}{\mid} b]$ ” und
 aus 2.2 “ $]a \overset{\leq}{\mid} b] \subseteq]a \overset{\leq}{\mid} c[$ ”
 folgt:

$$]a|b] \subseteq]a \overset{\leq}{\mid} c[.$$

4.a): Aus 3.1 “ $[a|b] \subseteq [a \overset{\leq}{\mid} c[$ ” und
 aus “ $[a|c[= [a \overset{\leq}{\mid} c[$ ”
 folgt:

$$[a|b] \subseteq [a|c[.$$

4.b): Aus 3.2 “ $]a|b] \subseteq]a \overset{\leq}{\mid} c[$ ” und
 aus “ $]a|c[=]a \overset{\leq}{\mid} c[$ ”
 folgt:

$$]a|b] \subseteq]a|c[.$$

□

$\mathbb{A}\mathbb{N}$ Axiom.

Ersterstellung: 19/06/12

Letzte Änderung: 19/06/12

197-1. Mit dem vorliegenden **AN****Axiom** wird für natürliche Zahlen eine Brücke zwischen der binären Vereinigung und der Addition, die sich bereits bei der Definition von 1 ankündigt, geschlagen. Offenbar ist die Definition der 1 mit dem **AN**Axiom konsistent, so dass keine weiteren Kunstgriffe im Umgang mit 1 erforderlich sind:

ANAxiom

Aus “ $n \in \mathbb{N}$ ” folgt “ $1 + n = \{n\} \cup n$ ”.

197-2. Mit der vorliegenden Aussage wird der Beweis von **197-4** vorbereitet:

197-2(Satz)

Aus " $n \in \mathbb{N}$ " folgt " $\{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[) = \mathbb{N} \cap [0|1+n[$ ".

RECH-Notation.

Beweis 197-2

 \leq -Notation.

VS gleich

 $n \in \mathbb{N}$.**Thema1.1**

$$\alpha \in \{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[).$$

2: Aus **Thema1.1** " $\alpha \in \{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[)$ "folgt via **94-8**:

$$(\alpha = n) \vee (\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|n[).$$

Fallunterscheidung**2.1.Fall**

$$\alpha = n.$$

3: Aus **2.1.Fall** " $\alpha = n$ " und
aus VS gleich " $n \in \mathbb{N}$ "
folgt:

$$\alpha \in \mathbb{N}.$$

4.1: Aus 3 " $\alpha \in \mathbb{N}$ "
folgt via **164-6**:

$$0 \leq \alpha.$$

4.2: Aus 3 " $\alpha \in \mathbb{N}$ "
folgt via **159-11**:

$$\alpha \in \mathbb{R}.$$

5: Aus 4.2 " $\alpha \in \mathbb{R}$ "
folgt via **196-3**:

$$\alpha < 1 + \alpha.$$

6: Aus 5 " $\alpha < 1 + \alpha$ " und
aus **2.1.Fall** " $\alpha = n$ "
folgt:

$$\alpha < 1 + n.$$

7: Aus 4.1 " $0 \leq \alpha$ " und
aus 6 " $\alpha < 1 + n$ "
folgt via **142-3**:

$$\alpha \in [0|1 + n[.$$

8: Aus 3 " $\alpha \in \mathbb{N}$ " und
aus 7 " $\alpha \in [0|1 + n[$ "
folgt via **2-2**:

$$\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|1 + n[.$$

...

...

Beweis **197-2** VS gleich

$n \in \mathbb{N}$.

...

Thema1.1

$$\alpha \in \{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[).$$

...

Fallunterscheidung

...

2.2.Fall

$$\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|n[.$$

3: Aus **2.2.Fall** " $\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|n[$ "
folgt via **2-2**: $(\alpha \in \mathbb{N}) \wedge (\alpha \in [0|n[).$

4: Via **196-4** gilt: $[0|n[\subseteq [0|1+n[.$

5: Aus 3 " $\dots \alpha \in [0|n[$ " und
aus 4 " $[0|n[\subseteq [0|1+n[$ "
folgt via **0-4**: $\alpha \in [0|1+n[.$

6: Aus 3 " $\alpha \in \mathbb{N} \dots$ " und
aus 5 " $\alpha \in [0|1+n[$ "
folgt via **2-2**: $\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|1+n[.$

Ende Fallunterscheidung In beiden Fällen gilt:

$$\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|1+n[.$$

Ergo **Thema1.1**: $\forall \alpha : (\alpha \in \{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[)) \Rightarrow (\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|1+n[).$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$\mathbf{A1} \mid \{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[) \subseteq \mathbb{N} \cap [0|1+n[$$

Beweis **197-2** VS gleich $n \in \mathbb{N}$.

...

Thema1.2

$$\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|1+n[.$$

2: Aus **Thema1.2** " $\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|1+n[$ "
 folgt via **2-2**: $(\alpha \in \mathbb{N}) \wedge (\alpha \in [0|1+n[.$

3: Aus 2 " $\dots \alpha \in [0|1+n[$ "
 folgt via **142-3**: $0 \leq \alpha < 1+n.$

4: Aus 2 " $\alpha \in \mathbb{N} \dots$ ",
 aus VS gleich " $n \in \mathbb{N}$ " und
 aus 3 " $\dots \alpha < 1+n$ "
 folgt via **162-6**: $\alpha \leq n.$

5: Aus 4 " $\alpha \leq n$ "
 folgt via **41-5**: $(\alpha < n) \vee (\alpha = n).$

Fallunterscheidung**5.1.Fall**

$$\alpha < n.$$

6: Aus 3 " $0 \leq \alpha \dots$ " und
 aus **5.1.Fall** " $\alpha < n$ "
 folgt via **142-3**: $\alpha \in [0|n[.$

7: Aus 2 " $\alpha \in \mathbb{N} \dots$ " und
 aus 6 " $\alpha \in [0|n[$ "
 folgt via **2-2**: $\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|n[.$

5.2.Fall

$$\alpha = n.$$

6: Aus VS gleich " $n \in \mathbb{N}$ "
 folgt via **ElementAxiom**: n Menge.

7: Aus 6 " $\alpha = n$ " und
 aus 6 " n Menge"
 folgt via **1-6**: $\alpha \in \{n\}.$

...

...

Beweis **197-2** VS gleich

$n \in \mathbb{N}$.

...

Thema1.2	$\alpha \in \mathbb{N} \cap [0 1 + n[$.
...	
Fallunterscheidung	
...	
Ende Fallunterscheidung	In beiden Fällen gilt:
	$(\alpha \in \{n\}) \vee (\alpha \in \mathbb{N} \cap [0 n[$.
Konsequenz via 2-2 :	$\alpha \in \{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0 n[$.

Ergo **Thema1.2**: $\forall \alpha : (\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|1 + n[\Rightarrow (\alpha \in \{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[))$.

Konsequenz via **0-2(Def)**:

A2 | “ $\mathbb{N} \cap [0|1 + n[\subseteq \{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[$ ”

1.3: Aus **A1** gleich “ $\{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[\subseteq \mathbb{N} \cap [0|1 + n[$ ” und

aus **A2** gleich “ $\mathbb{N} \cap [0|1 + n[\subseteq \{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[$ ”

folgt via **GleichheitsAxiom**:

$$\{n\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|n[= \mathbb{N} \cap [0|1 + n[.$$

□

197-3. Mit der nunmehrigen Definition wird der Beweis von **197-4** vorbereitet:

197-3(Definition)

$$197.0() = \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[\}.$$

197-4. Nach Vorbereitung a) wird nun mit Hilfe von **AN****Axiom** und dem vorangehenden **197-2** gezeigt, dass $n = \mathbb{N} \cap [0|n[$ für jede natürliche Zahl n gilt. Die Aussage $n \notin n$ wird gelegentlich - möglicher Weise auch in den Essays - axiomatisch für alle Klassen n gefordert. Für natürliche Zahlen n ist diese Aussage eine Folgerung aus den bisherigen Axiomen. Auch wird hier gezeigt, dass jedes Element von \mathbb{N} eine TeilKlasse von \mathbb{N} ist:

197-4(Satz)

- a) $\mathbb{N} \subseteq \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[\}$.
- b) Aus " $n \in \mathbb{N}$ " folgt " $n = \mathbb{N} \cap [0|n[$ ".
- c) Aus " $n \in \mathbb{N}$ " folgt " $n \notin n$ ".
- d) Aus " $n \in \mathbb{N}$ " folgt " $n \subseteq \mathbb{N}$ ".

$$\mathbf{197-3} \quad \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[\}.$$

Beweis 197-4

RECH-Notation.

Beweis 197-4 a)**Thema1.1**

$$\alpha \in \mathbb{N} \cap \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\}.$$

2: Aus **Thema1.1** “ $\alpha \in \mathbb{N} \cap \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\}$ ”
 folgt via **2-2**: $(\alpha \in \mathbb{N}) \wedge (\alpha \in \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\})$.

3.1: Aus 2 “ $\alpha \in \mathbb{N} \dots$ ”
 folgt via **159-10**: $1 + \alpha \in \mathbb{N}$.

3.2: Aus 2 “ $\alpha \in \mathbb{N} \dots$ ”
 folgt via **AN Axiom**: $1 + \alpha = \{\alpha\} \cup \alpha$.

3.3: Aus 2 “ $\alpha \in \mathbb{N} \dots$ ”
 folgt via **197-2**: $\{\alpha\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|\alpha[] = \mathbb{N} \cap [0|1 + \alpha[$.

3.4: Aus 2 “ $\dots \alpha \in \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\}$ ”
 folgt: $\alpha = \mathbb{N} \cap [0|\alpha[$.

4.1: Aus 3.2 “ $1 + \alpha \in \mathbb{N}$ ”
 folgt via **Element Axiom**: $1 + \alpha$ Menge.

4.2: $1 + \alpha \stackrel{3.2}{=} \{\alpha\} \cup \alpha \stackrel{3.4}{=} \{\alpha\} \cup (\mathbb{N} \cap [0|\alpha[]) \stackrel{3.3}{=} \mathbb{N} \cap [0|1 + \alpha[$.

5: Aus 4.1 “ $1 + \alpha$ Menge” und
 aus 4.2 “ $1 + \alpha = \dots = \mathbb{N} \cap [0|1 + \alpha[$ ”
 folgt: $1 + \alpha \in \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\}$.

Ergo Thema1.1:

A1 | “ $\forall \alpha : (\alpha \in \mathbb{N} \cap \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\}) \Rightarrow (1 + \alpha \in \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\})$ ”

1.2: $0 \stackrel{2-17}{=} \mathbb{N} \cap 0 \stackrel{196-1}{=} \mathbb{N} \cap [0|0[$.

2: Aus **0U Axiom** “0 Menge” und
 aus 1.2 “ $0 = \dots = \mathbb{N} \cap [0|0[$ ”
 folgt: $0 \in \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\}$.

3: Aus 2 “ $0 \in \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\}$ ” und
 aus **A1** gleich “ $\forall \alpha : (\alpha \in \mathbb{N} \cap \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\})$
 $\Rightarrow (1 + \alpha \in \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\})$ ”
 folgt via **ISN**: $\mathbb{N} \subseteq \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[]\}$.

Beweis 197-4 b) VS gleich

$$n \in \mathbb{N}.$$

1: Via des bereits bewiesenen a) gilt:

$$\mathbb{N} \subseteq \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[\}.$$

2: Aus VS gleich “ $n \in \mathbb{N}$ ” und
aus 1 “ $\mathbb{N} \subseteq \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[\}$ ”
folgt via **0-4**:

$$n \in \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[\}.$$

3: Aus 3 “ $n \in \{\omega : \omega = \mathbb{N} \cap [0|\omega[\}$ ”
folgt:

$$n = \mathbb{N} \cap [0|n[.$$

c) VS gleich

$$n \in \mathbb{N}.$$

1: Via **142-6** gilt:

$$n \notin [0|n[.$$

2: Aus 1 “ $n \notin [0|n[$ ”
folgt via **2-3**:

$$n \notin \mathbb{N} \cap [0|n[.$$

3: Aus VS gleich “ $n \in \mathbb{N}$ ”
folgt via des bereits bewiesenen b):

$$n = \mathbb{N} \cap [0|n[.$$

4: Aus 2 “ $n \notin \mathbb{N} \cap [0|n[$ ” und
aus 3 “ $n = \mathbb{N} \cap [0|n[$ ”
folgt:

$$n \notin n.$$

d) VS gleich

$$n \in \mathbb{N}.$$

1: Aus VS gleich “ $n \in \mathbb{N}$ ”
folgt via des bereits bewiesenen b):

$$n = \mathbb{N} \cap [0|n[.$$

2: Via **2-7** gilt:

$$\mathbb{N} \cap [0|n[\subseteq \mathbb{N}.$$

3: Aus 1 “ $n = \mathbb{N} \cap [0|n[$ ” und
aus 2 “ $\mathbb{N} \cap [0|n[\subseteq \mathbb{N}$ ”
folgt:

$$n \subseteq \mathbb{N}.$$

□

197-5. Gemäß **AN****Axiom** ist das vorliegende, ansprechende Kriterium für $n < m$, wobei $n, m \in \mathbb{N}$ voraus gesetzt ist, verfügbar. Zur Abkürzung einiger Beweisführungen wird erstmalig eine “**Ausschluss-Fallunterscheidung**”, kürzer: “**AusFallunterscheidung**”, eingesetzt, bei der, wenn etwa wie im vorliegenden Fall bei Beweis-Schritt **iv**) \Rightarrow **i**) zwischen der kontext-bedingten Alternative $m < n$ oder $n \leq m$ entschieden werden soll, nur mehr der nicht zutreffende Fall “via Widerspruchsbeweis” auf den zutreffenden Fall zurück geführt und der zutreffende Fall nicht weiter angesprochen wird:

197-5(Satz)

Unter den Voraussetzungen ...

\rightarrow) $n \in \mathbb{N}$.

\rightarrow) $m \in \mathbb{N}$.

*... sind die Aussagen **i**), **ii**), **iii**), **iv**) äquivalent:*

i) $n < m$.

ii) $n \in m$.

iii) $n \subset m$.

iv) “ $n \subseteq m$ ” und “ $n \neq m$ ”.

\leq .-Notation

Beweis **197-5** $\boxed{\boxed{\text{i)} \Rightarrow \text{ii)}}}$ VS gleich

$$n < m.$$

1: Aus \rightarrow " $m \in \mathbb{N}$ "

folgt via **197-4**:

$$m = \mathbb{N} \cap [0|m[.$$

2: Aus \rightarrow " $n \in \mathbb{N}$ "

folgt via **159-11**:

$$0 \leq n.$$

3: Aus 2 " $0 \leq n$ " und
aus VS gleich " $n < m$ "

folgt via **142-3**:

$$n \in [0|m[.$$

4: Aus \rightarrow " $n \in \mathbb{N}$ " und
aus 3 " $n \in [0|m[$ "

folgt via **2-2**:

$$n \in \mathbb{N} \cap [0|m[.$$

5: Aus 4 " $n \in \mathbb{N} \cap [0|m[$ " und
aus 1 " $m = \mathbb{N} \cap [0|m[$ "

folgt:

$$n \in m.$$

Beweis **197-5** ii) \Rightarrow iii) VS gleich

$n \in m$.

Thema1.1

$\alpha \in n$.

2.1: Aus \rightarrow " $n \in \mathbb{N}$ "
folgt via **197-4**:

$$n = \mathbb{N} \cap [0|n[.$$

2.2: Aus \rightarrow " $m \in \mathbb{N}$ "
folgt via **197-4**:

$$m = \mathbb{N} \cap [0|m[.$$

3.1: Aus **Thema1.1** " $\alpha \in n$ " und
aus 2.1 " $n = \mathbb{N} \cap [0|n[$ "
folgt:

$$\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|n[.$$

3.2: Aus VS gleich " $n \in m$ " und
aus 2.2 " $m = \mathbb{N} \cap [0|m[$ "
folgt:

$$n \in \mathbb{N} \cap [0|m[.$$

4.1: Aus 3.1 " $\alpha \in \mathbb{N} \cap [0|n[$ "
folgt via **2-2**:

$$(\alpha \in \mathbb{N}) \wedge (\alpha \in [0|n[).$$

4.2: Aus 3.2 " $n \in \mathbb{N} \cap [0|m[$ "
folgt via **2-2**:

$$n \in [0|m[.$$

5.1: Aus 4.1 " $\dots \alpha \in [0|n[$ "
folgt via **142-3**:

$$0 \leq \alpha < n.$$

5.2: Aus 4.2 " $n \in [0|m[$ "
folgt via **142-3**:

$$0 \leq n < m.$$

...

...

Beweis **197-5** ii) \Rightarrow iii) VS gleich

$n \in m$.

...

Thema1.1	$\alpha \in n$.
...	
6: Aus 5.1 "... $\alpha < n$ " und aus 5.2 "... $n < m$ " folgt via 107-8 :	$\alpha < m$.
7: Aus 5.1 " $0 \leq \alpha \dots$ " und aus 6 " $\alpha < m$ " folgt via 142-3 :	$\alpha \in [0 m[$.
8: Aus 4.1 " $\alpha \in \mathbb{N} \dots$ " und aus 7 " $\alpha \in [0 m[$ " folgt via 2-2 :	$\alpha \in \mathbb{N} \cap [0 m[$.
9: Aus 8 " $\alpha \in \mathbb{N} \cap [0 m[$ " und aus 2.2 " $m = \mathbb{N} \cap [0 m[$ " folgt:	$\alpha \in m$.

Ergo Thema1.1:

$\forall \alpha : (\alpha \in n) \Rightarrow (\alpha \in m)$.

Konsequenz via **0-2(Def)**:

A1 | " $n \subseteq m$ "

1.2: Aus \rightarrow " $n \in \mathbb{N}$ "
folgt via **197-4**:

$n \notin n$.

2: Aus VS gleich " $n \in m$ " und
aus 1.2 " $n \notin n$ "
folgt via **0-10**:

$m \neq n$.

3: Aus 2
folgt:

$n \neq m$.

4: Aus A1 gleich " $n \subseteq m$ " und
aus 3 " $n \neq m$ "
folgt via **57-1(Def)**:

$n \subset m$.

Beweis **197-5** iii) \Rightarrow iv) VS gleich

$$n \subset m.$$

Aus VS gleich “ $n \subset m$ ”

folgt via **57-1(Def)**:

$$(n \subseteq m) \wedge (n \neq m).$$

iv) \Rightarrow i) VS gleich

$$(n \subseteq m) \wedge (n \neq m).$$

1.1: Aus \rightarrow “ $n \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **159-11**:

$$n \in \mathbb{S}.$$

1.2: Aus \rightarrow “ $m \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **159-11**:

$$m \in \mathbb{S}.$$

2: Aus 1.1 “ $n \in \mathbb{S}$ ” und

aus 1.2 “ $m \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **107-14**:

$$(n < m) \vee (m \leq n).$$

AusFallunterscheidung

2.1.Fall

$$m \leq n.$$

3: Aus 2.1.Fall “ $m \leq n$ ”

folgt via **196-5**:

$$[0|m[\subseteq [0|n[.$$

4: Aus 3 “ $[0|m[\subseteq [0|n[$ ”

folgt via **158-4**:

$$\mathbb{N} \cap [0|m[\subseteq \mathbb{N} \cap [0|n[.$$

5.1: Aus \rightarrow “ $n \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **197-4**:

$$n = \mathbb{N} \cap [0|n[.$$

5.2: Aus \rightarrow “ $m \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **197-4**:

$$m = \mathbb{N} \cap [0|m[.$$

6: Aus 4 “ $\mathbb{N} \cap [0|m[\subseteq \mathbb{N} \cap [0|n[$ ” und

aus 5.1 “ $n = \mathbb{N} \cap [0|n[$ ”

folgt:

$$\mathbb{N} \cap [0|m[\subseteq n.$$

7: Aus 5.2 “ $m = \mathbb{N} \cap [0|m[$ ” und

aus 6 “ $\mathbb{N} \cap [0|m[\subseteq n$ ”

folgt:

$$m \subseteq n.$$

8: Aus VS gleich “ $n \subseteq m \dots$ ” und

aus 7 “ $m \subseteq n$ ”

folgt via **GleichheitsAxiom**:

$$n = m.$$

9: Es gilt 8 “ $n = m$ ”.

Es gilt VS gleich “ $\dots n \neq m$ ”.

Ex falso quodlibet folgt:

$$n < m.$$

Ende **AusFallunterscheidung** In beiden Fällen gilt:

$$n < m.$$

□

197-6. Falls n, m natürliche Zahlen sind, dann ist $n \leq m$ äquivalent zu $(n \in m) \vee (n = m)$ und dies ist genau dann der Fall, wenn $n \subseteq m$, was klarer Weise äquivalent zu $(n \subset m) \vee (n = m)$ ist:

197-6(Satz)

Unter den Voraussetzungen ...

$\rightarrow) n \in \mathbb{N}.$

$\rightarrow) m \in \mathbb{N}.$

... sind die Aussagen i), ii), iii), iv) äquivalent:

i) $n \leq m.$

ii) " $n \in m$ " oder " $n = m$ ".

iii) $n \subseteq m.$

iv) " $n \subset m$ " oder " $n = m$ ".

\leq .-Notation

Beweis **197-6** **i) \Rightarrow ii)** VS gleich

$n \leq m.$

1: Aus VS gleich " $n \leq m$ "
folgt via **41-5:**

$(n < m) \vee (n = m).$

Fallunterscheidung

1.1.Fall

$n < m.$

Aus $\rightarrow) "n \in \mathbb{N}"$,
aus $\rightarrow) "m \in \mathbb{N}"$ und
aus **1.1.Fall** " $n < m$ "
folgt via **197-5:**

$n \in m.$

1.2.Fall

$n = m.$

Ende Fallunterscheidung

In beiden Fällen gilt:

$(n \in m) \vee (n = m).$

Beweis **197-6** $ii) \Rightarrow iii)$ VS gleich

$$(n \in m) \vee (n = m).$$

1: Nach VS gilt:

$$(n \in m) \vee (n = m).$$

Fallunterscheidung

1.1.Fall

$$n \in m.$$

2: Aus \rightarrow " $n \in \mathbb{N}$ ",
 aus \rightarrow " $m \in \mathbb{N}$ " und
 aus **1.1.Fall** " $n \in m$ "
 folgt via **197-5**:

$$n \subset m.$$

3: Aus 2 " $n \subset m$ "
 folgt via **57-1(Def)**:

$$n \subseteq m.$$

1.2.Fall

$$n = m.$$

Aus **1.2.Fall** " $n = m$ "
 folgt via **0-6**:

$$n \subseteq m.$$

Ende Fallunterscheidung

 In beiden Fällen gilt:

$$n \subseteq m.$$

$iii) \Rightarrow iv)$ VS gleich

$$n \subseteq m.$$

Aus VS gleich " $n \subseteq m$ "
 folgt via **57-3**:

$$(n \subset m) \vee (n = m).$$

Beweis **197-6** $\boxed{i v) \Rightarrow i)}$ VS gleich

$$(n \subset m) \vee (n = m).$$

1: Nach VS gilt:

$$(n \subset m) \vee (n = m).$$

Fallunterscheidung

1.1.Fall

$$n \subset m.$$

2: Aus $\rightarrow) "n \in \mathbb{N}"$,
 aus $\rightarrow) "m \in \mathbb{N}"$ und
 aus **1.1.Fall** " $n \subset m$ "
 folgt via **197-5**:

$$n < m.$$

3: Aus 2 " $n < m$ "
 folgt via **41-3**:

$$n \leq m.$$

1.2.Fall

$$n = m.$$

2: Aus $\rightarrow) "n \in \mathbb{N}"$
 folgt via **159-11**:

$$n \in \mathbb{S}.$$

3: Aus 2 " $n \in \mathbb{S}$ "
 folgt via **107-5**:

$$n \leq n.$$

4: Aus 3 " $n \leq n$ " und
 aus **1.2.Fall** " $n = m$ "
 folgt:

$$n \leq m.$$

Ende Fallunterscheidung In beiden Fällen gilt:

$$n \leq m.$$

□

Menge der rationalen Zahlen \mathbb{Q} .

Ersterstellung: 20/06/12

Letzte Änderung: 20/06/12

198-1. Nun wird \mathbb{Q} als letzte der grundlegenden Zahlenmengen in die Essays eingeführt:

198-1(Definition)

$$\mathbb{Q} = 198.0() = \{\omega : (\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (\omega = \Omega : \Psi))\}.$$

RECH-Notation.

198-2. Traditioneller Weise handelt es sich bei \mathbb{Q} um die **Menge der rationalen Zahlen**. Dass es sich bei \mathbb{Q} in der Tat um eine Menge handelt, wird in **198-4** thematisiert:

198-2(Definition)

“ \mathfrak{C} Menge der rationalen Zahlen” genau dann, wenn gilt:

$$\mathfrak{C} = \mathbb{Q}.$$

198-3. Klarer Weise handelt es sich bei \mathbb{Q} um die **Menge der rationalen Zahlen** und wenn \mathfrak{C} und \mathfrak{D} jeweils **Menge der rationalen Zahlen** sind, dann ist $\mathfrak{C} = \mathfrak{D}$:

198-3(Satz)

- a) \mathbb{Q} Menge der rationalen Zahlen.
- b) Aus “ \mathfrak{C} Menge der rationalen Zahlen”
und “ \mathfrak{D} Menge der rationalen Zahlen”

folgt $\mathfrak{C} = \mathfrak{D}$.

Beweis 198-3 a)

Aus “ $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-1(Def)**:

\mathbb{Q} Menge der rationalen Zahlen.

b) VS gleich

(\mathfrak{C} Menge der rationalen Zahlen)
 \wedge (\mathfrak{D} Menge der rationalen Zahlen).

1.1: Aus VS gleich “ \mathfrak{C} Menge der rationalen Zahlen...”

folgt via **198-2(Def)**:

$\mathfrak{C} = \mathbb{Q}$.

1.2: Aus VS gleich “... \mathfrak{D} Menge der rationalen Zahlen”

folgt via **198-2(Def)**:

$\mathfrak{D} = \mathbb{Q}$.

2: Aus 1.1 und

aus 1.2

folgt:

$\mathfrak{C} = \mathfrak{D}$.

□

198-4. Das vorliegenden Resultat bereitet die allgemeineren Aussagen von **198-5** vor:

198-4(Satz)

- a) Aus “ $q \in \mathbb{Q}$ ” folgt “ $\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Omega : \Psi)$ ”.
- b) Aus “ $l \in \mathbb{Z}$ ” und “ $m \in \mathbb{Z}$ ” folgt “ $l : m \in \mathbb{Q}$ ”.

RECH-Notation.

Beweis 198-4

198-1(Def) $\{\omega : (\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (\omega = \Omega : \Psi))\}$.

a) VS gleich

$q \in \mathbb{Q}$.

- 1: Aus VS gleich “ $q \in \mathbb{Q}$ ” und
aus “ $\mathbb{Q} = \{\omega : (\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (\omega = \Omega : \Psi))\}$ ”
folgt: $q \in \{\omega : (\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (\omega = \Omega : \Psi))\}$.
- 2: Aus 1 “ $q \in \{\omega : (\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (\omega = \Omega : \Psi))\}$ ”
folgt: $\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Omega : \Psi)$.

b) VS gleich

$(l \in \mathbb{Z}) \wedge (m \in \mathbb{Z})$.

1.1: Es gilt:

$\exists \Omega : \Omega = l$.

1.2: Es gilt:

$\exists \Psi : \Psi = m$.

1.3: Aus VS gleich “ $l \in \mathbb{Z} \dots$ ”

folgt via **164-5**:

l Zahl.

1.4: Aus VS gleich “ $\dots m \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

m Zahl.

...

Beweis 198-4 b) VS gleich

$$(l \in \mathbb{Z}) \wedge (m \in \mathbb{Z}).$$

...

2.1: Aus 1.1 "... $\Omega = l$ " und
aus VS gleich " $l \in \mathbb{Z} \dots$ "
folgt:

$$\Omega \in \mathbb{Z}.$$

2.2: Aus 1.2 "... $\Psi = m$ " und
aus VS gleich "... $m \in \mathbb{Z}$ "
folgt.

$$\Psi \in \mathbb{Z}.$$

2.3: Aus 1.3 " l Zahl" und
aus 1.4 " m Zahl"
folgt via **96-17**:

$$l : m \text{ Menge.}$$

2.4: Aus 1.1 "... $\Omega = l$ "
folgt:

$$\Omega : m = l : m.$$

3: Aus 1.2 "... $\Psi = m$ " und
aus 2.4 " $\Omega : m = l : m$ "
folgt:

$$\Omega : \Psi = l : m.$$

4: Aus 3
folgt:

$$l : m = \Omega : \Psi.$$

5: Aus 1.1 " $\exists \Omega \dots$ ",
aus 1.2 " $\exists \Psi \dots$ ",
aus 2.1 " $\Omega \in \mathbb{Z}$ ",
aus 2.2 " $\Psi \in \mathbb{Z}$ " und
aus 4 " $l : m = \Omega : \Psi$ "
folgt:

$$\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (l : m = \Omega : \Psi).$$

6: Aus 2.3 " $l : m$ Menge" und
aus 5 " $\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (l : m = \Omega : \Psi)$ "
folgt:

$$l : m \in \{\omega : (\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (\omega = \Omega : \Psi))\}.$$

7: Aus 6 " $l : m \in \{\omega : (\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (\omega = \Omega : \Psi))\}$ " und
aus " $\{\omega : (\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (\omega = \Omega : \Psi))\} = \mathbb{Q}$ "
folgt:

$$l : m \in \mathbb{Q}.$$

□

198-5. Für das Weitere ist es hilfreich, die nunmehrigen Aussagen zur Feststellung, ob q eine rationale Zahl ist, zu haben:

198-5(Satz)

- a) Aus " $q \in \mathbb{Q}$ " folgt " $\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Omega : \Psi)$ ".
- b) Aus " $q \in \mathbb{Q}$ " folgt " $\exists \Phi, \Upsilon : (\Phi \in \mathbb{N}) \wedge (\Upsilon \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Phi : \Upsilon)$ ".
- c) Aus " $q \in \mathbb{Q}$ " folgt " $\exists \Phi, \Upsilon : (\Phi \in \mathbb{Z}) \wedge (\Upsilon \in \mathbb{N}) \wedge (q = \Phi : \Upsilon)$ ".
- d) Aus " $l \in \mathbb{Z}$ " und " $m \in \mathbb{Z}$ "
folgt " $l : m \in \mathbb{Q}$ " und " $(-l) : m \in \mathbb{Q}$ "
und " $l : (-m) \in \mathbb{Q}$ " und " $(-l) : (-m) \in \mathbb{Q}$ ".
- e) Aus " $l \in \mathbb{Z}$ " und " $n \in \mathbb{N}$ "
folgt " $l : n \in \mathbb{Q}$ " und " $(-l) : n \in \mathbb{Q}$ "
und " $l : (-n) \in \mathbb{Q}$ " und " $(-l) : (-n) \in \mathbb{Q}$ ".
- f) Aus " $n \in \mathbb{N}$ " und " $l \in \mathbb{Z}$ "
folgt " $n : l \in \mathbb{Q}$ " und " $(-n) : l \in \mathbb{Q}$ "
und " $n : (-l) \in \mathbb{Q}$ " und " $(-n) : (-l) \in \mathbb{Q}$ ".
- g) Aus " $n \in \mathbb{N}$ " und " $m \in \mathbb{N}$ "
folgt " $n : m \in \mathbb{Q}$ " und " $(-n) : m \in \mathbb{Q}$ "
und " $n : (-m) \in \mathbb{Q}$ " und " $(-n) : (-m) \in \mathbb{Q}$ ".

RECH-Notation.

Beweis 198-5

198-1(Def) $\{\omega : (\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (\omega = \Omega : \Psi))\}$.

a) VS gleich

$q \in \mathbb{Q}$.

Aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q}$ "
folgt via **198-4**:

$\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Omega : \Psi)$.

Beweis **198-5** b) VS gleich

$$q \in \mathbb{Q}.$$

1: Aus VS gleich “ $q \in \mathbb{Q}$ ”
folgt via **198-4**:

$$\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Omega : \Psi).$$

2: Aus 1 “ $\dots \Omega \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-6**:

$$(\Omega \in \mathbb{N}) \vee (-\Omega \in \mathbb{N}).$$

Fallunterscheidung

2.1.Fall

$$\Omega \in \mathbb{N}.$$

3.1: Es gilt:

$$\exists \Phi : \Phi = \Omega.$$

3.2: Es gilt:

$$\exists \Upsilon : \Upsilon = \Psi.$$

4.1: Aus 2.1.Fall “ $\Omega \in \mathbb{N}$ ” und
aus 3.1 “ $\dots \Phi = \Omega$ ”
folgt:

$$\Phi \in \mathbb{N}.$$

4.2: Aus 1 “ $\dots \Psi \in \mathbb{Z} \dots$ ” und
aus 3.2 “ $\dots \Upsilon = \Psi$ ”
folgt:

$$\Upsilon \in \mathbb{Z}.$$

4.3: Aus 1 “ $\dots q = \Omega : \Psi$ ” und
aus 3.1 “ $\dots \Phi = \Omega$ ”
folgt:

$$q = \Phi : \Psi.$$

5: Aus 4.3 “ $q = \Phi : \Psi$ ” und
aus 3.2 “ $\dots \Upsilon = \Psi$ ”
folgt:

$$q = \Phi : \Upsilon.$$

6: Aus 3.1 “ $\exists \Phi \dots$ ”,
aus 3.2 “ $\exists \Upsilon \dots$ ”,
aus 4.1 “ $\Phi \in \mathbb{N}$ ”,
aus 4.2 “ $\Upsilon \in \mathbb{Z}$ ” und
aus 5 “ $q = \Phi : \Upsilon$ ”
folgt:

$$\exists \Phi, \Upsilon : (\Phi \in \mathbb{N}) \wedge (\Upsilon \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Phi : \Upsilon).$$

...

Beweis 198-5 b) VS gleich

 $q \in \mathbb{Q}$.

...

Fallunterscheidung

...

2.2.Fall

$$-\Omega \in \mathbb{N}.$$

3.1: Es gilt:

$$\exists \Phi : \Phi = -\Omega.$$

3.2: Es gilt:

$$\exists \Upsilon : \Upsilon = -\Psi.$$

3.3: Via **FS-** gilt:

$$\Omega : \Psi = (-\Omega) : (-\Psi).$$

3.4: Aus 1 "... $\Psi \in \mathbb{Z}$..."
 folgt via **164-8**:

$$-\Psi \in \mathbb{Z}.$$

4.1: Aus 2.2.Fall "... $-\Omega \in \mathbb{N}$ " und
 aus 3.1 "... $\Phi = -\Omega$ "
 folgt:

$$\Phi \in \mathbb{N}.$$

4.2: Aus 3.2 "... $\Upsilon = -\Psi$ " und
 aus 3.4 "... $-\Psi \in \mathbb{Z}$ "
 folgt:

$$\Upsilon \in \mathbb{Z}.$$

4.3: Aus 1 "... $q = \Omega : \Psi$ " und
 aus 3.3 "... $\Omega : \Psi = (-\Omega) : (-\Psi)$ "
 folgt:

$$q = (-\Omega) : (-\Psi).$$

5: Aus 4.3 "... $q = (-\Omega) : (-\Psi)$ " und
 aus 3.1 "... $\Phi = -\Omega$ "
 folgt:

$$q = \Phi : (-\Psi).$$

6: Aus 5 "... $q = \Phi : (-\Psi)$ " und
 aus 3.2 "... $\Upsilon = -\Psi$ "
 folgt:

$$q = \Phi : \Upsilon.$$

7: Aus 3.1 "... $\exists \Phi \dots$ ",
 aus 3.2 "... $\exists \Upsilon \dots$ ",
 aus 4.1 "... $\Phi \in \mathbb{N}$ ",
 aus 4.2 "... $\Upsilon \in \mathbb{Z}$ " und
 aus 6 "... $q = \Phi : \Upsilon$ "
 folgt:

$$\exists \Phi, \Upsilon : (\Phi \in \mathbb{N}) \wedge (\Upsilon \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Phi : \Upsilon).$$

Ende Fallunterscheidung

In beiden Fällen gilt:

$$\exists \Phi, \Upsilon : (\Phi \in \mathbb{N}) \wedge (\Upsilon \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Phi : \Upsilon).$$

Beweis **198-5** c) VS gleich

$$q \in \mathbb{Q}.$$

- 1: Aus VS gleich “ $q \in \mathbb{Q}$ ”
folgt via **198-4**:

$$\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Omega : \Psi).$$

- 2: Aus 1 “ $\dots \Psi \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-6**:

$$(\Psi \in \mathbb{N}) \vee (-\Psi \in \mathbb{N}).$$

Fallunterscheidung

2.1.Fall

$$\Psi \in \mathbb{N}.$$

- 3.1: Es gilt:

$$\exists \Phi : \Phi = \Omega.$$

- 3.2: Es gilt:

$$\exists \Upsilon : \Upsilon = \Psi.$$

- 4.1: Aus 1 “ $\dots \Omega \in \mathbb{Z} \dots$ ” und
aus 3.1 “ $\dots \Phi = \Omega$ ”
folgt:

$$\Phi \in \mathbb{Z}.$$

- 4.2: Aus 2.1.Fall “ $\Psi \in \mathbb{N}$ ” und
aus 3.2 “ $\dots \Upsilon = \Psi$ ”
folgt:

$$\Upsilon \in \mathbb{N}.$$

- 4.3: Aus 1 “ $\dots q = \Omega : \Psi$ ” und
aus 3.1 “ $\dots \Phi = \Omega$ ”
folgt:

$$q = \Phi : \Psi.$$

- 5: Aus 4.3 “ $q = \Phi : \Psi$ ” und
aus 3.2 “ $\dots \Upsilon = \Psi$ ”
folgt:

$$q = \Phi : \Upsilon.$$

- 6: Aus 3.1 “ $\exists \Phi \dots$ ”,
aus 3.2 “ $\exists \Upsilon \dots$ ”,
aus 4.1 “ $\Phi \in \mathbb{Z}$ ”,
aus 4.2 “ $\Upsilon \in \mathbb{N}$ ” und
aus 5 “ $q = \Phi : \Upsilon$ ”
folgt:

$$\exists \Phi, \Upsilon : (\Phi \in \mathbb{Z}) \wedge (\Upsilon \in \mathbb{N}) \wedge (q = \Phi : \Upsilon).$$

...

Beweis 198-5 c) VS gleich

 $q \in \mathbb{Q}$.

...

Fallunterscheidung

...

2.2.Fall

$$-\Psi \in \mathbb{N}.$$

3.1: Es gilt:

$$\exists \Phi : \Phi = -\Omega.$$

3.2: Es gilt:

$$\exists \Upsilon : \Upsilon = -\Psi.$$

3.3: Via **FS-** gilt:

$$\Omega : \Psi = (-\Omega) : (-\Psi).$$

3.4: Aus 1 "... $\Omega \in \mathbb{Z}$..."folgt via **164-8**:

$$-\Omega \in \mathbb{Z}.$$

4.1: Aus 3.1 "... $\Phi = -\Omega$ " undaus 3.4 "... $-\Omega \in \mathbb{Z}$ "

folgt:

$$\Phi \in \mathbb{Z}.$$

4.2: Aus 2.2.Fall "... $-\Psi \in \mathbb{N}$ " undaus 3.2 "... $\Upsilon = -\Psi$ "

folgt:

$$\Upsilon \in \mathbb{N}.$$

4.3: Aus 1 "... $q = \Omega : \Psi$ " undaus 3.3 "... $\Omega : \Psi = (-\Omega) : (-\Psi)$ "

folgt:

$$q = (-\Omega) : (-\Psi).$$

5: Aus 4.3 "... $q = (-\Omega) : (-\Psi)$ " undaus 3.1 "... $\Phi = -\Omega$ "

folgt:

$$q = \Phi : (-\Psi).$$

6: Aus 5 "... $q = \Phi : (-\Psi)$ " undaus 3.2 "... $\Upsilon = -\Psi$ "

folgt:

$$q = \Phi : \Upsilon.$$

7: Aus 3.1 "... $\exists \Phi \dots$ ",aus 3.2 "... $\exists \Upsilon \dots$ ",aus 4.1 "... $\Phi \in \mathbb{Z}$ ",aus 4.2 "... $\Upsilon \in \mathbb{N}$ " undaus 6 "... $q = \Phi : \Upsilon$ "

folgt:

$$\exists \Phi, \Upsilon : (\Phi \in \mathbb{Z}) \wedge (\Upsilon \in \mathbb{N}) \wedge (q = \Phi : \Upsilon).$$

Ende Fallunterscheidung

In beiden Fällen gilt:

$$\exists \Phi, \Upsilon : (\Phi \in \mathbb{Z}) \wedge (\Upsilon \in \mathbb{N}) \wedge (q = \Phi : \Upsilon).$$

Beweis 198-5 d) VS gleich

$$(l \in \mathbb{Z}) \wedge (m \in \mathbb{Z}).$$

1.1: Aus VS gleich “ $(l \in \mathbb{Z}) \wedge (m \in \mathbb{Z})$ ”
folgt via **198-4**:

$$l : m \in \mathbb{Q}.$$

1.2: Aus VS gleich “ $l \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-8**:

$$-l \in \mathbb{Z}.$$

1.3: Aus VS gleich “ $\dots m \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **164-8**:

$$-m \in \mathbb{Z}.$$

1.4: Via **FS-** : gilt:

$$(-l) : (-m) = l : m.$$

2.1: Aus 1.2 “ $-l \in \mathbb{Z}$ ” und
aus VS gleich “ $\dots m \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **198-4**:

$$(-l) : m \in \mathbb{Q}.$$

2.2: Aus VS gleich “ $l \in \mathbb{Z} \dots$ ” und
aus 1.3 “ $-m \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **198-4**:

$$l : (-m) \in \mathbb{Q}.$$

2.3: Aus 1.4 “ $(-l) : (-m) = l : m$ ” und
aus 1.1 “ $l : m \in \mathbb{Q}$ ”
folgt:

$$(-l) : (-m) \in \mathbb{Q}.$$

3: Aus 1.1 “ $l : m \in \mathbb{Q}$ ”,
aus 2.1 “ $(-l) : m \in \mathbb{Q}$ ”,
aus 2.2 “ $l : (-m) \in \mathbb{Q}$ ” und
aus 2.3 “ $(-l) : (-m) \in \mathbb{Q}$ ”
folgt:

$$(l : m \in \mathbb{Q}) \wedge ((-l) : m \in \mathbb{Q}) \wedge (l : (-m) \in \mathbb{Q}) \wedge ((-l) : (-m) \in \mathbb{Q}).$$

e) VS gleich

$$(l \in \mathbb{Z}) \wedge (n \in \mathbb{N}).$$

1: Aus VS gleich “ $\dots n \in \mathbb{N}$ ”
folgt via **164-6**:

$$n \in \mathbb{Z}.$$

2: Aus VS gleich “ $l \in \mathbb{Z} \dots$ ” und
aus 1 “ $n \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via des bereits bewiesenen d):

$$(l : n \in \mathbb{Q}) \wedge ((-l) : n \in \mathbb{Q}) \wedge (l : (-n) \in \mathbb{Q}) \wedge ((-l) : (-n) \in \mathbb{Q}).$$

Beweis 198-5 f) VS gleich

$$(n \in \mathbb{N}) \wedge (l \in \mathbb{Z}).$$

- 1: Aus VS gleich “ $n \in \mathbb{N} \dots$ ”
folgt via **164-6**:

$$n \in \mathbb{Z}.$$

- 2: Aus 1 “ $n \in \mathbb{Z}$ ” und
aus VS gleich “ $\dots l \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via des bereits bewiesenen d):

$$(n : l \in \mathbb{Q}) \wedge ((-n) : l \in \mathbb{Q}) \wedge (n : (-l) \in \mathbb{Q}) \wedge ((-n) : (-l) \in \mathbb{Q}).$$

g) VS gleich

$$(n \in \mathbb{N}) \wedge (m \in \mathbb{N}).$$

- 1: Aus VS gleich “ $n \in \mathbb{N} \dots$ ”
folgt via **164-6**:

$$n \in \mathbb{Z}.$$

- 2: Aus 1 “ $n \in \mathbb{Z}$ ” und
aus VS gleich “ $\dots m \in \mathbb{N}$ ”
folgt via des bereits bewiesenen e):

$$(n : m \in \mathbb{Q}) \wedge ((-n) : m \in \mathbb{Q}) \wedge (n : (-m) \in \mathbb{Q}) \wedge ((-n) : (-m) \in \mathbb{Q}).$$

□

198-6. Bei \mathbb{Q} handelt es sich um eine \mathbb{N} , \mathbb{Z} umfassende Menge, die Teilklasse von \mathbb{R} , \mathbb{S} , \mathbb{T} , \mathbb{C} , \mathbb{B} , \mathbb{A} ist. Die Beweis-Reihenfolge ist c) - b) - d) - a) - e) - f) - g) - h) - i):

198-6(Satz)

- a) \mathbb{Q} Menge.
- b) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$.
- c) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$.
- d) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$.
- e) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{S}$.
- f) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{T}$.
- g) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{C}$.
- h) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{B}$.
- i) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{A}$.

Beweis 198-6

RECH-Notation.

Beweis 198-6 c)**Thema1**

$$\alpha \in \mathbb{Z}.$$

1.1: Aus Thema1 " $\alpha \in \mathbb{Z}$ "
folgt via **164-5**:

$$\alpha \text{ Zahl.}$$

1.2: Aus Thema1 " $\alpha \in \mathbb{Z}$ " und
aus **166-1** " $1 \in \mathbb{Z}$ "
folgt via **198-5**:

$$\alpha : 1 \in \mathbb{Q}.$$

2: Aus 1.1 " $\alpha \text{ Zahl}$ "
folgt via **FSD1**:

$$\alpha : 1 = \alpha.$$

3: Aus 1.2 " $\alpha : 1 \in \mathbb{Q}$ " und
aus 2 " $\alpha : 1 = \alpha$ "
folgt:

$$\alpha \in \mathbb{Q}.$$

Ergo Thema1:

$$\forall \alpha : (\alpha \in \mathbb{Z}) \Rightarrow (\alpha \in \mathbb{Q}).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}.$$

b)

1: Via des bereits bewiesenen c) gilt:

$$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}.$$

2: Aus **164-4** " $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$ " und
aus 1 " $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ "
folgt via **0-6**:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}.$$

Beweis **198-6** d)

Thema1	$\alpha \in \mathbb{Q}.$
2: Aus Thema1 “ $\alpha \in \mathbb{Q}$ ” folgt via 198-5 :	$\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (\alpha = \Omega : \Psi).$
3.1: Aus 2 “ $\dots \Omega \in \mathbb{Z} \dots$ ” folgt via 164-5 :	$\Omega \in \mathbb{R}.$
3.2: Aus 2 “ $\dots \Psi \in \mathbb{Z} \dots$ ” folgt via 164-5 :	$\Psi \in \mathbb{R}.$
4: Aus 3.1 “ $\Omega \in \mathbb{R}$ ” und aus 3.2 “ $\Psi \in \mathbb{R}$ ” folgt via SZ :	$\Omega : \Psi \in \mathbb{R}.$
5: Aus 2 “ $\dots \alpha = \Omega : \Psi$ ” und aus 4 “ $\Omega : \Psi \in \mathbb{R}$ ” folgt:	$\alpha \in \mathbb{R}.$

Ergo **Thema1**:

$$\forall \alpha : (\alpha \in \mathbb{Q}) \Rightarrow (\alpha \in \mathbb{R}).$$

Konsequenz via **0-2(Def)**:

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}.$$

Beweis 198-6 aefghi)

- 1: Via des bereits bewiesenen d) gilt: $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$.
- 2.a): Aus 1 " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ " und
aus **95-3** " \mathbb{R} Menge"
folgt via **TeilMengenAxiom**: \mathbb{Q} Menge.
- 2.e): Aus 1 " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ " und
aus **⊆SZ** " $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{S}$ "
folgt via **0-6**: $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{S}$.
- 2.f): Aus 1 " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ " und
aus **⊆SZ** " $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{T}$ "
folgt via **0-6**: $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{T}$.
- 2.g): Aus 1 " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ " und
aus **⊆SZ** " $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$ "
folgt via **0-6**: $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{C}$.
- 2.h): Aus 1 " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ " und
aus **⊆SZ** " $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{B}$ "
folgt via **0-6**: $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{B}$.
- 2.i): Aus 1 " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ " und
aus **⊆SZ** " $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{A}$ "
folgt via **0-6**: $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{A}$.

□

198-7. Jede natürliche Zahl, jede ganze Zahl, ist eine rationale Zahl:

198-7(Satz)

- a) Aus " $n \in \mathbb{N}$ " folgt " $n \in \mathbb{Q}$ ".
- b) Aus " $l \in \mathbb{Z}$ " folgt " $l \in \mathbb{Q}$ ".

Beweis 198-7 a) VS gleich

$n \in \mathbb{N}$.

Aus VS gleich " $n \in \mathbb{N}$ " und
aus **198-6** " $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$ "
folgt via **0-4**:

$n \in \mathbb{Q}$.

b) VS gleich

$l \in \mathbb{Z}$.

Aus VS gleich " $l \in \mathbb{Z}$ " und
aus **198-6** " $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ "
folgt via **0-4**:

$l \in \mathbb{Q}$.

□

198-8. Jede rationale Zahl ist reelle, sreelle, treelle, komplexe, bkomplexe Zahl und Zahl:

198-8(Satz)

Es geqte:

$$\rightarrow q \in \mathbb{Q}.$$

Dann folgt:

a) $q \in \mathbb{R}.$

b) $q \in \mathbb{S}.$

c) $q \in \mathbb{T}.$

d) $q \in \mathbb{C}.$

e) $q \in \mathbb{B}.$

f) $q \text{ Zahl}.$

Beweis 198-8 VS gleich

$$q \in \mathbb{Q}.$$

1.a): Aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q}$ " und
aus **198-6** " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ "
folgt via **0-4**:

$$q \in \mathbb{R}.$$

1.b): Aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q}$ " und
aus **198-6** " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{S}$ "
folgt via **0-4**:

$$q \in \mathbb{S}.$$

1.c): Aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q}$ " und
aus **198-6** " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{T}$ "
folgt via **0-4**:

$$q \in \mathbb{T}.$$

1.d): Aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q}$ " und
aus **198-6** " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{C}$ "
folgt via **0-4**:

$$q \in \mathbb{C}.$$

1.e): Aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q}$ " und
aus **198-6** " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{B}$ "
folgt via **0-4**:

$$q \in \mathbb{B}.$$

1.1: Aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q}$ " und
aus **198-6** " $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{A}$ "
folgt via **0-4**:

$$q \in \mathbb{A}.$$

2: Aus 1.1 " $q \in \mathbb{A}$ "
folgt via **95-4(Def)**:

$$q \text{ Zahl.}$$

□

198-9. Vorbereitend für **198-10,11** wird nun gezeigt, dass \mathbb{Q} weder durch Vorzeichenwechsel, noch durch Reziprokswertbildung, noch durch Addition, noch durch Multiplikation verlassen werden kann:

198-9(Satz)

- a) Aus " $q \in \mathbb{Q}$ " folgt " $-q \in \mathbb{Q}$ ".
- b) Aus " $q \in \mathbb{Q}$ " folgt " $1 : q \in \mathbb{Q}$ ".
- c) Aus " $q \in \mathbb{Q}$ " und " $r \in \mathbb{Q}$ " folgt " $q + r \in \mathbb{Q}$ ".
- d) Aus " $q \in \mathbb{Q}$ " und " $r \in \mathbb{Q}$ " folgt " $q \cdot r \in \mathbb{Q}$ ".

RECH-Notation.

Beweis 198-9 a) VS gleich

$q \in \mathbb{Q}$.

1: Aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q}$ "
folgt via **198-5**:

$$\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Omega : \Psi).$$

2.1: Aus 1 " $\dots q = \Omega : \Psi$ "
folgt:

$$-q = -\Omega : \Psi.$$

2.2: Via **FS-** : gilt:

$$-\Omega : \Psi = (-\Omega) : \Psi.$$

2.3: Aus 1 " $\dots \Omega \in \mathbb{Z} \dots$ " und
aus 1 " $\dots \Psi \in \mathbb{Z} \dots$ "
folgt via **198-5**:

$$(-\Omega) : \Psi \in \mathbb{Q}.$$

3: Aus 2.1 " $-q = -\Omega : \Psi$ " und
aus 2.2 " $-\Omega : \Psi = (-\Omega) : \Psi$ "
folgt:

$$-q = (-\Omega) : \Psi.$$

4: Aus 3 " $-q = (-\Omega) : \Psi$ " und
aus 2.3 " $(-\Omega) : \Psi \in \mathbb{Q}$ "
folgt:

$$-q \in \mathbb{Q}.$$

Beweis 198-9 b) VS gleich

$$q \in \mathbb{Q}.$$

1: Aus VS gleich “ $q \in \mathbb{Q}$ ”
folgt via **198-5**:

$$\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Omega : \Psi).$$

2.1: Aus 1 “ $\dots q = \Omega : \Psi$ ”
folgt:

$$1 : q = 1 : (\Omega : \Psi).$$

2.2: Aus 1 “ $\dots \Omega \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-5**:

$$\Omega \in \mathbb{C}.$$

2.3: Aus 1 “ $\dots \Psi \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-5**:

$$\Psi \in \mathbb{C}.$$

2.4: Aus 1 “ $\dots \Psi \in \mathbb{Z} \dots$ ” und
aus 1 “ $\dots \Omega \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **198-5**:

$$\Psi : \Omega \in \mathbb{Q}.$$

3: Aus 2.2 “ $\Omega \in \mathbb{C}$ ” und
aus 2.3 “ $\Psi \in \mathbb{C}$ ”
folgt via **141-4**:

$$1 : (\Omega : \Psi) = \Psi : \Omega.$$

4: Aus 2.1 “ $1 : q = 1 : (\Omega : \Psi)$ ” und
aus 3 “ $1 : (\Omega : \Psi) = \Psi : \Omega$ ”
folgt:

$$1 : q = \Psi : \Omega.$$

5: Aus 4 “ $1 : q = \Psi : \Omega$ ” und
aus 2.4 “ $\Psi : \Omega \in \mathbb{Q}$ ”
folgt:

$$1 : q \in \mathbb{Q}.$$

Beweis 198-9 c) VS gleich

$$(q \in \mathbb{Q}) \wedge (r \in \mathbb{Q}).$$

1.1: Aus VS gleich “ $q \in \mathbb{Q} \dots$ ”
folgt via **198-5**:

$$\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Omega : \Psi).$$

1.2: Aus VS gleich “ $\dots r \in \mathbb{Q}$ ”
folgt via **198-5**:

$$\exists \Phi, \Upsilon : (\Phi \in \mathbb{Z}) \wedge (\Upsilon \in \mathbb{Z}) \wedge (r = \Phi : \Upsilon).$$

2.1: Aus 1.1 “ $\dots \Omega \in \mathbb{Z} \dots$ ” und
aus 1.2 “ $\dots \Upsilon \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-9**:

$$\Omega \cdot \Upsilon \in \mathbb{Z}.$$

2.2: Aus 1.1 “ $\dots \Psi \in \mathbb{Z} \dots$ ” und
aus 1.2 “ $\dots \Phi \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-9**:

$$\Psi \cdot \Phi \in \mathbb{Z}.$$

2.3: Aus 1.1 “ $\dots \Psi \in \mathbb{Z} \dots$ ” und
aus 1.2 “ $\dots \Upsilon \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-9**:

$$\Psi \cdot \Upsilon \in \mathbb{Z}.$$

3: Aus 2.1 “ $\Omega \cdot \Upsilon \in \mathbb{Z}$ ” und
aus 2.2 “ $\Psi \cdot \Phi \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **164-9**:

$$\Omega \cdot \Upsilon + \Psi \cdot \Phi \in \mathbb{Z}.$$

4: Aus 3 “ $\Omega \cdot \Upsilon + \Psi \cdot \Phi \in \mathbb{Z}$ ” und
aus 2.3 “ $\Psi \cdot \Upsilon \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **198-5**:

$$(\Omega \cdot \Upsilon + \Psi \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon) \in \mathbb{Q}.$$

5: Es gilt:

$$(\Psi = 0) \vee (\Upsilon = 0) \vee ((0 \neq \Psi) \wedge (0 \neq \Upsilon)).$$

Fallunterscheidung

...

Beweis **198-9 c)** VS gleich

$$(q \in \mathbb{Q}) \wedge (r \in \mathbb{Q}).$$

...

Fallunterscheidung

5.1.Fall

$$\Psi = 0.$$

6.1: Aus VS gleich " $r \in \mathbb{Q}$ "
folgt via **198-8**:

$$r \text{ Zahl.}$$

6.2: Aus 1.1 " $\dots \Omega \in \mathbb{Z} \dots$ "
folgt via **164-5**:

$$\Omega \text{ Zahl.}$$

6.3: Aus 1.1 " $\dots q = \Omega : \Psi$ " und
aus 5.1.Fall " $\Psi = 0$ "
folgt:

$$q = \Omega : 0.$$

7.1: Aus 6.1 " $r \text{ Zahl}$ "
folgt via **FSA0**:

$$0 + r = r.$$

7.2: Aus 6.2 " $\Omega \text{ Zahl}$ "
folgt via **FSD0**:

$$\Omega : 0 = 0.$$

$$8: \quad q + r \stackrel{6.3}{=} \Omega : 0 + r \stackrel{7.2}{=} 0 + r \stackrel{7.1}{=} r.$$

9: Aus 8 " $q + r = \dots = r$ " und
aus VS gleich " $\dots r \in \mathbb{Q}$ "
folgt:

$$q + r \in \mathbb{Q}.$$

5.2.Fall

$$\Upsilon = 0.$$

6.1: Aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q}$ "
folgt via **198-8**:

$$q \text{ Zahl.}$$

6.2: Aus 1.2 " $\dots \Phi \in \mathbb{Z} \dots$ "
folgt via **164-5**:

$$\Phi \text{ Zahl.}$$

6.3: Aus 1.2 " $\dots r = \Phi : \Upsilon$ " und
aus 5.2.Fall " $\Upsilon = 0$ "
folgt:

$$r = \Phi : 0.$$

7.1: Aus 6.1 " $q \text{ Zahl}$ "
folgt via **FSA0**:

$$q + 0 = q.$$

7.2: Aus 6.2 " $\Phi \text{ Zahl}$ "
folgt via **FSD0**:

$$\Phi : 0 = 0.$$

$$8: \quad q + r \stackrel{6.3}{=} q + \Phi : 0 \stackrel{7.2}{=} q + 0 \stackrel{7.1}{=} q.$$

9: Aus 8 " $q + r = \dots = q$ " und
aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q} \dots$ "
folgt:

$$q + r \in \mathbb{Q}.$$

...

Beweis **198-9 c)** VS gleich

$$(q \in \mathbb{Q}) \wedge (r \in \mathbb{Q}).$$

...

Fallunterscheidung

...

5.3.Fall

$$(0 \neq \Psi) \wedge (0 \neq \Upsilon).$$

6.1: Aus 1.1 "... $\Omega \in \mathbb{Z}$..."folgt via **164-5**:

$$\Omega \in \mathbb{C}.$$

6.2: Aus 1.1 "... $\Psi \in \mathbb{Z}$..."folgt via **164-5**:

$$\Psi \in \mathbb{C}.$$

6.3: Aus 1.2 "... $\Phi \in \mathbb{Z}$..."folgt via **164-5**:

$$\Phi \in \mathbb{C}.$$

6.4: Aus 1.2 "... $\Upsilon \in \mathbb{Z}$..."folgt via **164-5**:

$$\Upsilon \in \mathbb{C}.$$

7: Aus 6.1 " $\Omega \in \mathbb{C}$ ",
 aus 5.3.Fall " $0 \neq \Psi$ ",
 aus 6.2 " $\Psi \in \mathbb{C}$ ",
 aus 6.3 " $\Phi \in \mathbb{C}$ ",
 aus aus 5.3.Fall "... $0 \neq \Upsilon$ " und
 aus 6.4 " $\Upsilon \in \mathbb{C}$ "

folgt via **151-1**:

$$\Omega : \Psi + \Phi : \Upsilon = (\Omega \cdot \Upsilon + \Psi \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon).$$

8: Aus 1.1 "... $q = \Omega : \Psi$ "

folgt:

$$q + r = \Omega : \Psi + r.$$

9: Aus 8 " $q + r = \Omega : \Psi + r$ " undaus 1.2 "... $r = \Phi : \Upsilon$ "

folgt:

$$q + r = \Omega : \Psi + \Phi : \Upsilon.$$

10: Aus 9 " $q + r = \Omega : \Psi + \Phi : \Upsilon$ " undaus 7 " $\Omega : \Psi + \Phi : \Upsilon = (\Omega \cdot \Upsilon + \Psi \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon)$ "

folgt:

$$q + r = (\Omega \cdot \Upsilon + \Psi \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon).$$

11: Aus 10 " $q + r = (\Omega \cdot \Upsilon + \Psi \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon)$ " undaus 4 " $(\Omega \cdot \Upsilon + \Psi \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon) \in \mathbb{Q}$ "

folgt:

$$q + r \in \mathbb{Q}.$$

Ende Fallunterscheidung

In allen Fällen gilt:

$$q + r \in \mathbb{Q}.$$

Beweis 198-9 d) VS gleich

$$(q \in \mathbb{Q}) \wedge (r \in \mathbb{Q}).$$

1.1: Aus VS gleich “ $q \in \mathbb{Q} \dots$ ”
folgt via **198-5**:

$$\exists \Omega, \Psi : (\Omega \in \mathbb{Z}) \wedge (\Psi \in \mathbb{Z}) \wedge (q = \Omega : \Psi).$$

1.2: Aus VS gleich “ $\dots r \in \mathbb{Q}$ ”
folgt via **198-5**:

$$\exists \Phi, \Upsilon : (\Phi \in \mathbb{Z}) \wedge (\Upsilon \in \mathbb{Z}) \wedge (r = \Phi : \Upsilon).$$

2.1: Aus 1.1 “ $\dots \Omega \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-5**:

$$\Omega \in \mathbb{C}.$$

2.2: Aus 1.1 “ $\dots \Psi \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-5**:

$$\Psi \in \mathbb{C}.$$

2.3: Aus 1.2 “ $\dots \Phi \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-5**:

$$\Phi \in \mathbb{C}.$$

2.4: Aus 1.2 “ $\dots \Upsilon \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-5**:

$$\Upsilon \in \mathbb{C}.$$

2.5: Aus 1.1 “ $\dots \Omega \in \mathbb{Z} \dots$ ” und
aus 1.2 “ $\dots \Phi \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-9**:

$$\Omega \cdot \Phi \in \mathbb{Z}.$$

2.6: Aus 1.1 “ $\dots \Psi \in \mathbb{Z} \dots$ ” und
aus 1.2 “ $\dots \Upsilon \in \mathbb{Z} \dots$ ”
folgt via **164-9**:

$$\Psi \cdot \Upsilon \in \mathbb{Z}.$$

2.7: Aus 1.1 “ $\dots q = \Omega : \Psi$ ”
folgt:

$$q \cdot r = (\Omega : \Psi) \cdot r.$$

3.1: Aus 2.1 “ $\Omega \in \mathbb{C}$ ”,
aus 2.2 “ $\Psi \in \mathbb{C}$ ”,
aus 2.3 “ $\Phi \in \mathbb{C}$ ” und
aus 2.4 “ $\Upsilon \in \mathbb{C}$ ”
folgt via **141-12**:

$$(\Omega : \Psi) \cdot (\Phi : \Upsilon) = (\Omega \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon).$$

3.2: Aus 2.5 “ $\Omega \cdot \Phi \in \mathbb{Z}$ ” und
aus 2.6 “ $\Psi \cdot \Upsilon \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **198-5**:

$$(\Omega \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon) \in \mathbb{Q}.$$

3.3: Aus 2.7 “ $q \cdot r = (\Omega : \Psi) \cdot r$ ” und
aus 1.2 “ $\dots r = \Phi : \Upsilon$ ”
folgt:

$$q \cdot r = (\Omega : \Psi) \cdot (\Phi : \Upsilon).$$

...

Beweis 198-9 d) VS gleich

$$(q \in \mathbb{Q}) \wedge (r \in \mathbb{Q}).$$

...

4: Aus 3.3 " $q \cdot r = (\Omega : \Psi) \cdot (\Phi : \Upsilon)$ " und
aus 3.1 " $(\Omega : \Psi) \cdot (\Phi : \Upsilon) = (\Omega \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon)$ "
folgt:

$$q \cdot r = (\Omega \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon).$$

5: Aus 4 " $q \cdot r = (\Omega \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon)$ " und
aus 3.2 " $(\Omega \cdot \Phi) : (\Psi \cdot \Upsilon) \in \mathbb{Q}$ "
folgt:

$$q \cdot r \in \mathbb{Q}.$$

198-10. Es gilt eine zu **100-6** analoge Aussage für \mathbb{Q} :

198-10(Satz)

Die Aussagen i), ii), iii) sind äquivalent:

i) $q \in \mathbb{Q}$.

ii) $-q \in \mathbb{Q}$.

iii) $-(-q) \in \mathbb{Q}$.

RECH-Notation.

Beweis **198-10** $\boxed{i) \Rightarrow ii)}$ VS gleich

$$q \in \mathbb{Q}.$$

Aus VS gleich " $q \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$-q \in \mathbb{Q}.$$

$\boxed{ii) \Rightarrow iii)}$ VS gleich

$$-q \in \mathbb{Q}.$$

Aus VS gleich " $-q \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$-(-q) \in \mathbb{Q}.$$

$\boxed{iii) \Rightarrow i)}$ VS gleich

$$-(-q) \in \mathbb{Q}.$$

1: Aus VS gleich " $-(-q) \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-8**:

$$-(-q) \text{ Zahl.}$$

2: Aus 1 " $-(-q) \text{ Zahl}$ "

folgt via **100-6**:

$$q \text{ Zahl.}$$

3: Aus 2 " $q \text{ Zahl}$ "

folgt via **FS--**:

$$-(-q) = q.$$

4: Aus VS gleich " $-(-q) \in \mathbb{Q}$ " und

aus 3 " $-(-q) = q$ "

folgt:

$$q \in \mathbb{Q}.$$

□

198-11. Die Menge der rationalen Zahlen kann auch durch Kombination verschiedener Grundrechenarten nicht verlassen werden:

198-11(Satz)

Es gelte:

$$\rightarrow q \in \mathbb{Q}.$$

$$\rightarrow r \in \mathbb{Q}.$$

Dann folgt:

a) $q + r \in \mathbb{Q}.$

b) $q - r \in \mathbb{Q}.$

c) $-q + r \in \mathbb{Q}.$

d) $-q - r \in \mathbb{Q}.$

e) $q \cdot r \in \mathbb{Q}.$

f) $q \cdot (-r) \in \mathbb{Q}.$

g) $(-q) \cdot r \in \mathbb{Q}.$

h) $(-q) \cdot (-r) \in \mathbb{Q}.$

i) $q : r \in \mathbb{Q}.$

j) $q : (-r) \in \mathbb{Q}.$

k) $(-q) : r \in \mathbb{Q}.$

l) $(-q) : (-r) \in \mathbb{Q}.$

RECH-Notation.

Beweis 198-11 a)

Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ " und

aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$q + r \in \mathbb{Q}.$$

b)

1: Aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$-r \in \mathbb{Q}.$$

2: Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ " und

aus 1 " $-r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$q + (-r) \in \mathbb{Q}.$$

3: Aus " $q - r = q + (-r)$ " und

aus 2 " $q + (-r) \in \mathbb{Q}$ "

folgt:

$$q - r \in \mathbb{Q}.$$

c)

1: Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ " und

aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via des bereits bewiesenen b):

$$q - r \in \mathbb{Q}.$$

2: Aus 1 " $q - r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$-(q - r) \in \mathbb{Q}.$$

3: Via **FS**-+ gilt:

$$-q + r = -(q - r).$$

4: Aus 3 " $-q + r = -(q - r)$ " und

aus 2 " $-(q - r) \in \mathbb{Q}$ "

folgt:

$$-q + r \in \mathbb{Q}.$$

d)

1: Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ " und

aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$q + r \in \mathbb{Q}.$$

2: Aus 1 " $q + r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$-(q + r) \in \mathbb{Q}.$$

3: Via **FS**-+ gilt:

$$-q - r = -(q + r).$$

4: Aus 3 " $-q - r = -(q + r)$ " und

aus 2 " $-(q + r) \in \mathbb{Q}$ "

folgt:

$$-q - r \in \mathbb{Q}.$$

Beweis 198-11 e)

Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ " und

aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$q \cdot r \in \mathbb{Q}.$$

f)

1: Aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$-r \in \mathbb{Q}.$$

2: Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ " und

aus 1 " $-r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$q \cdot (-r) \in \mathbb{Q}.$$

g)

1: Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$-q \in \mathbb{Q}.$$

2: Aus 1 " $-q \in \mathbb{Q}$ " und

aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$(-q) \cdot r \in \mathbb{Q}.$$

h)

1.1: Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$-q \in \mathbb{Q}.$$

1.2: Aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$-r \in \mathbb{Q}.$$

2: Aus 1.1 " $-q \in \mathbb{Q}$ " und

aus 1.2 " $-r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$(-q) \cdot (-r) \in \mathbb{Q}.$$

i)

1: Aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via **198-9**:

$$1 : r \in \mathbb{Q}.$$

2: Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ " und

aus 1 " $1 : r \in \mathbb{Q}$ "

folgt via des bereits bewiesenen e):

$$q \cdot (1 : r) \in \mathbb{Q}.$$

3: Via **136-1** gilt:

$$q : r = q \cdot (1 : r).$$

4: Aus 3 " $q : r = q \cdot (1 : r)$ " und

aus 2 " $q \cdot (1 : r) \in \mathbb{Q}$ "

folgt:

$$q : r \in \mathbb{Q}.$$

Beweis 198-11 j)

1: Aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "
 folgt via **198-9**: $-r \in \mathbb{Q}$.

2: Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ " und
 aus 1 " $-r \in \mathbb{Q}$ "
 folgt via des bereits bewiesenen i): $q : (-r) \in \mathbb{Q}$.

k)

1: Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ "
 folgt via **198-9**: $-q \in \mathbb{Q}$.

2: Aus 1 " $-q \in \mathbb{Q}$ " und
 aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "
 folgt via des bereits bewiesenen i): $(-q) : r \in \mathbb{Q}$.

l)

1.1: Aus \rightarrow " $q \in \mathbb{Q}$ "
 folgt via **198-9**: $-q \in \mathbb{Q}$.

1.2: Aus \rightarrow " $r \in \mathbb{Q}$ "
 folgt via **198-9**: $-r \in \mathbb{Q}$.

2: Aus 1.1 " $-q \in \mathbb{Q}$ " und
 aus 1.2 " $-r \in \mathbb{Q}$ "
 folgt via des bereits bewiesenen i): $(-q) : (-r) \in \mathbb{Q}$.

□

3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. ten.
∈schola.

Ersterstellung: 20/06/12

Letzte Änderung: 20/06/12

199-1. Im zweihundertsten Essay werden die restlichen Ziffern inclusive **ten** in das LebensWerk eingeführt. **ten** ist wonach **ten** aussieht:

199-1(Definition)

- 1) $3 = 1 + 2.$
- 2) $4 = 1 + 3.$
- 3) $5 = 1 + 4.$
- 4) $6 = 1 + 5.$
- 5) $7 = 1 + 6.$
- 6) $8 = 1 + 7.$
- 7) $9 = 1 + 8.$
- 8) $\text{ten} = 1 + 9.$

RECH-Notation.

199-2. Falls $n \in \mathbb{N}$, dann $0 < 1 + n \in \mathbb{N}$ und $-(1 + n)$ ist *keine* natürliche Zahl:

199-2(Satz)

Es gelte:

$\rightarrow) n \in \mathbb{N}.$

Dann folgt:

a) $0 < 1 + n \in \mathbb{N}.$

b) $-(1 + n) \notin \mathbb{N}.$

RECH. \leq -Notation.

Beweis 199-2

- 1.1: Aus $\rightarrow) "n \in \mathbb{N}"$
folgt via **159-10**: $1 + n \in \mathbb{N}.$
- 1.2: Aus $\rightarrow) "n \in \mathbb{N}"$
folgt via **159-11**: $n \in \mathbb{R}.$
- 1.3: Aus $\rightarrow) "n \in \mathbb{N}"$
folgt via **159-11**: $0 \leq n.$
- 2: Aus 1.2 " $n \in \mathbb{R}$ "
folgt via **196-3**: $n < 1 + n.$
- 3: Aus 1.3 " $0 \leq n$ " und
aus 2 " $n < 1 + n$ "
folgt via **107-8**: $0 < 1 + n.$
- 4.a): Aus 3 " $0 < 1 + n$ " und
aus 1.1 " $1 + n \in \mathbb{N}$ "
folgt: $0 < 1 + n \in \mathbb{N}.$
- 5: Aus 4.a) " $0 < 1 + n \dots$ "
folgt via **109-16**: $-(1 + n) < 0.$
- 6.b): Aus 5 " $-(1 + n) < 0$ "
folgt via **159-12**: $-(1 + n) \notin \mathbb{N}.$

□

199-3. In der ersten von etlichen “Schul Tafeln” wird unter anderem die “Mengen-Eigenschaft” und die Zugehörigkeit der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und von **ten** zu den Mengen $\mathbb{R}, \mathbb{S}, \mathbb{T}, \mathbb{C}, \mathbb{B}, \mathbb{A}$ thematisiert. Im Hinblick auf die Fülle der damit einhergehenden Aussagen ist es angebracht, die Beweis-Struktur ein weiteres Mal zu reformieren. Ab sofort werden die in einer “und-Aussage” auftretenden Einzelaussagen am Ende des Beweises nicht mehr aus den Zwischenresultaten zusammen

gefasst, sondern es werden die Einzelaussagen in eine fbox geschrieben.

Dabei kann es zu einer Änderung der Reihenfolge kommen. Das eventuell notwendige Permutieren der Aussagen und der Schritt des Zusammenfassens bleibt den Lesern überlassen:

199-3(Satz) (€schola)

- a) “ $0 \in \mathbb{N}$ ” und “ $0 \in \mathbb{Z}$ ” und “ $0 \in \mathbb{Q}$ ” und “ $0 \in \mathbb{R}$ ”
und “ $0 \in \mathbb{S}$ ” und “ $0 \in \mathbb{T}$ ” und “ $0 \in \mathbb{C}$ ” und “ $0 \in \mathbb{B}$ ”
und “0 Zahl” und “0 Menge”.
- b) “ $1 \in \mathbb{N}$ ” und “ $1 \in \mathbb{Z}$ ” und “ $1 \in \mathbb{Q}$ ” und “ $1 \in \mathbb{R}$ ”
und “ $1 \in \mathbb{S}$ ” und “ $1 \in \mathbb{T}$ ” und “ $1 \in \mathbb{C}$ ” und “ $1 \in \mathbb{B}$ ”
und “1 Zahl” und “1 Menge”.
- c) “ $2 \in \mathbb{N}$ ” und “ $2 \in \mathbb{Z}$ ” und “ $2 \in \mathbb{Q}$ ” und “ $2 \in \mathbb{R}$ ”
und “ $2 \in \mathbb{S}$ ” und “ $2 \in \mathbb{T}$ ” und “ $2 \in \mathbb{C}$ ” und “ $2 \in \mathbb{B}$ ”
und “2 Zahl” und “2 Menge”.
- d) “ $3 \in \mathbb{N}$ ” und “ $3 \in \mathbb{Z}$ ” und “ $3 \in \mathbb{Q}$ ” und “ $3 \in \mathbb{R}$ ”
und “ $3 \in \mathbb{S}$ ” und “ $3 \in \mathbb{T}$ ” und “ $3 \in \mathbb{C}$ ” und “ $3 \in \mathbb{B}$ ”
und “3 Zahl” und “3 Menge”.
- e) “ $4 \in \mathbb{N}$ ” und “ $4 \in \mathbb{Z}$ ” und “ $4 \in \mathbb{Q}$ ” und “ $4 \in \mathbb{R}$ ”
und “ $4 \in \mathbb{S}$ ” und “ $4 \in \mathbb{T}$ ” und “ $4 \in \mathbb{C}$ ” und “ $4 \in \mathbb{B}$ ”
und “4 Zahl” und “4 Menge”.
- f) “ $5 \in \mathbb{N}$ ” und “ $5 \in \mathbb{Z}$ ” und “ $5 \in \mathbb{Q}$ ” und “ $5 \in \mathbb{R}$ ”
und “ $5 \in \mathbb{S}$ ” und “ $5 \in \mathbb{T}$ ” und “ $5 \in \mathbb{C}$ ” und “ $5 \in \mathbb{B}$ ”
und “5 Zahl” und “5 Menge”.
- g) “ $6 \in \mathbb{N}$ ” und “ $6 \in \mathbb{Z}$ ” und “ $6 \in \mathbb{Q}$ ” und “ $6 \in \mathbb{R}$ ”
und “ $6 \in \mathbb{S}$ ” und “ $6 \in \mathbb{T}$ ” und “ $6 \in \mathbb{C}$ ” und “ $6 \in \mathbb{B}$ ”
und “6 Zahl” und “6 Menge”.

...

199-3(Satz) (∈schola)

...

- h) " $7 \in \mathbb{N}$ " und " $7 \in \mathbb{Z}$ " und " $7 \in \mathbb{Q}$ " und " $7 \in \mathbb{R}$ "
und " $7 \in \mathbb{S}$ " und " $7 \in \mathbb{T}$ " und " $7 \in \mathbb{C}$ " und " $7 \in \mathbb{B}$ "
und "7 Zahl" und "7 Menge".
- i) " $8 \in \mathbb{N}$ " und " $8 \in \mathbb{Z}$ " und " $8 \in \mathbb{Q}$ " und " $8 \in \mathbb{R}$ "
und " $8 \in \mathbb{S}$ " und " $8 \in \mathbb{T}$ " und " $8 \in \mathbb{C}$ " und " $8 \in \mathbb{B}$ "
und "8 Zahl" und "8 Menge".
- j) " $9 \in \mathbb{N}$ " und " $9 \in \mathbb{Z}$ " und " $9 \in \mathbb{Q}$ " und " $9 \in \mathbb{R}$ "
und " $9 \in \mathbb{S}$ " und " $9 \in \mathbb{T}$ " und " $9 \in \mathbb{C}$ " und " $9 \in \mathbb{B}$ "
und "9 Zahl" und "9 Menge".
- k) "ten $\in \mathbb{N}$ " und "ten $\in \mathbb{Z}$ " und "ten $\in \mathbb{Q}$ " und "ten $\in \mathbb{R}$ "
und "ten $\in \mathbb{S}$ " und "ten $\in \mathbb{T}$ " und "ten $\in \mathbb{C}$ " und "ten $\in \mathbb{B}$ "
und "ten Zahl" und "ten Menge".
- l) " $-1 \notin \mathbb{N}$ " und " $-1 \in \mathbb{Z}$ " und " $-1 \in \mathbb{Q}$ " und " $-1 \in \mathbb{R}$ "
und " $-1 \in \mathbb{S}$ " und " $-1 \in \mathbb{T}$ " und " $-1 \in \mathbb{C}$ " und " $-1 \in \mathbb{B}$ "
und "-1 Zahl" und "-1 Menge".
- m) " $-2 \notin \mathbb{N}$ " und " $-2 \in \mathbb{Z}$ " und " $-2 \in \mathbb{Q}$ " und " $-2 \in \mathbb{R}$ "
und " $-2 \in \mathbb{S}$ " und " $-2 \in \mathbb{T}$ " und " $-2 \in \mathbb{C}$ " und " $-2 \in \mathbb{B}$ "
und "-2 Zahl" und "-2 Menge".
- n) " $-3 \notin \mathbb{N}$ " und " $-3 \in \mathbb{Z}$ " und " $-3 \in \mathbb{Q}$ " und " $-3 \in \mathbb{R}$ "
und " $-3 \in \mathbb{S}$ " und " $-3 \in \mathbb{T}$ " und " $-3 \in \mathbb{C}$ " und " $-3 \in \mathbb{B}$ "
und "-3 Zahl" und "-3 Menge".
- o) " $-4 \notin \mathbb{N}$ " und " $-4 \in \mathbb{Z}$ " und " $-4 \in \mathbb{Q}$ " und " $-4 \in \mathbb{R}$ "
und " $-4 \in \mathbb{S}$ " und " $-4 \in \mathbb{T}$ " und " $-4 \in \mathbb{C}$ " und " $-4 \in \mathbb{B}$ "
und "-4 Zahl" und "-4 Menge".
- p) " $-5 \notin \mathbb{N}$ " und " $-5 \in \mathbb{Z}$ " und " $-5 \in \mathbb{Q}$ " und " $-5 \in \mathbb{R}$ "
und " $-5 \in \mathbb{S}$ " und " $-5 \in \mathbb{T}$ " und " $-5 \in \mathbb{C}$ " und " $-5 \in \mathbb{B}$ "
und "-5 Zahl" und "-5 Menge".
- q) " $-6 \notin \mathbb{N}$ " und " $-6 \in \mathbb{Z}$ " und " $-6 \in \mathbb{Q}$ " und " $-6 \in \mathbb{R}$ "
und " $-6 \in \mathbb{S}$ " und " $-6 \in \mathbb{T}$ " und " $-6 \in \mathbb{C}$ " und " $-6 \in \mathbb{B}$ "
und "-6 Zahl" und "-6 Menge".

...

199-3(Satz) (∈schola)

...

- r) $-7 \notin \mathbb{N}$ und $-7 \in \mathbb{Z}$ und $-7 \in \mathbb{Q}$ und $-7 \in \mathbb{R}$
und $-7 \in \mathbb{S}$ und $-7 \in \mathbb{T}$ und $-7 \in \mathbb{C}$ und $-7 \in \mathbb{B}$
und -7 Zahl und -7 Menge".
- s) $-8 \notin \mathbb{N}$ und $-8 \in \mathbb{Z}$ und $-8 \in \mathbb{Q}$ und $-8 \in \mathbb{R}$
und $-8 \in \mathbb{S}$ und $-8 \in \mathbb{T}$ und $-8 \in \mathbb{C}$ und $-8 \in \mathbb{B}$
und -8 Zahl und -8 Menge".
- t) $-9 \notin \mathbb{N}$ und $-9 \in \mathbb{Z}$ und $-9 \in \mathbb{Q}$ und $-9 \in \mathbb{R}$
und $-9 \in \mathbb{S}$ und $-9 \in \mathbb{T}$ und $-9 \in \mathbb{C}$ und $-9 \in \mathbb{B}$
und -9 Zahl und -9 Menge".
- u) $-ten \notin \mathbb{N}$ und $-ten \in \mathbb{Z}$ und $-ten \in \mathbb{Q}$ und $-ten \in \mathbb{R}$
und $-ten \in \mathbb{S}$ und $-ten \in \mathbb{T}$ und $-ten \in \mathbb{C}$
und $-ten \in \mathbb{B}$ und $-ten$ Zahl und $-ten$ Menge".

Beweis 199-3 a)1.1: Via **159-10** gilt:

$$0 \in \mathbb{N}$$

1.2: Via **166-1** gilt:

$$0 \in \mathbb{Z}$$

2.1: Aus 1.2 " $0 \in \mathbb{Z}$ "folgt via **198-7**:

$$0 \in \mathbb{Q}$$

2.2: Via **AAI** gilt:

$$0 \in \mathbb{R}$$

2.3: Via **95-11** gilt:

$$0 \in \mathbb{S}$$

2.4: Via **95-12** gilt:

$$0 \in \mathbb{T}$$

2.5: Via **101-5** gilt:

$$0 \in \mathbb{C}$$

2.6: Via **101-7** gilt:

$$0 \in \mathbb{B}$$

2.7: Via **95-5** gilt:

$$0 \text{ Zahl}$$

2.8: Via **0UAxiom** gilt:

$$0 \text{ Menge}$$

Beweis 199-3 b)1.1: Via **159-10** gilt:

$$1 \in \mathbb{N}$$

1.2: Via **166-1** gilt:

$$1 \in \mathbb{Z}$$

2.1: Aus 1.2 “ $1 \in \mathbb{Z}$ ”folgt via **198-7**:

$$1 \in \mathbb{Q}$$

2.2: Via **AAI** gilt:

$$1 \in \mathbb{R}$$

2.3: Via **95-11** gilt:

$$1 \in \mathbb{S}$$

2.4: Via **95-12** gilt:

$$1 \in \mathbb{T}$$

2.5: Via **101-5** gilt:

$$1 \in \mathbb{C}$$

2.6: Via **101-7** gilt:

$$1 \in \mathbb{B}$$

2.7: Via **95-5** gilt:

1 Zahl

2.8: Via **95-2** gilt:

1 Menge

Beweis **199-3** c)

1.1: Via **159-10** gilt:

$$2 \in \mathbb{N}$$

1.2: Via **166-1** gilt:

$$2 \in \mathbb{Z}$$

2.1: Aus 1.2 " $2 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **198-7**:

$$2 \in \mathbb{Q}$$

2.2: Via **109-26** gilt:

$$2 \in \mathbb{R}$$

3.1: Aus 2.2 " $2 \in \mathbb{R}$ "

folgt via **∈SZ**:

$$2 \in \mathbb{S}$$

3.2: Aus 2.2 " $2 \in \mathbb{R}$ "

folgt via **∈SZ**:

$$2 \in \mathbb{T}$$

3.3: Aus 2.2 " $2 \in \mathbb{R}$ "

folgt via **∈SZ**:

$$2 \in \mathbb{C}$$

3.4: Aus 2.2 " $2 \in \mathbb{R}$ "

folgt via **∈SZ**:

$$2 \in \mathbb{B}$$

3.5: Aus 2.2 " $2 \in \mathbb{R}$ "

folgt via **∈SZ**:

$$2 \text{ Zahl}$$

3.6: Aus 2.2 " $2 \in \mathbb{R}$ "

folgt via **ElementAxiom**:

$$2 \text{ Menge}$$

Beweis 199-3 d)

1: Via des bereits bewiesenen c) gilt: $2 \in \mathbb{N}$.

2: Aus 1 “ $2 \in \mathbb{N}$ ”
folgt via **159-10**: $1 + 2 \in \mathbb{N}$.

3: Aus “ $3 = 1 + 2$ ” und
aus 2 “ $1 + 2 \in \mathbb{N}$ ”

folgt:

$$3 \in \mathbb{N}$$

4: Aus 3 “ $3 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **164-6**:

$$3 \in \mathbb{Z}$$

5: Aus 4 “ $3 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$$3 \in \mathbb{Q}$$

6.1: Aus 5 “ $3 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$3 \in \mathbb{R}$$

6.2: Aus 5 “ $3 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$3 \in \mathbb{S}$$

6.3: Aus 5 “ $3 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$3 \in \mathbb{T}$$

6.4: Aus 5 “ $3 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$3 \in \mathbb{C}$$

6.5: Aus 5 “ $3 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$3 \in \mathbb{B}$$

6.6: Aus 5 “ $3 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$3 \text{ Zahl}$$

...

Beweis 199-3 d) ...

6.7: Aus 5 “ $3 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

3 Menge

e)

1: Via des bereits bewiesenen d) gilt:

$3 \in \mathbb{N}$.

2: Aus 1 “ $3 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **159-10**:

$1 + 3 \in \mathbb{N}$.

3: Aus “ $4 = 1 + 3$ ” und
aus 2 “ $1 + 3 \in \mathbb{N}$ ”

folgt:

$4 \in \mathbb{N}$

4: Aus 3 “ $4 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **164-6**:

$4 \in \mathbb{Z}$

5: Aus 4 “ $4 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$4 \in \mathbb{Q}$

6.1: Aus 5 “ $4 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$4 \in \mathbb{R}$

6.2: Aus 5 “ $4 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$4 \in \mathbb{S}$

6.3: Aus 5 “ $4 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$4 \in \mathbb{T}$

6.4: Aus 5 “ $4 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$4 \in \mathbb{C}$

...

Beweis 199-3 e) ...

6.5: Aus $5 "4 \in \mathbb{Q}"$

folgt via **198-8**:

$$4 \in \mathbb{B}$$

6.6: Aus $5 "4 \in \mathbb{Q}"$

folgt via **198-8**:

4 Zahl

6.7: Aus $5 "4 \in \mathbb{Q}"$

folgt via **ElementAxiom**:

4 Menge

f)

1: Via des bereits bewiesenen e) gilt:

$$4 \in \mathbb{N}.$$

2: Aus $1 "4 \in \mathbb{N}"$

folgt via **159-10**:

$$1 + 4 \in \mathbb{N}.$$

3: Aus $"5 = 1 + 4"$ und
aus $2 "1 + 4 \in \mathbb{N}"$

folgt:

$$5 \in \mathbb{N}$$

4: Aus $3 "5 \in \mathbb{N}"$

folgt via **164-6**:

$$5 \in \mathbb{Z}$$

5: Aus $4 "5 \in \mathbb{Z}"$

folgt via **198-7**:

$$5 \in \mathbb{Q}$$

6.1: Aus $5 "5 \in \mathbb{Q}"$

folgt via **198-8**:

$$5 \in \mathbb{R}$$

6.2: Aus $5 "5 \in \mathbb{Q}"$

folgt via **198-8**:

$$5 \in \mathbb{S}$$

...

Beweis 199-3 f) ...

6.3: Aus $5 \text{ " } 5 \in \mathbb{Q} \text{ "}$

folgt via **198-8**:

$$5 \in \mathbb{T}$$

6.4: Aus $5 \text{ " } 5 \in \mathbb{Q} \text{ "}$

folgt via **198-8**:

$$5 \in \mathbb{C}$$

6.5: Aus $5 \text{ " } 5 \in \mathbb{Q} \text{ "}$

folgt via **198-8**:

$$5 \in \mathbb{B}$$

6.6: Aus $5 \text{ " } 5 \in \mathbb{Q} \text{ "}$

folgt via **198-8**:

5 Zahl

6.7: Aus $5 \text{ " } 5 \in \mathbb{Q} \text{ "}$

folgt via **ElementAxiom**:

5 Menge

g)

1: Via des bereits bewiesenen f) gilt:

$$5 \in \mathbb{N}.$$

2: Aus $1 \text{ " } 5 \in \mathbb{N} \text{ "}$

folgt via **159-10**:

$$1 + 5 \in \mathbb{N}.$$

3: Aus $\text{"}6 = 1 + 5\text{"}$ und
aus $2 \text{ " } 1 + 5 \in \mathbb{N} \text{ "}$

folgt:

$$6 \in \mathbb{N}$$

4: Aus $3 \text{ " } 6 \in \mathbb{N} \text{ "}$

folgt via **164-6**:

$$6 \in \mathbb{Z}$$

5: Aus $4 \text{ " } 6 \in \mathbb{Z} \text{ "}$

folgt via **198-7**:

$$6 \in \mathbb{Q}$$

...

Beweis 199-3 g) ...

6.1: Aus 5 “ $6 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$6 \in \mathbb{R}$$

6.2: Aus 5 “ $6 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$6 \in \mathbb{S}$$

6.3: Aus 5 “ $6 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$6 \in \mathbb{T}$$

6.4: Aus 5 “ $6 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$6 \in \mathbb{C}$$

6.5: Aus 5 “ $6 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$6 \in \mathbb{B}$$

6.6: Aus 5 “ $6 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

6 Zahl

6.7: Aus 5 “ $6 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **Element Axiom**:

6 Menge

h)

1: Via des bereits bewiesenen g) gilt:

$$6 \in \mathbb{N}.$$

2: Aus 1 “ $6 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **159-10**:

$$1 + 6 \in \mathbb{N}.$$

3: Aus “ $7 = 1 + 6$ ” und
aus 2 “ $1 + 6 \in \mathbb{N}$ ”

folgt:

$$7 \in \mathbb{N}$$

...

Beweis 199-3 h) ...

4: Aus 3“ $7 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **164-6**:

$$7 \in \mathbb{Z}$$

5: Aus 4“ $7 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$$7 \in \mathbb{Q}$$

6.1: Aus 5“ $7 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$7 \in \mathbb{R}$$

6.2: Aus 5“ $7 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$7 \in \mathbb{S}$$

6.3: Aus 5“ $7 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$7 \in \mathbb{T}$$

6.4: Aus 5“ $7 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$7 \in \mathbb{C}$$

6.5: Aus 5“ $7 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$7 \in \mathbb{B}$$

6.6: Aus 5“ $7 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

7 Zahl

6.7: Aus 5“ $7 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

7 Menge

Beweis 199-3 i)

1: Via des bereits bewiesenen h) gilt:	$7 \in \mathbb{N}.$
2: Aus 1 “ $7 \in \mathbb{N}$ ” folgt via 159-10 :	$1 + 7 \in \mathbb{N}.$
3: Aus “ $8 = 1 + 7$ ” und aus 2 “ $1 + 7 \in \mathbb{N}$ ” folgt:	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$8 \in \mathbb{N}$</div>
4: Aus 3 “ $8 \in \mathbb{N}$ ” folgt via 164-6 :	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$8 \in \mathbb{Z}$</div>
5: Aus 4 “ $8 \in \mathbb{Z}$ ” folgt via 198-7 :	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$8 \in \mathbb{Q}$</div>
6.1: Aus 5 “ $8 \in \mathbb{Q}$ ” folgt via 198-8 :	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$8 \in \mathbb{R}$</div>
6.2: Aus 5 “ $8 \in \mathbb{Q}$ ” folgt via 198-8 :	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$8 \in \mathbb{S}$</div>
6.3: Aus 5 “ $8 \in \mathbb{Q}$ ” folgt via 198-8 :	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$8 \in \mathbb{T}$</div>
6.4: Aus 5 “ $8 \in \mathbb{Q}$ ” folgt via 198-8 :	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$8 \in \mathbb{C}$</div>
6.5: Aus 5 “ $8 \in \mathbb{Q}$ ” folgt via 198-8 :	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$8 \in \mathbb{B}$</div>
6.6: Aus 5 “ $8 \in \mathbb{Q}$ ” folgt via 198-8 :	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">8 Zahl</div>
...	

Beweis 199-3 i) ...

6.7: Aus 5 “ $8 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

8 Menge

j)

1: Via des bereits bewiesenen i) gilt:

$8 \in \mathbb{N}$.

2: Aus 1 “ $8 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **159-10**:

$1 + 8 \in \mathbb{N}$.

3: Aus “ $9 = 1 + 8$ ” und
aus 2 “ $1 + 8 \in \mathbb{N}$ ”

folgt:

$9 \in \mathbb{N}$

4: Aus 3 “ $9 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **164-6**:

$9 \in \mathbb{Z}$

5: Aus 4 “ $9 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$9 \in \mathbb{Q}$

6.1: Aus 5 “ $9 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$9 \in \mathbb{R}$

6.2: Aus 5 “ $9 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$9 \in \mathbb{S}$

6.3: Aus 5 “ $9 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$9 \in \mathbb{T}$

6.4: Aus 5 “ $9 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$9 \in \mathbb{C}$

...

Beweis 199-3 j) ...

6.5: Aus 5 “ $9 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$9 \in \mathbb{B}$$

6.6: Aus 5 “ $9 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

9 Zahl

6.7: Aus 5 “ $9 \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

9 Menge

k)

1: Via des bereits bewiesenen i) gilt:

$$9 \in \mathbb{N}.$$

2: Aus 1 “ $9 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **159-10**:

$$1 + 9 \in \mathbb{N}.$$

3: Aus “ $\text{ten} = 1 + 9$ ” und
aus 2 “ $1 + 9 \in \mathbb{N}$ ”

folgt:

$$\text{ten} \in \mathbb{N}$$

4: Aus 3 “ $\text{ten} \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **164-6**:

$$\text{ten} \in \mathbb{Z}$$

5: Aus 4 “ $\text{ten} \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$$\text{ten} \in \mathbb{Q}$$

6.1: Aus 5 “ $\text{ten} \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$\text{ten} \in \mathbb{R}$$

6.2: Aus 5 “ $\text{ten} \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$\text{ten} \in \mathbb{S}$$

...

Beweis 199-3 k) ...

6.3: Aus 5“ $\text{ten} \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$\text{ten} \in \mathbb{T}$$

6.4: Aus 5“ $\text{ten} \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$\text{ten} \in \mathbb{C}$$

6.5: Aus 5“ $\text{ten} \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$\text{ten} \in \mathbb{B}$$

6.6: Aus 5“ $\text{ten} \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **198-8**:

$$\text{ten Zahl}$$

6.7: Aus 5“ $\text{ten} \in \mathbb{Q}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

$$\text{ten Menge}$$

1)

1.1: Aus **109-24**“ $-1 < 0$ ”

folgt via **159-12**:

$$-1 \notin \mathbb{N}$$

1.2: Via **166-1** gilt:

$$-1 \in \mathbb{Z}$$

2.1: Aus 1.2“ $-1 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$$-1 \in \mathbb{Q}$$

2.2: Aus 1.2“ $-1 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-1 \in \mathbb{R}$$

2.3: Aus 1.2“ $-1 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-1 \in \mathbb{S}$$

...

Beweis 199-3 1) ...

2.4: Aus 1.2“ $-1 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-1 \in \mathbb{T}$$

2.5: Aus 1.2“ $-1 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-1 \in \mathbb{C}$$

2.6: Aus 1.2“ $-1 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-1 \in \mathbb{B}$$

2.7: Aus 1.2“ $-1 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-1 \text{ Zahl}$$

2.8: Aus 1.2“ $-1 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

$$-1 \text{ Menge}$$

m)

1.1: Aus **109-26**“ $-2 < 0$ ”

folgt via **159-12**:

$$-2 \notin \mathbb{N}$$

1.2: Via **166-1** gilt:

$$-2 \in \mathbb{Z}$$

2.1: Aus 1.2“ $-2 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$$-2 \in \mathbb{Q}$$

2.2: Aus 1.2“ $-2 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-2 \in \mathbb{R}$$

2.3: Aus 1.2“ $-2 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-2 \in \mathbb{S}$$

...

Beweis 199-3 m) ...

2.4: Aus 1.2 " $-2 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$$-2 \in \mathbb{T}$$

2.5: Aus 1.2 " $-2 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$$-2 \in \mathbb{C}$$

2.6: Aus 1.2 " $-2 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$$-2 \in \mathbb{B}$$

2.7: Aus 1.2 " $-2 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$$-2 \text{ Zahl}$$

2.8: Aus 1.2 " $-2 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **ElementAxiom**:

$$-2 \text{ Menge}$$

n)

1: Via des bereits bewiesenen c) gilt:

$$2 \in \mathbb{N}.$$

2: Aus 1 " $2 \in \mathbb{N}$ "

folgt via **199-2**:

$$-(1+2) \notin \mathbb{N}.$$

3: Aus 2 " $-(1+2) \notin \mathbb{N}$ " und
aus " $3 = 1 + 2$ "

folgt:

$$-3 \notin \mathbb{N}$$

4: Via des bereits bewiesenen d) gilt:

$$3 \in \mathbb{Z}.$$

5: Aus 4 " $3 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-8**:

$$-3 \in \mathbb{Z}$$

6.1: Aus 5 " $-3 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **198-7**:

$$-3 \in \mathbb{Q}$$

...

Beweis 199-3 n) ...

6.2: Aus 5 “ $-3 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-3 \in \mathbb{R}$$

6.3: Aus 5 “ $-3 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-3 \in \mathbb{S}$$

6.4: Aus 5 “ $-3 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-3 \in \mathbb{T}$$

6.5: Aus 5 “ $-3 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-3 \in \mathbb{C}$$

6.6: Aus 5 “ $-3 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-3 \in \mathbb{B}$$

6.7: Aus 5 “ $-3 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-3 \text{ Zahl}$$

6.8: Aus 5 “ $-3 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

$$-3 \text{ Menge}$$

o)

1: Via des bereits bewiesenen d) gilt:

$$3 \in \mathbb{N}.$$

2: Aus 1 “ $3 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **199-2**:

$$-(1 + 3) \notin \mathbb{N}.$$

3: Aus 2 “ $-(1 + 3) \notin \mathbb{N}$ ” und
aus “ $4 = 1 + 3$ ”

folgt:

$$-4 \notin \mathbb{N}$$

...

Beweis **199-3** o) ...

4: Via des bereits bewiesenen e) gilt:

$$4 \in \mathbb{Z}.$$

5: Aus 4 " $4 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-8**:

$$-4 \in \mathbb{Z}$$

6.1: Aus 5 " $-4 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **198-7**:

$$-4 \in \mathbb{Q}$$

6.2: Aus 5 " $-4 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$$-4 \in \mathbb{R}$$

6.3: Aus 5 " $-4 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$$-4 \in \mathbb{S}$$

6.4: Aus 5 " $-4 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$$-4 \in \mathbb{T}$$

6.5: Aus 5 " $-4 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$$-4 \in \mathbb{C}$$

6.6: Aus 5 " $-4 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$$-4 \in \mathbb{B}$$

6.7: Aus 5 " $-4 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$$-4 \text{ Zahl}$$

6.8: Aus 5 " $-4 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **ElementAxiom**:

$$-4 \text{ Menge}$$

Beweis 199-3 p)

1: Via des bereits bewiesenen e) gilt: $4 \in \mathbb{N}.$

2: Aus 1 “ $4 \in \mathbb{N}$ ”
folgt via **199-2**: $-(1 + 4) \notin \mathbb{N}.$

3: Aus 2 “ $-(1 + 4) \notin \mathbb{N}$ ” und
aus “ $5 = 1 + 4$ ”

folgt:

$$-5 \notin \mathbb{N}$$

4: Via des bereits bewiesenen f) gilt: $5 \in \mathbb{Z}.$

5: Aus 4 “ $5 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-8**:

$$-5 \in \mathbb{Z}$$

6.1: Aus 5 “ $-5 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$$-5 \in \mathbb{Q}$$

6.2: Aus 5 “ $-5 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-5 \in \mathbb{R}$$

6.3: Aus 5 “ $-5 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-5 \in \mathbb{S}$$

6.4: Aus 5 “ $-5 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-5 \in \mathbb{T}$$

6.5: Aus 5 “ $-5 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-5 \in \mathbb{C}$$

6.6: Aus 5 “ $-5 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-5 \in \mathbb{B}$$

...

Beweis 199-3 p) ...

6.7: Aus 5 “ $-5 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

-5 Zahl

6.8: Aus 5 “ $-5 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

-5 Menge

q)

1: Via des bereits bewiesenen f) gilt:

$5 \in \mathbb{N}$.

2: Aus 1 “ $5 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **199-2**:

$-(1 + 5) \notin \mathbb{N}$.

3: Aus 2 “ $-(1 + 5) \notin \mathbb{N}$ ” und
aus “ $6 = 1 + 5$ ”

folgt:

$-6 \notin \mathbb{N}$

4: Via des bereits bewiesenen g) gilt:

$6 \in \mathbb{Z}$.

5: Aus 4 “ $6 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-8**:

$-6 \in \mathbb{Z}$

6.1: Aus 5 “ $-6 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$-6 \in \mathbb{Q}$

6.2: Aus 5 “ $-6 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$-6 \in \mathbb{R}$

6.3: Aus 5 “ $-6 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$-6 \in \mathbb{S}$

...

Beweis 199-3 q) ...

6.4: Aus 5 “ $-6 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-6 \in \mathbb{T}$$

6.5: Aus 5 “ $-6 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-6 \in \mathbb{C}$$

6.6: Aus 5 “ $-6 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-6 \in \mathbb{B}$$

6.7: Aus 5 “ $-6 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-6 \text{ Zahl}$$

6.8: Aus 5 “ $-6 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

$$-6 \text{ Menge}$$

r)

1: Via des bereits bewiesenen g) gilt:

$$6 \in \mathbb{N}.$$

2: Aus 1 “ $6 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **199-2**:

$$-(1 + 6) \notin \mathbb{N}.$$

3: Aus 2 “ $-(1 + 6) \notin \mathbb{N}$ ” und
aus “ $7 = 1 + 6$ ”

folgt:

$$-7 \notin \mathbb{N}$$

4: Via des bereits bewiesenen h) gilt:

$$7 \in \mathbb{Z}.$$

5: Aus 4 “ $7 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-8**:

$$-7 \in \mathbb{Z}$$

6.1: Aus 5 “ $-7 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$$-7 \in \mathbb{Q}$$

...

Beweis 199-3 r) ...

6.2: Aus 5“ $-7 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-7 \in \mathbb{R}$$

6.3: Aus 5“ $-7 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-7 \in \mathbb{S}$$

6.4: Aus 5“ $-7 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-7 \in \mathbb{T}$$

6.5: Aus 5“ $-7 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-7 \in \mathbb{C}$$

6.6: Aus 5“ $-7 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-7 \in \mathbb{B}$$

6.7: Aus 5“ $-7 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-7 \text{ Zahl}$$

6.8: Aus 5“ $-7 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

$$-7 \text{ Menge}$$

s)

1: Via des bereits bewiesenen h) gilt:

$$7 \in \mathbb{N}.$$

2: Aus 1“ $7 \in \mathbb{N}$ ”

folgt via **199-2**:

$$-(1 + 7) \notin \mathbb{N}.$$

3: Aus 2“ $-(1 + 7) \notin \mathbb{N}$ ” und
aus “ $8 = 1 + 7$ ”

folgt:

$$-8 \notin \mathbb{N}$$

4: Via des bereits bewiesenen i) gilt:

$$8 \in \mathbb{Z}.$$

...

Beweis 199-3 s) ...

5: Aus 4“ $8 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-8**:

$$-8 \in \mathbb{Z}$$

6.1: Aus 5“ $-8 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **198-7**:

$$-8 \in \mathbb{Q}$$

6.2: Aus 5“ $-8 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-8 \in \mathbb{R}$$

6.3: Aus 5“ $-8 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-8 \in \mathbb{S}$$

6.4: Aus 5“ $-8 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-8 \in \mathbb{T}$$

6.5: Aus 5“ $-8 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-8 \in \mathbb{C}$$

6.6: Aus 5“ $-8 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-8 \in \mathbb{B}$$

6.7: Aus 5“ $-8 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$$-8 \text{ Zahl}$$

6.8: Aus 5“ $-8 \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

$$-8 \text{ Menge}$$

Beweis 199-3 t)

- 1: Via des bereits bewiesenen i) gilt: $8 \in \mathbb{N}$.
- 2: Aus 1 “ $8 \in \mathbb{N}$ ”
folgt via **199-2**: $-(1 + 8) \notin \mathbb{N}$.
- 3: Aus 2 “ $-(1 + 8) \notin \mathbb{N}$ ” und
aus “ $9 = 1 + 8$ ”
folgt:
- $-9 \notin \mathbb{N}$
- 4: Via des bereits bewiesenen j) gilt: $9 \in \mathbb{Z}$.
- 5: Aus 4 “ $9 \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **164-8**:
- $-9 \in \mathbb{Z}$
- 6.1: Aus 5 “ $-9 \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **198-7**:
- $-9 \in \mathbb{Q}$
- 6.2: Aus 5 “ $-9 \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **164-5**:
- $-9 \in \mathbb{R}$
- 6.3: Aus 5 “ $-9 \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **164-5**:
- $-9 \in \mathbb{S}$
- 6.4: Aus 5 “ $-9 \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **164-5**:
- $-9 \in \mathbb{T}$
- 6.5: Aus 5 “ $-9 \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **164-5**:
- $-9 \in \mathbb{C}$
- 6.6: Aus 5 “ $-9 \in \mathbb{Z}$ ”
folgt via **164-5**:
- $-9 \in \mathbb{B}$
- ...

Beweis 199-3 t) ...

6.7: Aus 5 " $-9 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

-9 Zahl

6.8: Aus 5 " $-9 \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **ElementAxiom**:

-9 Menge

u)

1: Via des bereits bewiesenen j) gilt:

$9 \in \mathbb{N}$.

2: Aus 1 " $9 \in \mathbb{N}$ "

folgt via **199-2**:

$-(1 + 9) \notin \mathbb{N}$.

3: Aus 2 " $-(1 + 9) \notin \mathbb{N}$ " und
aus " **ten** = $1 + 9$ "

folgt:

$-\text{ten} \notin \mathbb{N}$

4: Via des bereits bewiesenen k) gilt:

ten $\in \mathbb{Z}$.

5: Aus 4 " **ten** $\in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-8**:

$-\text{ten} \in \mathbb{Z}$

6.1: Aus 5 " $-\text{ten} \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **198-7**:

$-\text{ten} \in \mathbb{Q}$

6.2: Aus 5 " $-\text{ten} \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$-\text{ten} \in \mathbb{R}$

6.3: Aus 5 " $-\text{ten} \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$-\text{ten} \in \mathbb{S}$

6.4: Aus 5 " $-\text{ten} \in \mathbb{Z}$ "

folgt via **164-5**:

$-\text{ten} \in \mathbb{T}$

...

Beweis 199-3 u) ...

6.5: Aus 5 “ $-\text{ten} \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$-\text{ten} \in \mathbb{C}$

6.6: Aus 5 “ $-\text{ten} \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$-\text{ten} \in \mathbb{B}$

6.7: Aus 5 “ $-\text{ten} \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **164-5**:

$-\text{ten}$ Zahl

6.8: Aus 5 “ $-\text{ten} \in \mathbb{Z}$ ”

folgt via **ElementAxiom**:

$-\text{ten}$ Menge

□

<schola.

Ersterstellung: 22/06/12**Letzte Änderung: 22/06/12**

200-1. In der \leq -scola werden die grundlegenden Kleiner-Aussagen zusammengefasst:

200-1(Satz) (\leq -schola)

- a) $9 < \text{ten}$.
- b) " $8 < 9$ " und " $8 < \text{ten}$ ".
- c) " $7 < 8$ " und " $7 < 9$ " und " $7 < \text{ten}$ ".
- d) " $6 < 7$ " und " $6 < 8$ " und " $6 < 9$ " und " $6 < \text{ten}$ ".
- e) " $5 < 6$ " und " $5 < 7$ " und " $5 < 8$ " und " $5 < 9$ " und " $5 < \text{ten}$ ".
- f) " $4 < 5$ " und " $4 < 6$ " und " $4 < 7$ " und " $4 < 8$ " und " $4 < 9$ "
und " $4 < \text{ten}$ ".
- g) " $3 < 4$ " und " $3 < 5$ " und " $3 < 6$ " und " $3 < 7$ " und " $3 < 8$ "
und " $3 < 9$ " und " $3 < \text{ten}$ ".
- h) " $2 < 3$ " und " $2 < 4$ " und " $2 < 5$ " und " $2 < 6$ " und " $2 < 7$ "
und " $2 < 8$ " und " $2 < 9$ " und " $2 < \text{ten}$ ".
- i) " $1 < 2$ " und " $1 < 3$ " und " $1 < 4$ " und " $1 < 5$ " und " $1 < 6$ "
und " $1 < 7$ " und " $1 < 8$ " und " $1 < 9$ " und " $1 < \text{ten}$ ".
- j) " $0 < 1$ " und " $0 < 2$ " und " $0 < 3$ " und " $0 < 4$ " und " $0 < 5$ "
und " $0 < 6$ " und " $0 < 7$ " und " $0 < 8$ " und " $0 < 9$ "
und " $0 < \text{ten}$ ".
- k) " $-1 < 0$ " und " $-1 < 1$ " und " $-1 < 2$ " und " $-1 < 3$ "
und " $-1 < 4$ " und " $-1 < 5$ " und " $-1 < 6$ " und " $-1 < 7$ "
und " $-1 < 8$ " und " $-1 < 9$ " und " $-1 < \text{ten}$ ".
- l) " $-2 < -1$ " und " $-2 < 0$ " und " $-2 < 1$ " und " $-2 < 2$ "
und " $-2 < 3$ " und " $-2 < 4$ " und " $-2 < 5$ " und " $-2 < 6$ "
und " $-2 < 7$ " und " $-2 < 8$ " und " $-2 < 9$ " und " $-2 < \text{ten}$ ".

...

\leq -Notation.

200-1(Satz) (<schola)

...

m) $-3 < -2$ und $-3 < -1$ und $-3 < 0$ und $-3 < 1$
 und $-3 < 2$ und $-3 < 3$ und $-3 < 4$ und $-3 < 5$
 und $-3 < 6$ und $-3 < 7$ und $-3 < 8$ und $-3 < 9$
 und $-3 < \text{ten}$.

n) $-4 < -3$ und $-4 < -2$ und $-4 < -1$ und $-4 < 0$
 und $-4 < 1$ und $-4 < 2$ und $-4 < 3$ und $-4 < 4$
 und $-4 < 5$ und $-4 < 6$ und $-4 < 7$ und $-4 < 8$
 und $-4 < 9$ und $-4 < \text{ten}$.

o) $-5 < -4$ und $-5 < -3$ und $-5 < -2$ und $-5 < -1$
 und $-5 < 0$ und $-5 < 1$ und $-5 < 2$ und $-5 < 3$
 und $-5 < 4$ und $-5 < 5$ und $-5 < 6$ und $-5 < 7$
 und $-5 < 8$ und $-5 < 9$ und $-5 < \text{ten}$.

p) $-6 < -5$ und $-6 < -4$ und $-6 < -3$ und $-6 < -2$
 und $-6 < -1$ und $-6 < 0$ und $-6 < 1$ und $-6 < 2$
 und $-6 < 3$ und $-6 < 4$ und $-6 < 5$ und $-6 < 6$
 und $-6 < 7$ und $-6 < 8$ und $-6 < 9$ und $-6 < \text{ten}$.

q) $-7 < -6$ und $-7 < -5$ und $-7 < -4$ und $-7 < -3$
 und $-7 < -2$ und $-7 < -1$ und $-7 < 0$ und $-7 < 1$
 und $-7 < 2$ und $-7 < 3$ und $-7 < 4$ und $-7 < 5$
 und $-7 < 6$ und $-7 < 7$ und $-7 < 8$ und $-7 < 9$
 und $-7 < \text{ten}$.

r) $-8 < -7$ und $-8 < -6$ und $-8 < -5$ und $-8 < -4$
 und $-8 < -3$ und $-8 < -2$ und $-8 < -1$ und $-8 < 0$
 und $-8 < 1$ und $-8 < 2$ und $-8 < 3$ und $-8 < 4$
 und $-8 < 5$ und $-8 < 6$ und $-8 < 7$ und $-8 < 8$
 und $-8 < 9$ und $-8 < \text{ten}$.

...

≤-Notation.

200-1(Satz) (<schola)

...

s) $-9 < -8$ und $-9 < -7$ und $-9 < -6$ und $-9 < -5$
 und $-9 < -4$ und $-9 < -3$ und $-9 < -2$ und $-9 < -1$
 und $-9 < 0$ und $-9 < 1$ und $-9 < 2$ und $-9 < 3$
 und $-9 < 4$ und $-9 < 5$ und $-9 < 6$ und $-9 < 7$
 und $-9 < 8$ und $-9 < 9$ und $-9 < \text{ten}$.

t) $-\text{ten} < -9$ und $-\text{ten} < -8$ und $-\text{ten} < -7$
 und $-\text{ten} < -6$ und $-\text{ten} < -5$ und $-\text{ten} < -4$
 und $-\text{ten} < -3$ und $-\text{ten} < -2$ und $-\text{ten} < -1$
 und $-\text{ten} < 0$ und $-\text{ten} < 1$ und $-\text{ten} < 2$ und $-\text{ten} < 3$
 und $-\text{ten} < 4$ und $-\text{ten} < 5$ und $-\text{ten} < 6$ und $-\text{ten} < 7$
 und $-\text{ten} < 8$ und $-\text{ten} < 9$ und $-\text{ten} < \text{ten}$.

\leq -Notation.

Beweis 200-1 a)

1: Aus $\in \text{schola}$ " $9 \in \mathbb{R}$ "

folgt via **196-3**:

$$9 < 1 + 9.$$

2: Aus 1 " $9 < 1 + 9$ " und

aus " $\text{ten} = 1 + 9$ "

folgt:

$$9 < \text{ten}.$$

Beweis 200-1 b)

1: Aus $\in\text{schola}$ “ $8 \in \mathbb{R}$ ”
 folgt via **196-3**:

$$8 < 1 + 8.$$

2.1: Aus 1 “ $8 < 1 + 8$ ” und
 aus “ $9 = 1 + 8$ ”
 folgt:

$$8 < 9$$

2.2: Via des bereits bewiesenen a) gilt:

$$9 < \text{ten}.$$

3: Aus 2.1 “ $8 < 9$ ” und
 aus 2.2 “ $9 < \text{ten}$ ”
 folgt via **107-8**:

$$8 < \text{ten}$$

c)

1: Aus $\in\text{schola}$ “ $7 \in \mathbb{R}$ ”
 folgt via **196-3**:

$$7 < 1 + 7.$$

2.1: Aus 1 “ $7 < 1 + 7$ ” und
 aus “ $8 = 1 + 7$ ”
 folgt:

$$7 < 8$$

2.2: Via des bereits bewiesenen b) gilt:

$$(8 < 9) \wedge (8 < \text{ten}).$$

3.1: Aus 2.1 “ $7 < 8$ ” und
 aus 2.2 “ $8 < 9 \dots$ ”
 folgt via **107-8**:

$$7 < 9$$

3.2: Aus 2.1 “ $7 < 8$ ” und
 aus 2.2 “ $\dots 8 < \text{ten}$ ”
 folgt via **107-8**:

$$7 < \text{ten}$$

Beweis 200-1 d)

1: Aus **schola** “ $6 \in \mathbb{R}$ ”
 folgt via **196-3**:

$$6 < 1 + 6.$$

2.1: Aus 1 “ $6 < 1 + 6$ ” und
 aus “ $7 = 1 + 6$ ”

folgt:

$$6 < 7$$

2.2: Via des bereits bewiesenen c) gilt:

$$(7 < 8) \wedge (7 < 9) \wedge (7 < \text{ten}).$$

3.1: Aus 2.1 “ $6 < 7$ ” und
 aus 2.2 “ $7 < 8 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$6 < 8$$

3.2: Aus 2.1 “ $6 < 7$ ” und
 aus 2.2 “ $\dots 8 < 9 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$6 < 9$$

3.3: Aus 2.1 “ $6 < 7$ ” und
 aus 2.2 “ $\dots 7 < \text{ten}$ ”

folgt via **107-8**:

$$6 < \text{ten}$$

e)

1: Aus **schola** “ $5 \in \mathbb{R}$ ”
 folgt via **196-3**:

$$5 < 1 + 5.$$

2.1: Aus 1 “ $5 < 1 + 5$ ” und
 aus “ $6 = 1 + 5$ ”

folgt:

$$5 < 6$$

2.2: Via des bereits bewiesenen d) gilt:

$$(6 < 7) \wedge (6 < 8) \wedge (6 < 9) \wedge (6 < \text{ten}).$$

...

Beweis 200-1 e) ...

3.1: Aus 2.1 " $5 < 6$ " und
aus 2.2 " $6 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$5 < 7$$

3.2: Aus 2.1 " $5 < 6$ " und
aus 2.2 " $\dots 6 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$5 < 8$$

3.3: Aus 2.1 " $5 < 6$ " und
aus 2.2 " $\dots 6 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$5 < 9$$

3.4: Aus 2.1 " $5 < 6$ " und
aus 2.2 " $\dots 6 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$5 < \text{ten}$$

f)

1: Aus **eschola** " $4 \in \mathbb{R}$ "
folgt via **196-3**:

$$4 < 1 + 4.$$

2.1: Aus 1 " $4 < 1 + 4$ " und
aus " $5 = 1 + 4$ "

folgt:

$$4 < 5$$

2.2: Via des bereits bewiesenen e) gilt:

$$(5 < 6) \wedge (5 < 7) \wedge (5 < 8) \wedge (5 < 9) \wedge (5 < \text{ten}).$$

3.1: Aus 2.1 " $4 < 5$ " und
aus 2.2 " $5 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$4 < 6$$

3.2: Aus 2.1 " $4 < 5$ " und
aus 2.2 " $\dots 5 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$4 < 7$$

...

Beweis 200-1 f) ...

3.3: Aus 2.1 " $4 < 5$ " und
aus 2.2 "... $5 < 8$..."

folgt via **107-8**:

$$4 < 8$$

3.4: Aus 2.1 " $4 < 5$ " und
aus 2.2 "... $5 < 9$..."

folgt via **107-8**:

$$4 < 9$$

3.5: Aus 2.1 " $4 < 5$ " und
aus 2.2 "... $5 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$4 < \text{ten}$$

g)

1: Aus **schola** " $3 \in \mathbb{R}$ "
folgt via **196-3**:

$$3 < 1 + 3.$$

2.1: Aus 1 " $3 < 1 + 3$ " und
aus " $4 = 1 + 3$ "

folgt:

$$3 < 4$$

2.2: Via des bereits bewiesenen f) gilt:

$$(4 < 5) \wedge (4 < 6) \wedge (4 < 7) \wedge (4 < 8) \wedge (4 < 9) \wedge (4 < \text{ten}).$$

3.1: Aus 2.1 " $3 < 4$ " und
aus 2.2 " $4 < 5$..."

folgt via **107-8**:

$$3 < 5$$

3.2: Aus 2.1 " $3 < 4$ " und
aus 2.2 "... $4 < 6$..."

folgt via **107-8**:

$$3 < 6$$

3.3: Aus 2.1 " $3 < 4$ " und
aus 2.2 "... $4 < 7$..."

folgt via **107-8**:

$$3 < 7$$

...

Beweis 200-1 g) ...

3.4: Aus 2.1 " $3 < 4$ " und
aus 2.2 " $\dots 4 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$3 < 8$$

3.5: Aus 2.1 " $3 < 4$ " und
aus 2.2 " $\dots 4 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$3 < 9$$

3.6: Aus 2.1 " $3 < 4$ " und
aus 2.2 " $\dots 5 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$3 < \text{ten}$$

h)

1: Aus **schola** " $2 \in \mathbb{R}$ "
folgt via **196-3**:

$$2 < 1 + 2.$$

2.1: Aus 1 " $2 < 1 + 2$ " und
aus " $3 = 1 + 2$ "

folgt:

$$2 < 3$$

2.2: Via des bereits bewiesenen g) gilt:

$$(3 < 4) \wedge (3 < 5) \wedge (3 < 6) \wedge (3 < 7) \wedge (3 < 8) \wedge (3 < 9) \wedge (3 < \text{ten}).$$

3.1: Aus 2.1 " $2 < 3$ " und
aus 2.2 " $3 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$2 < 4$$

3.2: Aus 2.1 " $2 < 3$ " und
aus 2.2 " $\dots 3 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$2 < 5$$

3.3: Aus 2.1 " $2 < 3$ " und
aus 2.2 " $\dots 3 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$2 < 6$$

...

Beweis 200-1 h) ...

3.4: Aus 2.1 " $2 < 3$ " und
aus 2.2 "... $3 < 7$..."

folgt via **107-8**:

$$2 < 7$$

3.5: Aus 2.1 " $2 < 3$ " und
aus 2.2 "... $3 < 8$..."

folgt via **107-8**:

$$2 < 8$$

3.6: Aus 2.1 " $2 < 3$ " und
aus 2.2 "... $3 < 9$..."

folgt via **107-8**:

$$2 < 9$$

3.7: Aus 2.1 " $2 < 3$ " und
aus 2.2 "... $3 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$2 < \text{ten}$$

i)

1: Aus **schola** " $1 \in \mathbb{R}$ "
folgt via **196-3**:

$$1 < 1 + 1.$$

2.1: Aus 1 " $1 < 1 + 1$ " und
aus " $2 = 1 + 1$ "

folgt:

$$1 < 2$$

2.2: Via des bereits bewiesenen h) gilt:
 $(2 < 3) \wedge (2 < 4) \wedge (2 < 5) \wedge (2 < 6) \wedge (2 < 7) \wedge (2 < 8) \wedge (2 < 9) \wedge (2 < \text{ten}).$

3.1: Aus 1.1 " $1 < 2$ " und
aus 2.2 " $2 < 3$..."

folgt via **107-8**:

$$1 < 3$$

3.2: Aus 1.1 " $1 < 2$ " und
aus 2.2 "... $2 < 4$..."

folgt via **107-8**:

$$1 < 4$$

...

Beweis 200-1 i) ...

3.3: Aus 2.1 " $1 < 2$ " und
aus 2.2 " $\dots 2 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$1 < 5$$

3.4: Aus 2.1 " $1 < 2$ " und
aus 2.2 " $\dots 2 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$1 < 6$$

3.5: Aus 2.1 " $1 < 2$ " und
aus 2.2 " $\dots 2 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$1 < 7$$

3.6: Aus 2.1 " $1 < 2$ " und
aus 2.2 " $\dots 2 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$1 < 8$$

3.7: Aus 2.1 " $1 < 2$ " und
aus 2.2 " $\dots 2 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$1 < 9$$

3.8: Aus 2.1 " $1 < 2$ " und
aus 2.2 " $\dots 2 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$1 < \text{ten}$$

j)

1: Aus **schola** " $0 \in \mathbb{R}$ "
folgt via **196-3**:

$$0 < 1 + 0.$$

2.1: Aus 1 " $0 < 1 + 0$ " und
aus **98-10** " $1 = 1 + 0$ "

folgt:

$$0 < 1$$

...

Beweis 200-1 j) ...

2.2: Via des bereits bewiesenen i) gilt:

$$(1 < 2) \wedge (1 < 3) \wedge (1 < 4) \wedge (1 < 5) \wedge (1 < 6) \wedge (1 < 7) \wedge (1 < 8) \wedge (1 < 9) \wedge (1 < \text{ten}).$$

3.1: Aus 2.1“ $0 < 1$ ” und
aus 2.2“ $1 < 2 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$0 < 2$$

3.2: Aus 2.1“ $0 < 1$ ” und
aus 2.2“ $\dots 1 < 3 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$0 < 3$$

3.3: Aus 2.1“ $0 < 1$ ” und
aus 2.2“ $\dots 1 < 4 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$0 < 4$$

3.4: Aus 2.1“ $0 < 1$ ” und
aus 2.2“ $\dots 1 < 5 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$0 < 5$$

3.5: Aus 2.1“ $0 < 1$ ” und
aus 2.2“ $\dots 1 < 6 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$0 < 6$$

3.6: Aus 2.1“ $0 < 1$ ” und
aus 2.2“ $\dots 1 < 7 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$0 < 7$$

3.7: Aus 2.1“ $0 < 1$ ” und
aus 2.2“ $\dots 1 < 8 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$0 < 8$$

...

Beweis 200-1 j) ...

3.8: Aus 2.1 " $0 < 1$ " und
aus 2.2 " $\dots 1 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$0 < 9$$

3.9: Aus 2.1 " $0 < 1$ " und
aus 2.2 " $\dots 1 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$0 < \text{ten}$$

k)

1: Via **109-24**

gilt:

$$-1 < 0$$

2: Via des bereits bewiesenen j) gilt:

$$(0 < 1) \wedge (0 < 2) \wedge (0 < 3) \wedge (0 < 4) \wedge (0 < 5) \wedge (0 < 6) \wedge (0 < 7) \wedge (0 < 8) \\ \wedge (0 < 9) \wedge (0 < \text{ten}).$$

3.1: Aus 1 " $-1 < 0$ " und
aus 2 " $0 < 1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-1 < 1$$

3.2: Aus 1 " $-1 < 0$ " und
aus 2 " $\dots 0 < 2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-1 < 2$$

3.3: Aus 1 " $-1 < 0$ " und
aus 2 " $\dots 0 < 3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-1 < 3$$

3.4: Aus 1 " $-1 < 0$ " und
aus 2 " $\dots 0 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-1 < 4$$

...

Beweis 200-1 k) ...

3.5: Aus 1“ $-1 < 0$ ” und
aus 2“... $0 < 5$...”

folgt via **107-8**:

$$-1 < 5$$

3.6: Aus 1“ $-1 < 0$ ” und
aus 2“... $0 < 6$...”

folgt via **107-8**:

$$-1 < 6$$

3.7: Aus 1“ $-1 < 0$ ” und
aus 2“... $0 < 7$...”

folgt via **107-8**:

$$-1 < 7$$

3.8: Aus 1“ $-1 < 0$ ” und
aus 2“... $0 < 8$...”

folgt via **107-8**:

$$-1 < 8$$

3.9: Aus 1“ $-1 < 0$ ” und
aus 2“... $0 < 9$...”

folgt via **107-8**:

$$-1 < 9$$

3.10: Aus 1“ $-1 < 0$ ” und
aus 2“... $0 < \text{ten}$ ”

folgt via **107-8**:

$$-1 < \text{ten}$$

1)

1: Via des bereits bewiesenen i) gilt:

$$1 < 2.$$

2.1: Aus 1“ $1 < 2$ ”

folgt via **109-14**:

$$-2 < -1$$

2.2: Via des bereits bewiesenen k) gilt:

$$(-1 < 0) \wedge (-1 < 1) \wedge (-1 < 2) \wedge (-1 < 3) \wedge (-1 < 4) \wedge (-1 < 5) \wedge (-1 < 6) \\ \wedge (-1 < 7) \wedge (-1 < 8) \wedge (-1 < 9) \wedge (-1 < \text{ten}).$$

...

Beweis 200-1 1) ...

3.1: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $-1 < 0 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < 0$$

3.2: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $\dots - 1 < 1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < 1$$

3.3: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $\dots - 1 < 2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < 2$$

3.4: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $\dots - 1 < 3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < 3$$

3.5: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $\dots - 1 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < 4$$

3.6: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $\dots - 1 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < 5$$

3.7: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $\dots - 1 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < 6$$

3.8: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $\dots - 1 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < 7$$

...

Beweis 200-1 1) ...

3.9: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $\dots - 1 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < 8$$

3.10: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $\dots - 1 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < 9$$

3.11: Aus 2.1 " $-2 < -1$ " und
aus 2.2 " $\dots - 1 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$-2 < \text{ten}$$

m)

1: Via des bereits bewiesenen h) gilt:

$$2 < 3.$$

2.1: Aus 1 " $2 < 3$ "

folgt via **109-14**:

$$-3 < -2$$

2.2: Via des bereits bewiesenen 1) gilt:

$$(-2 < -1) \wedge (-2 < 0) \wedge (-2 < 1) \wedge (-2 < 2) \wedge (-2 < 3) \wedge (-2 < 4) \\ \wedge (-2 < 5) \wedge (-2 < 6) \wedge (-2 < 7) \wedge (-2 < 8) \wedge (-2 < 9) \wedge (-2 < \text{ten}).$$

3.1: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $-2 < -1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < -1$$

3.2: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < 0 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < 0$$

3.3: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < 1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < 1$$

...

Beweis 200-1 m) ...

3.4: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < 2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < 2$$

3.5: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < 3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < 3$$

3.6: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < 4$$

3.7: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < 5$$

3.8: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < 6$$

3.9: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < 7$$

3.10: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < 8$$

3.11: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < 9$$

...

Beweis 200-1 m) ...

3.12: Aus 2.1 " $-3 < -2$ " und
aus 2.2 " $\dots - 2 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$-3 < \text{ten}$$

n)

1: Via des bereits bewiesenen g) gilt:

$$3 < 4.$$

2.1: Aus 1 " $3 < 4$ "

folgt via **109-14**:

$$-4 < -3$$

2.2: Via des bereits bewiesenen m) gilt:

$$\begin{aligned} &(-3 < -2) \wedge (-3 < -1) \wedge (-3 < 0) \wedge (-3 < 1) \wedge (-3 < 2) \wedge (-3 < 3) \\ &\wedge (-3 < 4) \wedge (-3 < 5) \wedge (-3 < 6) \wedge (-3 < 7) \wedge (-3 < 8) \wedge (-3 < 9) \\ &\wedge (-3 < \text{ten}). \end{aligned}$$

3.1: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $-3 < -2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < -2$$

3.2: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < -1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < -1$$

3.3: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < 0 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < 0$$

3.4: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < 1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < 1$$

3.5: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < 2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < 2$$

...

Beweis 200-1 n) ...

3.6: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < 3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < 3$$

3.7: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < 4$$

3.8: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < 5$$

3.9: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < 6$$

3.10: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < 7$$

3.11: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < 8$$

3.12: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < 9$$

3.13: Aus 2.1 " $-4 < -3$ " und
aus 2.2 " $\dots - 3 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$-4 < \text{ten}$$

Beweis 200-1 o)

1: Via des bereits bewiesenen f) gilt:

$$4 < 5.$$

2.1: Aus 1 “ $3 < 4$ ”

folgt via **109-14**:

$$-5 < -4$$

2.2: Via des bereits bewiesenen n) gilt:

$$\begin{aligned} &(-4 < -3) \wedge (-4 < -2) \wedge (-4 < -1) \wedge (-4 < 0) \wedge (-4 < 1) \wedge (-4 < 2) \\ &\wedge (-4 < 3) \wedge (-4 < 4) \wedge (-4 < 5) \wedge (-4 < 6) \wedge (-4 < 7) \wedge (-4 < 8) \\ &\wedge (-4 < 9) \wedge (-4 < \text{ten}). \end{aligned}$$

3.1: Aus 2.1 “ $-5 < -4$ ” und
aus 2.2 “ $-4 < -3 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-5 < -3$$

3.2: Aus 2.1 “ $-5 < -4$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 4 < -2 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-5 < -2$$

3.3: Aus 2.1 “ $-5 < -4$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 4 < -1 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-5 < -1$$

3.4: Aus 2.1 “ $-5 < -4$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 4 < 0 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-5 < 0$$

3.5: Aus 2.1 “ $-5 < -4$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 4 < 1 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-5 < 1$$

3.6: Aus 2.1 “ $-5 < -4$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 4 < 2 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-5 < 2$$

...

Beweis 200-1 o) ...

3.7: Aus 2.1 " $-5 < -4$ " und
aus 2.2 " $\dots - 4 < 3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-5 < 3$$

3.8: Aus 2.1 " $-5 < -4$ " und
aus 2.2 " $\dots - 4 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-5 < 4$$

3.9: Aus 2.1 " $-5 < -4$ " und
aus 2.2 " $\dots - 4 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-5 < 5$$

3.10: Aus 2.1 " $-5 < -4$ " und
aus 2.2 " $\dots - 4 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-5 < 6$$

3.11: Aus 2.1 " $-5 < -4$ " und
aus 2.2 " $\dots - 4 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-5 < 7$$

3.12: Aus 2.1 " $-5 < -4$ " und
aus 2.2 " $\dots - 4 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-5 < 8$$

3.13: Aus 2.1 " $-5 < -4$ " und
aus 2.2 " $\dots - 4 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-5 < 9$$

3.14: Aus 2.1 " $-5 < -4$ " und
aus 2.2 " $\dots - 4 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$-5 < \text{ten}$$

Beweis 200-1 p)

1: Via des bereits bewiesenen e) gilt: $5 < 6$.

2.1: Aus 1 “ $5 < 6$ ”

folgt via **109-14**:

$$-6 < -5$$

2.2: Via des bereits bewiesenen o) gilt:

$$\begin{aligned} &(-5 < -4) \wedge (-5 < -3) \wedge (-5 < -2) \wedge (-5 < -1) \wedge (-5 < 0) \wedge (-5 < 1) \\ &\wedge (-5 < 2) \wedge (-5 < 3) \wedge (-5 < 4) \wedge (-5 < 5) \wedge (-5 < 6) \wedge (-5 < 7) \\ &\wedge (-5 < 8) \wedge (-5 < 9) \wedge (-5 < \text{ten}). \end{aligned}$$

3.1: Aus 2.1 “ $-6 < -5$ ” und
aus 2.2 “ $-5 < -4 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-6 < -4$$

3.2: Aus 2.1 “ $-6 < -5$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 5 < -3 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-6 < -3$$

3.3: Aus 2.1 “ $-6 < -5$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 5 < -2 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-6 < -2$$

3.4: Aus 2.1 “ $-6 < -5$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 5 < -1 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-6 < -1$$

3.5: Aus 2.1 “ $-6 < -5$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 5 < 0 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-6 < 0$$

3.6: Aus 2.1 “ $-6 < -5$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 5 < 1 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-6 < 1$$

...

Beweis 200-1 p) ...

3.7: Aus 2.1 " $-6 < -5$ " und
aus 2.2 " $\dots - 5 < 2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-6 < 2$$

3.8: Aus 2.1 " $-6 < -5$ " und
aus 2.2 " $\dots - 5 < 3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-6 < 3$$

3.9: Aus 2.1 " $-6 < -5$ " und
aus 2.2 " $\dots - 5 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-6 < 4$$

3.10: Aus 2.1 " $-6 < -5$ " und
aus 2.2 " $\dots - 5 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-6 < 5$$

3.11: Aus 2.1 " $-6 < -5$ " und
aus 2.2 " $\dots - 5 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-6 < 6$$

3.12: Aus 2.1 " $-6 < -5$ " und
aus 2.2 " $\dots - 5 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-6 < 7$$

3.13: Aus 2.1 " $-6 < -5$ " und
aus 2.2 " $\dots - 5 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-6 < 8$$

3.14: Aus 2.1 " $-6 < -5$ " und
aus 2.2 " $\dots - 5 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-6 < 9$$

...

Beweis 200-1 p) ...

3.15: Aus 2.1 “ $-6 < -5$ ” und
aus 2.2 “... $-5 < \text{ten}$ ”

folgt via **107-8**:

$$-6 < \text{ten}$$

q)

1: Via des bereits bewiesenen d) gilt:

$$6 < 7.$$

2.1: Aus 1 “ $6 < 7$ ”

folgt via **109-14**:

$$-7 < -6$$

2.2: Via des bereits bewiesenen p) gilt:

$$\begin{aligned} &(-6 < -5) \wedge (-6 < -4) \wedge (-6 < -3) \wedge (-6 < -2) \wedge (-6 < -1) \wedge (-6 < 0) \\ &\quad \wedge (-6 < 1) \wedge (-6 < 2) \wedge (-6 < 3) \wedge (-6 < 4) \wedge (-6 < 5) \wedge (-6 < 6) \\ &\quad \wedge (-6 < 7) \wedge (-6 < 8) \wedge (-6 < 9) \wedge (-6 < \text{ten}). \end{aligned}$$

3.1: Aus 2.1 “ $-7 < -6$ ” und
aus 2.2 “ $-6 < -5$...”

folgt via **107-8**:

$$-7 < -5$$

3.2: Aus 2.1 “ $-7 < -6$ ” und
aus 2.2 “... $-6 < -4$...”

folgt via **107-8**:

$$-7 < -4$$

3.3: Aus 2.1 “ $-7 < -6$ ” und
aus 2.2 “... $-6 < -3$...”

folgt via **107-8**:

$$-7 < -3$$

3.4: Aus 2.1 “ $-7 < -6$ ” und
aus 2.2 “... $-6 < -2$...”

folgt via **107-8**:

$$-7 < -2$$

3.5: Aus 2.1 “ $-7 < -6$ ” und
aus 2.2 “... $-6 < -1$...”

folgt via **107-8**:

$$-7 < -1$$

...

Beweis 200-1 q) ...

3.6: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < 0 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < 0$$

3.7: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < 1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < 1$$

3.8: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < 2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < 2$$

3.9: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < 3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < 3$$

3.10: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < 4$$

3.11: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < 5$$

3.12: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < 6$$

3.13: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < 7$$

...

Beweis 200-1 q) ...

3.14: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < 8$$

3.15: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < 9$$

3.16: Aus 2.1 " $-7 < -6$ " und
aus 2.2 " $\dots - 6 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$-7 < \text{ten}$$

r)

1: Via des bereits bewiesenen c) gilt:

$$7 < 8.$$

2.1: Aus 1 " $7 < 8$ "

folgt via **109-14**:

$$-8 < -7$$

2.2: Via des bereits bewiesenen q) gilt:

$$\begin{aligned} &(-7 < -6) \wedge (-7 < -5) \wedge (-7 < -4) \wedge (-7 < -3) \wedge (-7 < -2) \wedge (-7 < -1) \\ &\quad \wedge (-7 < 0) \wedge (-7 < 1) \wedge (-7 < 2) \wedge (-7 < 3) \wedge (-7 < 4) \wedge (-7 < 5) \\ &\quad \wedge (-7 < 6) \wedge (-7 < 7) \wedge (-7 < 8) \wedge (-7 < 9) \wedge (-7 < \text{ten}). \end{aligned}$$

3.1: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $-7 < -6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < -6$$

3.2: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < -5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < -5$$

3.3: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < -4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < -4$$

...

Beweis 200-1 r) ...

3.4: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < -3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < -3$$

3.5: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < -2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < -2$$

3.6: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < -1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < -1$$

3.7: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < 0 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < 0$$

3.8: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < 1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < 1$$

3.9: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < 2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < 2$$

3.10: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < 3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < 3$$

3.11: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < 4$$

...

Beweis 200-1 r) ...

3.12: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < 5$$

3.13: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < 6$$

3.14: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < 7$$

3.15: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < 8$$

3.16: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < 9$$

3.17: Aus 2.1 " $-8 < -7$ " und
aus 2.2 " $\dots - 7 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$-8 < \text{ten}$$

s)

1: Via des bereits bewiesenen b) gilt:

$$8 < 9.$$

2.1: Aus 1 " $8 < 9$ "

folgt via **109-14**:

$$-9 < -8$$

...

Beweis 200-1 s) ...

2.2: Via des bereits bewiesenen **r)** gilt:

$$\begin{aligned} &(-8 < -7) \wedge (-8 < -6) \wedge (-8 < -5) \wedge (-8 < -4) \wedge (-8 < -3) \wedge (-8 < -2) \\ &\quad \wedge (-8 < -1) \wedge (-8 < 0) \wedge (-8 < 1) \wedge (-8 < 2) \wedge (-8 < 3) \wedge (-8 < 4) \\ &\quad \wedge (-8 < 5) \wedge (-8 < 6) \wedge (-8 < 7) \wedge (-8 < 8) \wedge (-8 < 9) \wedge (-8 < \text{ten}). \end{aligned}$$

3.1: Aus 2.1 “ $-9 < -8$ ” und
aus 2.2 “ $-8 < -7 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-9 < -7$$

3.2: Aus 2.1 “ $-9 < -8$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 8 < -6 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-9 < -6$$

3.3: Aus 2.1 “ $-9 < -8$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 8 < -5 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-9 < -5$$

3.4: Aus 2.1 “ $-9 < -8$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 8 < -4 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-9 < -4$$

3.5: Aus 2.1 “ $-9 < -8$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 8 < -3 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-9 < -3$$

3.6: Aus 2.1 “ $-9 < -8$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 8 < -2 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-9 < -2$$

3.7: Aus 2.1 “ $-9 < -8$ ” und
aus 2.2 “ $\dots - 8 < -1 \dots$ ”

folgt via **107-8**:

$$-9 < -1$$

...

Beweis 200-1 s) ...

3.8: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < 0 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < 0$$

3.9: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < 1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < 1$$

3.10: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < 2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < 2$$

3.11: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < 3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < 3$$

3.12: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < 4$$

3.13: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < 5$$

3.14: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < 6$$

3.15: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < 7$$

...

Beweis 200-1 s) ...

3.16: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < 8$$

3.17: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < 9$$

3.18: Aus 2.1 " $-9 < -8$ " und
aus 2.2 " $\dots - 8 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$-9 < \text{ten}$$

t)

1: Via des bereits bewiesenen a) gilt:

$$9 < \text{ten}.$$

2.1: Aus 1 " $9 < \text{ten}$ "

folgt via **109-14**:

$$-\text{ten} < -9$$

2.2: Via des bereits bewiesenen s) gilt:

$$\begin{aligned} &(-9 < -8) \wedge (-9 < -7) \wedge (-9 < -6) \wedge (-9 < -5) \wedge (-9 < -4) \wedge (-9 < -3) \\ &\quad \wedge (-9 < -2) \wedge (-9 < -1) \wedge (-9 < 0) \wedge (-9 < 1) \wedge (-9 < 2) \wedge (-9 < 3) \\ &\quad \wedge (-9 < 4) \wedge (-9 < 5) \wedge (-9 < 6) \wedge (-9 < 7) \wedge (-9 < 8) \wedge (-9 < 9) \\ &\quad \wedge (-9 < \text{ten}). \end{aligned}$$

3.1: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $-9 < -8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < -8$$

3.2: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < -7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < -7$$

...

Beweis 200-1 t) ...

3.3: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < -6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < -6$$

3.4: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < -5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < -5$$

3.5: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < -4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < -4$$

3.6: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < -3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < -3$$

3.7: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < -2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < -2$$

3.8: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < -1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < -1$$

3.9: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < 0 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < 0$$

3.10: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < 1 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < 1$$

...

Beweis 200-1 t) ...

3.11: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < 2 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < 2$$

3.12: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < 3 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < 3$$

3.13: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < 4 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < 4$$

3.14: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < 5 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < 5$$

3.15: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < 6 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < 6$$

3.16: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < 7 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < 7$$

3.17: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < 8 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < 8$$

3.18: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < 9 \dots$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < 9$$

...

Beweis 200-1 t) ...

3.19: Aus 2.1 " $-\text{ten} < -9$ " und
aus 2.2 " $\dots - 9 < \text{ten}$ "

folgt via **107-8**:

$$-\text{ten} < \text{ten}$$

□

≠schola.

Ersterstellung: 22/06/12

Letzte Änderung: 22/06/12

201-1. Nun werden alle Ungleichheiten, die zwischen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ten und deren mns-Werten bestehen, zusammengefasst:

201-1(Satz) (\neq schola)

- a) $9 \neq \text{ten}$.
- b) " $8 \neq 9$ " und " $8 \neq \text{ten}$ ".
- c) " $7 \neq 8$ " und " $7 \neq 9$ " und " $7 \neq \text{ten}$ ".
- d) " $6 \neq 7$ " und " $6 \neq 8$ " und " $6 \neq 9$ " und " $6 \neq \text{ten}$ ".
- e) " $5 \neq 6$ " und " $5 \neq 7$ " und " $5 \neq 8$ " und " $5 \neq 9$ " und " $5 \neq \text{ten}$ ".
- f) " $4 \neq 5$ " und " $4 \neq 6$ " und " $4 \neq 7$ " und " $4 \neq 8$ " und " $4 \neq 9$ "
und " $4 \neq \text{ten}$ ".
- g) " $3 \neq 4$ " und " $3 \neq 5$ " und " $3 \neq 6$ " und " $3 \neq 7$ " und " $3 \neq 8$ "
und " $3 \neq 9$ " und " $3 \neq \text{ten}$ ".
- h) " $2 \neq 3$ " und " $2 \neq 4$ " und " $2 \neq 5$ " und " $2 \neq 6$ " und " $2 \neq 7$ "
und " $2 \neq 8$ " und " $2 \neq 9$ " und " $2 \neq \text{ten}$ ".
- i) " $1 \neq 2$ " und " $1 \neq 3$ " und " $1 \neq 4$ " und " $1 \neq 5$ " und " $1 \neq 6$ "
und " $1 \neq 7$ " und " $1 \neq 8$ " und " $1 \neq 9$ " und " $1 \neq \text{ten}$ ".
- j) " $0 \neq 1$ " und " $0 \neq 2$ " und " $0 \neq 3$ " und " $0 \neq 4$ " und " $0 \neq 5$ "
und " $0 \neq 6$ " und " $0 \neq 7$ " und " $0 \neq 8$ " und " $0 \neq 9$ "
und " $0 \neq \text{ten}$ ".
- k) " $-1 \neq 0$ " und " $-1 \neq 1$ " und " $-1 \neq 2$ " und " $-1 \neq 3$ "
und " $-1 \neq 4$ " und " $-1 \neq 5$ " und " $-1 \neq 6$ " und " $-1 \neq 7$ "
und " $-1 \neq 8$ " und " $-1 \neq 9$ " und " $-1 \neq \text{ten}$ ".
- l) " $-2 \neq -1$ " und " $-2 \neq 0$ " und " $-2 \neq 1$ " und " $-2 \neq 2$ "
und " $-2 \neq 3$ " und " $-2 \neq 4$ " und " $-2 \neq 5$ " und " $-2 \neq 6$ "
und " $-2 \neq 7$ " und " $-2 \neq 8$ " und " $-2 \neq 9$ " und " $-2 \neq \text{ten}$ ".

...

\leq -Notation.

201-1(Satz) (\neq schola)

...

m) " $-3 \neq -2$ " und " $-3 \neq -1$ " und " $-3 \neq 0$ " und " $-3 \neq 1$ "
 und " $-3 \neq 2$ " und " $-3 \neq 3$ " und " $-3 \neq 4$ " und " $-3 \neq 5$ "
 und " $-3 \neq 6$ " und " $-3 \neq 7$ " und " $-3 \neq 8$ " und " $-3 \neq 9$ "
 und " $-3 \neq \text{ten}$ ".

n) " $-4 \neq -3$ " und " $-4 \neq -2$ " und " $-4 \neq -1$ " und " $-4 \neq 0$ "
 und " $-4 \neq 1$ " und " $-4 \neq 2$ " und " $-4 \neq 3$ " und " $-4 \neq 4$ "
 und " $-4 \neq 5$ " und " $-4 \neq 6$ " und " $-4 \neq 7$ " und " $-4 \neq 8$ "
 und " $-4 \neq 9$ " und " $-4 \neq \text{ten}$ ".

o) " $-5 \neq -4$ " und " $-5 \neq -3$ " und " $-5 \neq -2$ " und " $-5 \neq -1$ "
 und " $-5 \neq 0$ " und " $-5 \neq 1$ " und " $-5 \neq 2$ " und " $-5 \neq 3$ "
 und " $-5 \neq 4$ " und " $-5 \neq 5$ " und " $-5 \neq 6$ " und " $-5 \neq 7$ "
 und " $-5 \neq 8$ " und " $-5 \neq 9$ " und " $-5 \neq \text{ten}$ ".

p) " $-6 \neq -5$ " und " $-6 \neq -4$ " und " $-6 \neq -3$ " und " $-6 \neq -2$ "
 und " $-6 \neq -1$ " und " $-6 \neq 0$ " und " $-6 \neq 1$ " und " $-6 \neq 2$ "
 und " $-6 \neq 3$ " und " $-6 \neq 4$ " und " $-6 \neq 5$ " und " $-6 \neq 6$ "
 und " $-6 \neq 7$ " und " $-6 \neq 8$ " und " $-6 \neq 9$ " und " $-6 \neq \text{ten}$ ".

q) " $-7 \neq -6$ " und " $-7 \neq -5$ " und " $-7 \neq -4$ " und " $-7 \neq -3$ "
 und " $-7 \neq -2$ " und " $-7 \neq -1$ " und " $-7 \neq 0$ " und " $-7 \neq 1$ "
 und " $-7 \neq 2$ " und " $-7 \neq 3$ " und " $-7 \neq 4$ " und " $-7 \neq 5$ "
 und " $-7 \neq 6$ " und " $-7 \neq 7$ " und " $-7 \neq 8$ " und " $-7 \neq 9$ "
 und " $-7 \neq \text{ten}$ ".

r) " $-8 \neq -7$ " und " $-8 \neq -6$ " und " $-8 \neq -5$ " und " $-8 \neq -4$ "
 und " $-8 \neq -3$ " und " $-8 \neq -2$ " und " $-8 \neq -1$ " und " $-8 \neq 0$ "
 und " $-8 \neq 1$ " und " $-8 \neq 2$ " und " $-8 \neq 3$ " und " $-8 \neq 4$ "
 und " $-8 \neq 5$ " und " $-8 \neq 6$ " und " $-8 \neq 7$ " und " $-8 \neq 8$ "
 und " $-8 \neq 9$ " und " $-8 \neq \text{ten}$ ".

...

 \leq -Notation.

201-1(Satz) (\neq schola)

...

s) $-9 \neq -8$ und $-9 \neq -7$ und $-9 \neq -6$ und $-9 \neq -5$
 und $-9 \neq -4$ und $-9 \neq -3$ und $-9 \neq -2$ und $-9 \neq -1$
 und $-9 \neq 0$ und $-9 \neq 1$ und $-9 \neq 2$ und $-9 \neq 3$
 und $-9 \neq 4$ und $-9 \neq 5$ und $-9 \neq 6$ und $-9 \neq 7$
 und $-9 \neq 8$ und $-9 \neq 9$ und $-9 \neq \text{ten}$.

t) $-\text{ten} \neq -9$ und $-\text{ten} \neq -8$ und $-\text{ten} \neq -7$
 und $-\text{ten} \neq -6$ und $-\text{ten} \neq -5$ und $-\text{ten} \neq -4$
 und $-\text{ten} \neq -3$ und $-\text{ten} \neq -2$ und $-\text{ten} \neq -1$
 und $-\text{ten} \neq 0$ und $-\text{ten} \neq 1$ und $-\text{ten} \neq 2$ und $-\text{ten} \neq 3$
 und $-\text{ten} \neq 4$ und $-\text{ten} \neq 5$ und $-\text{ten} \neq 6$ und $-\text{ten} \neq 7$
 und $-\text{ten} \neq 8$ und $-\text{ten} \neq 9$ und $-\text{ten} \neq \text{ten}$.

 \leq -Notation.Beweis 201-1 a)Aus " $\text{schola } 9 < \text{ten}$ "

folgt via 41-3:

 $9 \neq \text{ten}$.

b)

1.1: Aus " $\text{schola } 8 < 9$ "

folgt via 41-3:

 $8 \neq 9$ 1.2: Aus " $\text{schola } 8 < \text{ten}$ "

folgt via 41-3:

 $8 \neq \text{ten}$

Beweis 201-1 c)

1.1: Aus “<schola“ $7 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$7 \neq 8$$

1.2: Aus “<schola“ $7 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$7 \neq 9$$

1.3: Aus “<schola“ $7 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$7 \neq \text{ten}$$

d)

1.1: Aus “<schola“ $6 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$6 \neq 7$$

1.2: Aus “<schola“ $6 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$6 \neq 8$$

1.3: Aus “<schola“ $6 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$6 \neq 9$$

1.4: Aus “<schola“ $6 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$6 \neq \text{ten}$$

e)

1.1: Aus “<schola“ $5 < 6$ ”

folgt via **41-3**:

$$5 \neq 6$$

1.2: Aus “<schola“ $5 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$5 \neq 7$$

...

Beweis 201-1 e) ...

1.3: Aus “<schola “5 < 8”

folgt via **41-3**:

$$5 \neq 8$$

1.4: Aus “<schola “5 < 9”

folgt via **41-3**:

$$5 \neq 9$$

1.5: Aus “<schola “5 < ten”

folgt via **41-3**:

$$5 \neq \text{ten}$$

f)

1.1: Aus “<schola “4 < 5”

folgt via **41-3**:

$$4 \neq 5$$

1.2: Aus “<schola “4 < 6”

folgt via **41-3**:

$$4 \neq 6$$

1.3: Aus “<schola “4 < 7”

folgt via **41-3**:

$$4 \neq 7$$

1.4: Aus “<schola “4 < 8”

folgt via **41-3**:

$$4 \neq 8$$

1.5: Aus “<schola “4 < 9”

folgt via **41-3**:

$$4 \neq 9$$

1.6: Aus “<schola “4 < ten”

folgt via **41-3**:

$$4 \neq \text{ten}$$

Beweis 201-1 g)

1.1: Aus “<schola“ $3 < 4$ ”

folgt via **41-3**:

$$3 \neq 4$$

1.2: Aus “<schola“ $3 < 5$ ”

folgt via **41-3**:

$$3 \neq 5$$

1.3: Aus “<schola“ $3 < 6$ ”

folgt via **41-3**:

$$3 \neq 6$$

1.4: Aus “<schola“ $3 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$3 \neq 7$$

1.5: Aus “<schola“ $3 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$3 \neq 8$$

1.6: Aus “<schola“ $3 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$3 \neq 9$$

1.7: Aus “<schola“ $3 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$3 \neq \text{ten}$$

h)

1.1: Aus “<schola“ $2 < 3$ ”

folgt via **41-3**:

$$2 \neq 3$$

1.2: Aus “<schola“ $2 < 4$ ”

folgt via **41-3**:

$$2 \neq 4$$

...

Beweis 201-1 h) ...

1.3: Aus “<schola “2 < 5”

folgt via 41-3:

$$2 \neq 5$$

1.4: Aus “<schola “2 < 6”

folgt via 41-3:

$$2 \neq 6$$

1.5: Aus “<schola “2 < 7”

folgt via 41-3:

$$2 \neq 7$$

1.6: Aus “<schola “2 < 8”

folgt via 41-3:

$$2 \neq 8$$

1.7: Aus “<schola “2 < 9”

folgt via 41-3:

$$2 \neq 9$$

1.8: Aus “<schola “2 < ten”

folgt via 41-3:

$$2 \neq \text{ten}$$

i)

1.1: Aus “<schola “1 < 2”

folgt via 41-3:

$$1 \neq 2$$

1.2: Aus “<schola “1 < 3”

folgt via 41-3:

$$1 \neq 3$$

1.3: Aus “<schola “1 < 4”

folgt via 41-3:

$$1 \neq 4$$

...

Beweis 201-1 i) ...

1.4: Aus “<schola“ $1 < 5$ ”

folgt via **41-3**:

$$1 \neq 5$$

1.5: Aus “<schola“ $1 < 6$ ”

folgt via **41-3**:

$$1 \neq 6$$

1.6: Aus “<schola“ $1 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$1 \neq 7$$

1.7: Aus “<schola“ $1 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$1 \neq 8$$

1.8: Aus “<schola“ $1 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$1 \neq 9$$

1.9: Aus “<schola“ $1 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$1 \neq \text{ten}$$

j)

1.1: Aus “<schola“ $0 < 1$ ”

folgt via **41-3**:

$$0 \neq 1$$

1.2: Aus “<schola“ $0 < 2$ ”

folgt via **41-3**:

$$0 \neq 2$$

1.3: Aus “<schola“ $0 < 3$ ”

folgt via **41-3**:

$$0 \neq 3$$

...

Beweis 201-1 j) ...

1.4: Aus “<schola“ $0 < 4$ ”

folgt via **41-3**:

$$0 \neq 4$$

1.5: Aus “<schola“ $0 < 5$ ”

folgt via **41-3**:

$$0 \neq 5$$

1.6: Aus “<schola“ $0 < 6$ ”

folgt via **41-3**:

$$0 \neq 6$$

1.7: Aus “<schola“ $0 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$0 \neq 7$$

1.8: Aus “<schola“ $0 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$0 \neq 8$$

1.9: Aus “<schola“ $0 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$0 \neq 9$$

1.10: Aus “<schola“ $0 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$0 \neq \text{ten}$$

k)

1.1: Aus “<schola“ $-1 < 0$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq 0$$

1.2: Aus “<schola“ $-1 < 1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq 1$$

...

Beweis 201-1 k) ...

1.3: Aus “<schola“ $-1 < 2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq 2$$

1.4: Aus “<schola“ $-1 < 3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq 3$$

1.5: Aus “<schola“ $-1 < 4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq 4$$

1.6: Aus “<schola“ $-1 < 5$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq 5$$

1.7: Aus “<schola“ $-1 < 6$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq 6$$

1.8: Aus “<schola“ $-1 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq 7$$

1.9: Aus “<schola“ $-1 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq 8$$

1.10: Aus “<schola“ $-1 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq 9$$

1.11: Aus “<schola“ $-1 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$-1 \neq \text{ten}$$

Beweis 201-1 1)

1.1: Aus " $\text{<schola} -2 < -1$ "

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq -1$$

1.2: Aus " $\text{<schola} -2 < 0$ "

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq 0$$

1.3: Aus " $\text{<schola} -2 < 1$ "

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq 1$$

1.4: Aus " $\text{<schola} -2 < 2$ "

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq 2$$

1.5: Aus " $\text{<schola} -2 < 3$ "

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq 3$$

1.6: Aus " $\text{<schola} -2 < 4$ "

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq 4$$

1.7: Aus " $\text{<schola} -2 < 5$ "

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq 5$$

1.8: Aus " $\text{<schola} -2 < 6$ "

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq 6$$

1.9: Aus " $\text{<schola} -2 < 7$ "

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq 7$$

1.10: Aus " $\text{<schola} -2 < 8$ "

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq 8$$

...

Beweis 201-1 1) ...

1.11: Aus “<schola“ $-2 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq 9$$

1.12: Aus “<schola“ $-2 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$-2 \neq \text{ten}$$

m)

1.1: Aus “<schola“ $-3 < -2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \neq -2$$

1.2: Aus “<schola“ $-3 < -1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \neq -1$$

1.3: Aus “<schola“ $-3 < 0$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \neq 0$$

1.4: Aus “<schola“ $-3 < 1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \neq 1$$

1.5: Aus “<schola“ $-3 < 2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \neq 2$$

1.6: Aus “<schola“ $-3 < 3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \neq 3$$

1.7: Aus “<schola“ $-3 < 4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \neq 4$$

...

Beweis 201-1 m) ...

1.8: Aus “<schola“ $-3 < 5$ ”

folgt via 41-3:

$$-3 \neq 5$$

1.9: Aus “<schola“ $-3 < 6$ ”

folgt via 41-3:

$$-3 \neq 6$$

1.10: Aus “<schola“ $-3 < 7$ ”

folgt via 41-3:

$$-3 \neq 7$$

1.11: Aus “<schola“ $-3 < 8$ ”

folgt via 41-3:

$$-3 \neq 8$$

1.12: Aus “<schola“ $-3 < 9$ ”

folgt via 41-3:

$$-3 \neq 9$$

1.13: Aus “<schola“ $-3 < \text{ten}$ ”

folgt via 41-3:

$$-3 \neq \text{ten}$$

n)

1.1: Aus “<schola“ $-4 < -3$ ”

folgt via 41-3:

$$-4 \neq -3$$

1.2: Aus “<schola“ $-4 < -2$ ”

folgt via 41-3:

$$-4 \neq -2$$

1.3: Aus “<schola“ $-4 < -1$ ”

folgt via 41-3:

$$-4 \neq -1$$

...

Beweis 201-1 n) ...

1.4: Aus “<schola“ $-4 < 0$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq 0$$

1.5: Aus “<schola“ $-4 < 1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq 1$$

1.6: Aus “<schola“ $-4 < 2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq 2$$

1.7: Aus “<schola“ $-4 < 3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq 3$$

1.8: Aus “<schola“ $-4 < 4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq 4$$

1.9: Aus “<schola“ $-4 < 5$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq 5$$

1.10: Aus “<schola“ $-4 < 6$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq 6$$

1.11: Aus “<schola“ $-4 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq 7$$

1.12: Aus “<schola“ $-4 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq 8$$

1.13: Aus “<schola“ $-4 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq 9$$

...

Beweis 201-1 n) ...

1.14: Aus “<schola “ $-4 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$-4 \neq \text{ten}$$

o)

1.1: Aus “<schola “ $-5 < -4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq -4$$

1.2: Aus “<schola “ $-5 < -3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq -3$$

1.3: Aus “<schola “ $-5 < -2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq -2$$

1.4: Aus “<schola “ $-5 < -1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq -1$$

1.5: Aus “<schola “ $-5 < 0$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq 0$$

1.6: Aus “<schola “ $-5 < 1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq 1$$

1.7: Aus “<schola “ $-5 < 2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq 2$$

1.8: Aus “<schola “ $-5 < 3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq 3$$

...

Beweis 201-1 o) ...

1.9: Aus “<schola“ $-5 < 4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq 4$$

1.10: Aus “<schola“ $-5 < 5$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq 5$$

1.11: Aus “<schola“ $-5 < 6$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq 6$$

1.12: Aus “<schola“ $-5 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq 7$$

1.13: Aus “<schola“ $-5 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq 8$$

1.14: Aus “<schola“ $-5 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq 9$$

1.15: Aus “<schola“ $-5 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \neq \text{ten}$$

p)

1.1: Aus “<schola“ $-6 < -5$ ”

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq -5$$

1.2: Aus “<schola“ $-6 < -4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq -4$$

...

Beweis 201-1 p) ...

1.3: Aus "**<schola**" $-6 < -3$ "

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq -3$$

1.4: Aus "**<schola**" $-6 < -2$ "

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq -2$$

1.5: Aus "**<schola**" $-6 < -1$ "

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq -1$$

1.6: Aus "**<schola**" $-6 < 0$ "

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq 0$$

1.7: Aus "**<schola**" $-6 < 1$ "

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq 1$$

1.8: Aus "**<schola**" $-6 < 2$ "

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq 2$$

1.9: Aus "**<schola**" $-6 < 3$ "

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq 3$$

1.10: Aus "**<schola**" $-6 < 4$ "

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq 4$$

1.11: Aus "**<schola**" $-6 < 5$ "

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq 5$$

1.12: Aus "**<schola**" $-6 < 6$ "

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq 6$$

...

Beweis 201-1 p) ...

1.13: Aus “<schola“ $-6 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq 7$$

1.14: Aus “<schola“ $-6 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq 8$$

1.15: Aus “<schola“ $-6 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq 9$$

1.16: Aus “<schola“ $-6 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$-6 \neq \text{ten}$$

q)

1.1: Aus “<schola“ $-7 < -6$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq -6$$

1.2: Aus “<schola“ $-7 < -5$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq -5$$

1.3: Aus “<schola“ $-7 < -4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq -4$$

1.4: Aus “<schola“ $-7 < -3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq -3$$

1.5: Aus “<schola“ $-7 < -2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq -2$$

...

Beweis **201-1** q) ...

1.6: Aus "**<schola**" $-7 < -1$ "

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq -1$$

1.7: Aus "**<schola**" $-7 < 0$ "

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq 0$$

1.8: Aus "**<schola**" $-7 < 1$ "

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq 1$$

1.9: Aus "**<schola**" $-7 < 2$ "

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq 2$$

1.10: Aus "**<schola**" $-7 < 3$ "

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq 3$$

1.11: Aus "**<schola**" $-7 < 4$ "

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq 4$$

1.12: Aus "**<schola**" $-7 < 5$ "

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq 5$$

1.13: Aus "**<schola**" $-7 < 6$ "

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq 6$$

1.14: Aus "**<schola**" $-7 < 7$ "

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq 7$$

1.15: Aus "**<schola**" $-7 < 8$ "

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq 8$$

...

Beweis 201-1 q) ...

1.16: Aus “<schola“ $-7 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq 9$$

1.17: Aus “<schola“ $-7 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \neq \text{ten}$$

r)

1.1: Aus “<schola“ $-8 < -7$ ”

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq -7$$

1.2: Aus “<schola“ $-8 < -6$ ”

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq -6$$

1.3: Aus “<schola“ $-8 < -5$ ”

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq -5$$

1.4: Aus “<schola“ $-8 < -4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq -4$$

1.5: Aus “<schola“ $-8 < -3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq -3$$

1.6: Aus “<schola“ $-8 < -2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq -2$$

1.7: Aus “<schola“ $-8 < -1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq -1$$

...

Beweis 201-1 r) ...

1.8: Aus " <schola " $-8 < 0$ "

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq 0$$

1.9: Aus " <schola " $-8 < 1$ "

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq 1$$

1.10: Aus " <schola " $-8 < 2$ "

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq 2$$

1.11: Aus " <schola " $-8 < 3$ "

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq 3$$

1.12: Aus " <schola " $-8 < 4$ "

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq 4$$

1.13: Aus " <schola " $-8 < 5$ "

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq 5$$

1.14: Aus " <schola " $-8 < 6$ "

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq 6$$

1.15: Aus " <schola " $-8 < 7$ "

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq 7$$

1.16: Aus " <schola " $-8 < 8$ "

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq 8$$

1.17: Aus " <schola " $-8 < 9$ "

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq 9$$

...

Beweis 201-1 r) ...

1.18: Aus “<schola“ $-8 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$-8 \neq \text{ten}$$

s)

1.1: Aus “<schola“ $-9 < -8$ ”

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq -8$$

1.2: Aus “<schola“ $-9 < -7$ ”

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq -7$$

1.3: Aus “<schola“ $-9 < -6$ ”

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq -6$$

1.4: Aus “<schola“ $-9 < -5$ ”

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq -5$$

1.5: Aus “<schola“ $-9 < -4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq -4$$

1.6: Aus “<schola“ $-9 < -3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq -3$$

1.7: Aus “<schola“ $-9 < -2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq -2$$

1.8: Aus “<schola“ $-9 < -1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq -1$$

...

Beweis 201-1 s) ...

1.9: Aus " <schola " $-9 < 0$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq 0$$

1.10: Aus " <schola " $-9 < 1$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq 1$$

1.11: Aus " <schola " $-9 < 2$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq 2$$

1.12: Aus " <schola " $-9 < 3$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq 3$$

1.13: Aus " <schola " $-9 < 4$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq 4$$

1.14: Aus " <schola " $-9 < 5$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq 5$$

1.15: Aus " <schola " $-9 < 6$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq 6$$

1.16: Aus " <schola " $-9 < 7$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq 7$$

1.17: Aus " <schola " $-9 < 8$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq 8$$

1.18: Aus " <schola " $-9 < 9$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq 9$$

...

Beweis 201-1 s) ...

1.19: Aus " $\text{<schola} -9 < \text{ten}$ "

folgt via **41-3**:

$$-9 \neq \text{ten}$$

t)

1.1: Aus " $\text{<schola} -\text{ten} < -9$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq -9$$

1.2: Aus " $\text{<schola} -\text{ten} < -8$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq -8$$

1.3: Aus " $\text{<schola} -\text{ten} < -7$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq -7$$

1.4: Aus " $\text{<schola} -\text{ten} < -6$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq -6$$

1.5: Aus " $\text{<schola} -\text{ten} < -5$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq -5$$

1.6: Aus " $\text{<schola} -\text{ten} < -4$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq -4$$

1.7: Aus " $\text{<schola} -\text{ten} < -3$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq -3$$

1.8: Aus " $\text{<schola} -\text{ten} < -2$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq -2$$

...

Beweis **201-1 t)** ...

1.9: Aus " $\text{schola} - \text{ten} < -1$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq -1$$

1.10: Aus " $\text{schola} - \text{ten} < 0$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq 0$$

1.11: Aus " $\text{schola} - \text{ten} < 1$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq 1$$

1.12: Aus " $\text{schola} - \text{ten} < 2$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq 2$$

1.13: Aus " $\text{schola} - \text{ten} < 3$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq 3$$

1.14: Aus " $\text{schola} - \text{ten} < 4$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq 4$$

1.15: Aus " $\text{schola} - \text{ten} < 5$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq 5$$

1.16: Aus " $\text{schola} - \text{ten} < 6$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq 6$$

1.17: Aus " $\text{schola} - \text{ten} < 7$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq 7$$

1.18: Aus " $\text{schola} - \text{ten} < 8$ "

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \neq 8$$

...

Beweis 201-1 t) ...

1.19: Aus “ $\text{<schola} - \text{ten} < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$- \text{ten} \neq 9$$

1.20: Aus “ $\text{<schola} - \text{ten} < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$- \text{ten} \neq \text{ten}$$

□

\leq schola.

Ersterstellung: 23/06/12

Letzte Änderung: 23/06/12

202-1. In \leq schola werden alle 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ten und deren mns-Werte involvierenden " \leq -Aussagen" zusammengefasst:

202-1(Satz) (\leq schola)

- a) $\text{ten} \leq \text{ten}$.
- b) " $9 \leq 9$ " und " $9 \leq \text{ten}$ ".
- c) " $8 \leq 8$ " und " $8 \leq 9$ " und " $8 \leq \text{ten}$ ".
- d) " $7 \leq 7$ " und " $7 \leq 8$ " und " $7 \leq 9$ " und " $7 \leq \text{ten}$ ".
- e) " $6 \leq 6$ " und " $6 \leq 7$ " und " $6 \leq 8$ " und " $6 \leq 9$ " und " $6 \leq \text{ten}$ ".
- f) " $5 \leq 5$ " und " $5 \leq 6$ " und " $5 \leq 7$ " und " $5 \leq 8$ " und " $5 \leq 9$ "
und " $5 \leq \text{ten}$ ".
- g) " $4 \leq 4$ " und " $4 \leq 5$ " und " $4 \leq 6$ " und " $4 \leq 7$ " und " $4 \leq 8$ "
und " $4 \leq 9$ " und " $4 \leq \text{ten}$ ".
- h) " $3 \leq 3$ " und " $3 \leq 4$ " und " $3 \leq 5$ " und " $3 \leq 6$ " und " $3 \leq 7$ "
und " $3 \leq 8$ " und " $3 \leq 9$ " und " $3 \leq \text{ten}$ ".
- i) " $2 \leq 2$ " und " $2 \leq 3$ " und " $2 \leq 4$ " und " $2 \leq 5$ " und " $2 \leq 6$ "
und " $2 \leq 7$ " und " $2 \leq 8$ " und " $2 \leq 9$ " und " $2 \leq \text{ten}$ ".
- j) " $1 \leq 1$ " und " $1 \leq 2$ " und " $1 \leq 3$ " und " $1 \leq 4$ " und " $1 \leq 5$ "
und " $1 \leq 6$ " und " $1 \leq 7$ " und " $1 \leq 8$ " und " $1 \leq 9$ "
und " $1 \leq \text{ten}$ ".
- k) " $0 \leq 0$ " und " $0 \leq 1$ " und " $0 \leq 2$ " und " $0 \leq 3$ " und " $0 \leq 4$ "
und " $0 \leq 5$ " und " $0 \leq 6$ " und " $0 \leq 7$ " und " $0 \leq 8$ "
und " $0 \leq 9$ " und " $0 \leq \text{ten}$ ".
- l) " $-1 \leq -1$ " und " $-1 \leq 0$ " und " $-1 \leq 1$ " und " $-1 \leq 2$ "
und " $-1 \leq 3$ " und " $-1 \leq 4$ " und " $-1 \leq 5$ " und " $-1 \leq 6$ "
und " $-1 \leq 7$ " und " $-1 \leq 8$ " und " $-1 \leq 9$ " und " $-1 \leq \text{ten}$ ".

...

\leq -Notation.

202-1(Satz) (\leq schola)

...

m) " $-2 \leq -2$ " und " $-2 \leq -1$ " und " $-2 \leq 0$ " und " $-2 \leq 1$ "
 und " $-2 \leq 2$ " und " $-2 \leq 3$ " und " $-2 \leq 4$ " und " $-2 \leq 5$ "
 und " $-2 \leq 6$ " und " $-2 \leq 7$ " und " $-2 \leq 8$ " und " $-2 \leq 9$ "
 und " $-2 \leq \text{ten}$ ".

n) " $-3 \leq -3$ " und " $-3 \leq -2$ " und " $-3 \leq -1$ " und " $-3 \leq 0$ "
 und " $-3 \leq 1$ " und " $-3 \leq 2$ " und " $-3 \leq 3$ " und " $-3 \leq 4$ "
 und " $-3 \leq 5$ " und " $-3 \leq 6$ " und " $-3 \leq 7$ " und " $-3 \leq 8$ "
 und " $-3 \leq 9$ " und " $-3 \leq \text{ten}$ ".

o) " $-4 \leq -4$ " und " $-4 \leq -3$ " und " $-4 \leq -2$ " und " $-4 \leq -1$ "
 und " $-4 \leq 0$ " und " $-4 \leq 1$ " und " $-4 \leq 2$ " und " $-4 \leq 3$ "
 und " $-4 \leq 4$ " und " $-4 \leq 5$ " und " $-4 \leq 6$ " und " $-4 \leq 7$ "
 und " $-4 \leq 8$ " und " $-4 \leq 9$ " und " $-4 \leq \text{ten}$ ".

p) " $-5 \leq -5$ " und " $-5 \leq -4$ " und " $-5 \leq -3$ " und " $-5 \leq -2$ "
 und " $-5 \leq -1$ " und " $-5 \leq 0$ " und " $-5 \leq 1$ " und " $-5 \leq 2$ "
 und " $-5 \leq 3$ " und " $-5 \leq 4$ " und " $-5 \leq 5$ " und " $-5 \leq 6$ "
 und " $-5 \leq 7$ " und " $-5 \leq 8$ " und " $-5 \leq 9$ " und " $-5 \leq \text{ten}$ ".

q) " $-6 \leq -6$ " und " $-6 \leq -5$ " und " $-6 \leq -4$ " und " $-6 \leq -3$ "
 und " $-6 \leq -2$ " und " $-6 \leq -1$ " und " $-6 \leq 0$ " und " $-6 \leq 1$ "
 und " $-6 \leq 2$ " und " $-6 \leq 3$ " und " $-6 \leq 4$ " und " $-6 \leq 5$ "
 und " $-6 \leq 6$ " und " $-6 \leq 7$ " und " $-6 \leq 8$ " und " $-6 \leq 9$ "
 und " $-6 \leq \text{ten}$ ".

r) " $-7 \leq -7$ " und " $-7 \leq -6$ " und " $-7 \leq -5$ " und " $-7 \leq -4$ "
 und " $-7 \leq -3$ " und " $-7 \leq -2$ " und " $-7 \leq -1$ " und " $-7 \leq 0$ "
 und " $-7 \leq 1$ " und " $-7 \leq 2$ " und " $-7 \leq 3$ " und " $-7 \leq 4$ "
 und " $-7 \leq 5$ " und " $-7 \leq 6$ " und " $-7 \leq 7$ " und " $-7 \leq 8$ "
 und " $-7 \leq 9$ " und " $-7 \leq \text{ten}$ ".

...

 \leq -Notation.

202-1(Satz) (\leq schola)

...

- s) " $-8 \leq -8$ " und " $-8 \leq -7$ " und " $-8 \leq -6$ " und " $-8 \leq -5$ "
 und " $-8 \leq -4$ " und " $-8 \leq -3$ " und " $-8 \leq -2$ " und " $-8 \leq -1$ "
 und " $-8 \leq 0$ " und " $-8 \leq 1$ " und " $-8 \leq 2$ " und " $-8 \leq 3$ "
 und " $-8 \leq 4$ " und " $-8 \leq 5$ " und " $-8 \leq 6$ " und " $-8 \leq 7$ "
 und " $-8 \leq 8$ " und " $-8 \leq 9$ " und " $-8 \leq \text{ten}$ ".
- t) " $-9 \leq -9$ " und " $-9 \leq -8$ " und " $-9 \leq -7$ " und " $-9 \leq -6$ "
 und " $-9 \leq -5$ " und " $-9 \leq -4$ " und " $-9 \leq -3$ " und " $-9 \leq -2$ "
 und " $-9 \leq -1$ " und " $-9 \leq 0$ " und " $-9 \leq 1$ " und " $-9 \leq 2$ "
 und " $-9 \leq 3$ " und " $-9 \leq 4$ " und " $-9 \leq 5$ " und " $-9 \leq 6$ "
 und " $-9 \leq 7$ " und " $-9 \leq 8$ " und " $-9 \leq 9$ " und " $-9 \leq \text{ten}$ ".
- u) " $-\text{ten} \leq -\text{ten}$ " und " $-\text{ten} \leq -9$ " und " $-\text{ten} \leq -8$ "
 und " $-\text{ten} \leq -7$ " und " $-\text{ten} \leq -6$ " und " $-\text{ten} \leq -5$ "
 und " $-\text{ten} \leq -4$ " und " $-\text{ten} \leq -3$ " und " $-\text{ten} \leq -2$ "
 und " $-\text{ten} \leq -1$ " und " $-\text{ten} \leq 0$ " und " $-\text{ten} \leq 1$ "
 und " $-\text{ten} \leq 2$ " und " $-\text{ten} \leq 3$ " und " $-\text{ten} \leq 4$ " und " $-\text{ten} \leq 5$ "
 und " $-\text{ten} \leq 6$ " und " $-\text{ten} \leq 7$ " und " $-\text{ten} \leq 8$ "
 und " $-\text{ten} \leq 9$ " und " $-\text{ten} \leq \text{ten}$ ".

 \leq -Notation.**Beweis 202-1 a)**Aus $\in \text{schola}$ " $\text{ten} \in \mathbb{S}$ "folgt via **107-5**: $\text{ten} \leq \text{ten}.$

b)

1.1: Aus $\in \text{schola}$ " $9 \in \mathbb{S}$ "folgt via **107-5**: $9 \leq 9$ 1.2: Aus $< \text{schola}$ " $9 < \text{ten}$ "folgt via **41-3**: $9 \leq \text{ten}$

Beweis 202-1 c)

1.1: Aus $\in\text{schola}$ “ $8 \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **107-5**:

$$8 \leq 8$$

1.2: Aus <schola “ $8 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$8 \leq 9$$

1.3: Aus <schola “ $8 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$8 \leq \text{ten}$$

d)

1.1: Aus $\in\text{schola}$ “ $7 \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **107-5**:

$$7 \leq 7$$

1.2: Aus <schola “ $7 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$7 \leq 8$$

1.3: Aus <schola “ $7 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$7 \leq 9$$

1.4: Aus <schola “ $7 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$7 \leq \text{ten}$$

e)

1.1: Aus $\in\text{schola}$ “ $6 \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **107-5**:

$$6 \leq 6$$

1.2: Aus <schola “ $6 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$6 \leq 7$$

...

Beweis 202-1 e) ...

1.3: Aus <schola "6 < 8"

folgt via **41-3**:

$$6 \leq 8$$

1.4: Aus <schola "6 < 9"

folgt via **41-3**:

$$6 \leq 9$$

1.5: Aus <schola "6 < ten"

folgt via **41-3**:

$$6 \leq \text{ten}$$

f)

1.1: Aus $\in \text{schola}$ "5 \in S"

folgt via **107-5**:

$$5 \leq 5$$

1.2: Aus <schola "5 < 6"

folgt via **41-3**:

$$5 \leq 6$$

1.3: Aus <schola "5 < 7"

folgt via **41-3**:

$$5 \leq 7$$

1.4: Aus <schola "5 < 8"

folgt via **41-3**:

$$5 \leq 8$$

1.5: Aus <schola "5 < 9"

folgt via **41-3**:

$$5 \leq 9$$

1.6: Aus <schola "5 < ten"

folgt via **41-3**:

$$5 \leq \text{ten}$$

Beweis 202-1 g)

1.1: Aus $\in\text{schola}$ “ $4 \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **107-5**:

$$4 \leq 4$$

1.2: Aus <schola “ $4 < 5$ ”

folgt via **41-3**:

$$4 \leq 5$$

1.3: Aus <schola “ $4 < 6$ ”

folgt via **41-3**:

$$4 \leq 6$$

1.4: Aus <schola “ $4 < 7$ ”

folgt via **41-3**:

$$4 \leq 7$$

1.5: Aus <schola “ $4 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$4 \leq 8$$

1.6: Aus <schola “ $4 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$4 \leq 9$$

1.7: Aus <schola “ $4 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$4 \leq \text{ten}$$

h)

1.1: Aus $\in\text{schola}$ “ $3 \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **107-5**:

$$3 \leq 3$$

1.2: Aus <schola “ $3 < 4$ ”

folgt via **41-3**:

$$3 \leq 4$$

1.3: Aus <schola “ $3 < 5$ ”

folgt via **41-3**:

$$3 \leq 5$$

...

Beweis 202-1 h) ...

1.4: Aus $\text{<schola} "3 < 6"$

folgt via **41-3**:

$$3 \leq 6$$

1.5: Aus $\text{<schola} "3 < 7"$

folgt via **41-3**:

$$3 \leq 7$$

1.6: Aus $\text{<schola} "3 < 8"$

folgt via **41-3**:

$$3 \leq 8$$

1.7: Aus $\text{<schola} "3 < 9"$

folgt via **41-3**:

$$3 \leq 9$$

1.8: Aus $\text{<schola} "3 < \text{ten}"$

folgt via **41-3**:

$$3 \leq \text{ten}$$

i)

1.1: Aus $\text{<schola} "2 \in \mathbb{S}"$

folgt via **107-5**:

$$2 \leq 2$$

1.2: Aus $\text{<schola} "2 < 3"$

folgt via **41-3**:

$$2 \leq 3$$

1.3: Aus $\text{<schola} "2 < 4"$

folgt via **41-3**:

$$2 \leq 4$$

1.4: Aus $\text{<schola} "2 < 5"$

folgt via **41-3**:

$$2 \leq 5$$

1.5: Aus $\text{<schola} "2 < 6"$

folgt via **41-3**:

$$2 \leq 6$$

...

Beweis 202-1 i) ...

1.6: Aus <schola "2 < 7"

folgt via **41-3**:

$$2 \leq 7$$

1.7: Aus <schola "2 < 8"

folgt via **41-3**:

$$2 \leq 8$$

1.8: Aus <schola "2 < 9"

folgt via **41-3**:

$$2 \leq 9$$

1.9: Aus <schola "2 < ten"

folgt via **41-3**:

$$2 \leq \text{ten}$$

j)

1.1: Aus ∈schola "1 ∈ S"

folgt via **107-5**:

$$1 \leq 1$$

1.2: Aus <schola "1 < 2"

folgt via **41-3**:

$$1 \leq 2$$

1.3: Aus <schola "1 < 3"

folgt via **41-3**:

$$1 \leq 3$$

1.4: Aus <schola "1 < 4"

folgt via **41-3**:

$$1 \leq 4$$

1.5: Aus <schola "1 < 5"

folgt via **41-3**:

$$1 \leq 5$$

1.6: Aus <schola "1 < 6"

folgt via **41-3**:

$$1 \leq 6$$

...

Beweis **202-1 j)** ...

1.7: Aus <schola "1 < 7"

folgt via **41-3**:

$$1 \leq 7$$

1.8: Aus <schola "1 < 8"

folgt via **41-3**:

$$1 \leq 8$$

1.9: Aus <schola "1 < 9"

folgt via **41-3**:

$$1 \leq 9$$

1.10: Aus <schola "1 < ten"

folgt via **41-3**:

$$1 \leq \text{ten}$$

k)

1.1: Aus ∈schola "0 ∈ S"

folgt via **107-5**:

$$0 \leq 0$$

1.2: Aus <schola "0 < 1"

folgt via **41-3**:

$$0 \leq 1$$

1.3: Aus <schola "0 < 2"

folgt via **41-3**:

$$0 \leq 2$$

1.4: Aus <schola "0 < 3"

folgt via **41-3**:

$$0 \leq 3$$

1.5: Aus <schola "0 < 4"

folgt via **41-3**:

$$0 \leq 4$$

1.6: Aus <schola "0 < 5"

folgt via **41-3**:

$$0 \leq 5$$

...

Beweis 202-1 k) ...

1.7: Aus <schola " $0 < 6$ "

folgt via **41-3**:

$$0 \leq 6$$

1.8: Aus <schola " $0 < 7$ "

folgt via **41-3**:

$$0 \leq 7$$

1.9: Aus <schola " $0 < 8$ "

folgt via **41-3**:

$$0 \leq 8$$

1.10: Aus <schola " $0 < 9$ "

folgt via **41-3**:

$$0 \leq 9$$

1.11: Aus <schola " $0 < \text{ten}$ "

folgt via **41-3**:

$$0 \leq \text{ten}$$

1)

1.1: Aus <schola " $-1 \in \mathbb{S}$ "

folgt via **107-5**:

$$-1 \leq -1$$

1.2: Aus <schola " $-1 < 0$ "

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq 0$$

1.3: Aus <schola " $-1 < 1$ "

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq 1$$

1.4: Aus <schola " $-1 < 2$ "

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq 2$$

1.5: Aus <schola " $-1 < 3$ "

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq 3$$

...

Beweis **202-1** 1) ...

1.6: Aus $\text{<schola} -1 < 4$

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq 4$$

1.7: Aus $\text{<schola} -1 < 5$

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq 5$$

1.8: Aus $\text{<schola} -1 < 6$

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq 6$$

1.9: Aus $\text{<schola} -1 < 7$

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq 7$$

1.10: Aus $\text{<schola} -1 < 8$

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq 8$$

1.11: Aus $\text{<schola} -1 < 9$

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq 9$$

1.12: Aus $\text{<schola} -1 < \text{ten}$

folgt via **41-3**:

$$-1 \leq \text{ten}$$

m)

1.1: Aus $\text{∈schola} -2 \in \mathbb{S}$

folgt via **107-5**:

$$-2 \leq -2$$

1.2: Aus $\text{<schola} -2 < -1$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq -1$$

1.3: Aus $\text{<schola} -2 < 0$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq 0$$

...

Beweis 202-1 m) ...

1.4: Aus $\langle \text{schola} \rangle -2 < 1$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq 1$$

1.5: Aus $\langle \text{schola} \rangle -2 < 2$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq 2$$

1.6: Aus $\langle \text{schola} \rangle -2 < 3$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq 3$$

1.7: Aus $\langle \text{schola} \rangle -2 < 4$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq 4$$

1.8: Aus $\langle \text{schola} \rangle -2 < 5$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq 5$$

1.9: Aus $\langle \text{schola} \rangle -2 < 6$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq 6$$

1.10: Aus $\langle \text{schola} \rangle -2 < 7$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq 7$$

1.11: Aus $\langle \text{schola} \rangle -2 < 8$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq 8$$

1.12: Aus $\langle \text{schola} \rangle -2 < 9$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq 9$$

1.13: Aus $\langle \text{schola} \rangle -2 < \text{ten}$

folgt via **41-3**:

$$-2 \leq \text{ten}$$

Beweis 202-1 n)

1.1: Aus $\in \text{schola}$ “ $-3 \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **107-5**:

$$-3 \leq -3$$

1.2: Aus $\in \text{schola}$ “ $-3 < -2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq -2$$

1.3: Aus $\in \text{schola}$ “ $-3 < -1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq -1$$

1.4: Aus $\in \text{schola}$ “ $-3 < 0$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq 0$$

1.5: Aus $\in \text{schola}$ “ $-3 < 1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq 1$$

1.6: Aus $\in \text{schola}$ “ $-3 < 2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq 2$$

1.7: Aus $\in \text{schola}$ “ $-3 < 3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq 3$$

1.8: Aus $\in \text{schola}$ “ $-3 < 4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq 4$$

1.9: Aus $\in \text{schola}$ “ $-3 < 5$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq 5$$

1.10: Aus $\in \text{schola}$ “ $-3 < 6$ ”

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq 6$$

...

Beweis 202-1 n) ...

1.11: Aus $\langle \text{schola} \rangle -3 < 7$

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq 7$$

1.12: Aus $\langle \text{schola} \rangle -3 < 8$

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq 8$$

1.13: Aus $\langle \text{schola} \rangle -3 < 9$

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq 9$$

1.14: Aus $\langle \text{schola} \rangle -3 < \text{ten}$

folgt via **41-3**:

$$-3 \leq \text{ten}$$

o)

1.1: Aus $\in \text{schola} \rangle -4 \in \mathbb{S}$

folgt via **107-5**:

$$-4 \leq -4$$

1.2: Aus $\langle \text{schola} \rangle -4 < -3$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq -3$$

1.3: Aus $\langle \text{schola} \rangle -4 < -2$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq -2$$

1.4: Aus $\langle \text{schola} \rangle -4 < -1$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq -1$$

1.5: Aus $\langle \text{schola} \rangle -4 < 0$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq 0$$

1.6: Aus $\langle \text{schola} \rangle -4 < 1$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq 1$$

...

Beweis 202-1 o) ...

1.7: Aus $\text{<schola> } -4 < 2$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq 2$$

1.8: Aus $\text{<schola> } -4 < 3$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq 3$$

1.9: Aus $\text{<schola> } -4 < 4$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq 4$$

1.10: Aus $\text{<schola> } -4 < 5$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq 5$$

1.11: Aus $\text{<schola> } -4 < 6$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq 6$$

1.12: Aus $\text{<schola> } -4 < 7$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq 7$$

1.13: Aus $\text{<schola> } -4 < 8$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq 8$$

1.14: Aus $\text{<schola> } -4 < 9$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq 9$$

1.15: Aus $\text{<schola> } -4 < \text{ten}$

folgt via **41-3**:

$$-4 \leq \text{ten}$$

Beweis 202-1 p)

1.1: Aus $\in \text{schola}$ “ $-5 \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **107-5**:

$$-5 \leq -5$$

1.2: Aus $< \text{schola}$ “ $-5 < -4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq -4$$

1.3: Aus $< \text{schola}$ “ $-5 < -3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq -3$$

1.4: Aus $< \text{schola}$ “ $-5 < -2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq -2$$

1.5: Aus $< \text{schola}$ “ $-5 < -1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq -1$$

1.6: Aus $< \text{schola}$ “ $-5 < 0$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq 0$$

1.7: Aus $< \text{schola}$ “ $-5 < 1$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq 1$$

1.8: Aus $< \text{schola}$ “ $-5 < 2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq 2$$

1.9: Aus $< \text{schola}$ “ $-5 < 3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq 3$$

1.10: Aus $< \text{schola}$ “ $-5 < 4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq 4$$

...

Beweis 202-1 p) ...

1.11: Aus $\text{<schola} -5 < 5$

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq 5$$

1.12: Aus $\text{<schola} -5 < 6$

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq 6$$

1.13: Aus $\text{<schola} -5 < 7$

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq 7$$

1.14: Aus $\text{<schola} -5 < 8$

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq 8$$

1.15: Aus $\text{<schola} -5 < 9$

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq 9$$

1.16: Aus $\text{<schola} -5 < \text{ten}$

folgt via **41-3**:

$$-5 \leq \text{ten}$$

q)

1.1: Aus $\text{<schola} -6 \in \mathbb{S}$

folgt via **107-5**:

$$-6 \leq -6$$

1.2: Aus $\text{<schola} -6 < -5$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq -5$$

1.3: Aus $\text{<schola} -6 < -4$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq -4$$

1.4: Aus $\text{<schola} -6 < -3$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq -3$$

...

Beweis 202-1 q) ...

1.5: Aus $\langle \text{schola} \rangle -6 < -2$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq -2$$

1.6: Aus $\langle \text{schola} \rangle -6 < -1$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq -1$$

1.7: Aus $\langle \text{schola} \rangle -6 < 0$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq 0$$

1.8: Aus $\langle \text{schola} \rangle -6 < 1$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq 1$$

1.9: Aus $\langle \text{schola} \rangle -6 < 2$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq 2$$

1.10: Aus $\langle \text{schola} \rangle -6 < 3$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq 3$$

1.11: Aus $\langle \text{schola} \rangle -6 < 4$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq 4$$

1.12: Aus $\langle \text{schola} \rangle -6 < 5$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq 5$$

1.13: Aus $\langle \text{schola} \rangle -6 < 6$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq 6$$

1.14: Aus $\langle \text{schola} \rangle -6 < 7$

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq 7$$

...

Beweis 202-1 q) ...

1.15: Aus <schola “ $-6 < 8$ ”

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq 8$$

1.16: Aus <schola “ $-6 < 9$ ”

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq 9$$

1.17: Aus <schola “ $-6 < \text{ten}$ ”

folgt via **41-3**:

$$-6 \leq \text{ten}$$

r)

1.1: Aus ∈schola “ $-7 \in \mathbb{S}$ ”

folgt via **107-5**:

$$-7 \leq -7$$

1.2: Aus <schola “ $-7 < -6$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq -6$$

1.3: Aus <schola “ $-7 < -5$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq -5$$

1.4: Aus <schola “ $-7 < -4$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq -4$$

1.5: Aus <schola “ $-7 < -3$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq -3$$

1.6: Aus <schola “ $-7 < -2$ ”

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq -2$$

...

Beweis 202-1 r) ...

1.7: Aus $\langle \text{schola} \rangle -7 < -1$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq -1$$

1.8: Aus $\langle \text{schola} \rangle -7 < 0$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq 0$$

1.9: Aus $\langle \text{schola} \rangle -7 < 1$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq 1$$

1.10: Aus $\langle \text{schola} \rangle -7 < 2$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq 2$$

1.11: Aus $\langle \text{schola} \rangle -7 < 3$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq 3$$

1.12: Aus $\langle \text{schola} \rangle -7 < 4$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq 4$$

1.13: Aus $\langle \text{schola} \rangle -7 < 5$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq 5$$

1.14: Aus $\langle \text{schola} \rangle -7 < 6$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq 6$$

1.15: Aus $\langle \text{schola} \rangle -7 < 7$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq 7$$

1.16: Aus $\langle \text{schola} \rangle -7 < 8$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq 8$$

...

Beweis 202-1 r) ...

1.17: Aus $\text{<schola} \text{“} -7 < 9 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq 9$$

1.18: Aus $\text{<schola} \text{“} -7 < \text{ten} \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-7 \leq \text{ten}$$

s)

1.1: Aus $\in \text{schola} \text{“} -8 \in \mathbb{S} \text{”}$

folgt via **107-5**:

$$-8 \leq -8$$

1.2: Aus $\text{<schola} \text{“} -8 < -7 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq -7$$

1.3: Aus $\text{<schola} \text{“} -8 < -6 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq -6$$

1.4: Aus $\text{<schola} \text{“} -8 < -5 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq -5$$

1.5: Aus $\text{<schola} \text{“} -8 < -4 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq -4$$

1.6: Aus $\text{<schola} \text{“} -8 < -3 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq -3$$

1.7: Aus $\text{<schola} \text{“} -8 < -2 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq -2$$

1.8: Aus $\text{<schola} \text{“} -8 < -1 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq -1$$

...

Beweis 202-1 s) ...

1.9: Aus $\langle \text{schola} \rangle -8 < 0$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq 0$$

1.10: Aus $\langle \text{schola} \rangle -8 < 1$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq 1$$

1.11: Aus $\langle \text{schola} \rangle -8 < 2$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq 2$$

1.12: Aus $\langle \text{schola} \rangle -8 < 3$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq 3$$

1.13: Aus $\langle \text{schola} \rangle -8 < 4$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq 4$$

1.14: Aus $\langle \text{schola} \rangle -8 < 5$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq 5$$

1.15: Aus $\langle \text{schola} \rangle -8 < 6$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq 6$$

1.16: Aus $\langle \text{schola} \rangle -8 < 7$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq 7$$

1.17: Aus $\langle \text{schola} \rangle -8 < 8$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq 8$$

1.18: Aus $\langle \text{schola} \rangle -8 < 9$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq 9$$

...

Beweis 202-1 s) ...

1.19: Aus $\text{<schola} \text{“} -8 < \text{ten} \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-8 \leq \text{ten}$$

t)

1.1: Aus $\text{<schola} \text{“} -9 \in \mathbb{S} \text{”}$

folgt via **107-5**:

$$-9 \leq -9$$

1.2: Aus $\text{<schola} \text{“} -9 < -8 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq -8$$

1.3: Aus $\text{<schola} \text{“} -9 < -7 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq -7$$

1.4: Aus $\text{<schola} \text{“} -9 < -6 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq -6$$

1.5: Aus $\text{<schola} \text{“} -9 < -5 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq -5$$

1.6: Aus $\text{<schola} \text{“} -9 < -4 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq -4$$

1.7: Aus $\text{<schola} \text{“} -9 < -3 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq -3$$

1.8: Aus $\text{<schola} \text{“} -9 < -2 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq -2$$

1.9: Aus $\text{<schola} \text{“} -9 < -1 \text{”}$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq -1$$

...

Beweis 202-1 t) ...

1.10: Aus $\langle \text{schola} \rangle -9 < 0$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq 0$$

1.11: Aus $\langle \text{schola} \rangle -9 < 1$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq 1$$

1.12: Aus $\langle \text{schola} \rangle -9 < 2$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq 2$$

1.13: Aus $\langle \text{schola} \rangle -9 < 3$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq 3$$

1.14: Aus $\langle \text{schola} \rangle -9 < 4$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq 4$$

1.15: Aus $\langle \text{schola} \rangle -9 < 5$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq 5$$

1.16: Aus $\langle \text{schola} \rangle -9 < 6$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq 6$$

1.17: Aus $\langle \text{schola} \rangle -9 < 7$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq 7$$

1.18: Aus $\langle \text{schola} \rangle -9 < 8$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq 8$$

1.19: Aus $\langle \text{schola} \rangle -9 < 9$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq 9$$

...

Beweis 202-1 t) ...

1.20: Aus $\text{<schola} \text{ "}-9 < \text{ten}"$

folgt via **41-3**:

$$-9 \leq \text{ten}$$

u)

1.1: Aus $\in \text{schola} \text{ "}-\text{ten} \in \mathbb{S}"$

folgt via **107-5**:

$$-\text{ten} \leq -\text{ten}$$

1.2: Aus $\text{<schola} \text{ "}-\text{ten} < -9"$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq -9$$

1.3: Aus $\text{<schola} \text{ "}-\text{ten} < -8"$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq -8$$

1.4: Aus $\text{<schola} \text{ "}-\text{ten} < -7"$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq -7$$

1.5: Aus $\text{<schola} \text{ "}-\text{ten} < -6"$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq -6$$

1.6: Aus $\text{<schola} \text{ "}-\text{ten} < -5"$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq -5$$

1.7: Aus $\text{<schola} \text{ "}-\text{ten} < -4"$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq -4$$

1.8: Aus $\text{<schola} \text{ "}-\text{ten} < -3"$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq -3$$

1.9: Aus $\text{<schola} \text{ "}-\text{ten} < -2"$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq -2$$

...

Beweis **202-1** u) ...

1.10: Aus $\langle \text{schola} \rangle -\text{ten} < -1$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq -1$$

1.11: Aus $\langle \text{schola} \rangle -\text{ten} < 0$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq 0$$

1.12: Aus $\langle \text{schola} \rangle -\text{ten} < 1$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq 1$$

1.13: Aus $\langle \text{schola} \rangle -\text{ten} < 2$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq 2$$

1.14: Aus $\langle \text{schola} \rangle -\text{ten} < 3$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq 3$$

1.15: Aus $\langle \text{schola} \rangle -\text{ten} < 4$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq 4$$

1.16: Aus $\langle \text{schola} \rangle -\text{ten} < 5$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq 5$$

1.17: Aus $\langle \text{schola} \rangle -\text{ten} < 6$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq 6$$

1.18: Aus $\langle \text{schola} \rangle -\text{ten} < 7$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq 7$$

1.19: Aus $\langle \text{schola} \rangle -\text{ten} < 8$

folgt via **41-3**:

$$-\text{ten} \leq 8$$

...

Beweis 202-1 u) ...

1.20: Aus $\text{<schola> } -\text{ten} < 9$

folgt via 41-3:

$$-\text{ten} \leq 9$$

1.21: Aus $\text{<schola> } -\text{ten} < \text{ten}$

folgt via 41-3:

$$-\text{ten} \leq \text{ten}$$

□

+schola.

Ersterstellung: 25/06/12

Letzte Änderung: 25/06/12

203-1. In **+schola** werden alle Summen der Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **ten** und deren **mns**-Werten aufgelistet. Die Darstellung der Resultate folgt stellenweise einem Bauchgefühl:

203-1(Satz) (+schola)

- a) " $-\text{ten} + 0 = -\text{ten}$ " und " $-9 + 0 = -9$ " und " $-8 + 0 = -8$ "
 und " $-7 + 0 = -7$ " und " $-6 + 0 = -6$ " und " $-5 + 0 = -5$ "
 und " $-4 + 0 = -4$ " und " $-3 + 0 = -3$ " und " $-2 + 0 = -2$ "
 und " $-1 + 0 = -1$ " und " $0 + 0 = 0$ " und " $1 + 0 = 1$ "
 und " $2 + 0 = 2$ " und " $3 + 0 = 3$ " und " $4 + 0 = 4$ "
 und " $5 + 0 = 5$ " und " $6 + 0 = 6$ " und " $7 + 0 = 7$ "
 und " $8 + 0 = 8$ " und " $9 + 0 = 9$ " und " $\text{ten} + 0 = \text{ten}$ ".
- b) " $-\text{ten} + 1 = -9$ " und " $-9 + 1 = -8$ " und " $-8 + 1 = -7$ "
 und " $-7 + 1 = -6$ " und " $-6 + 1 = -5$ " und " $-5 + 1 = -4$ "
 und " $-4 + 1 = -3$ " und " $-3 + 1 = -2$ " und " $-2 + 1 = -1$ "
 und " $-1 + 1 = 0$ " und " $0 + 1 = 1$ " und " $1 + 1 = 2$ "
 und " $2 + 1 = 3$ " und " $3 + 1 = 4$ " und " $4 + 1 = 5$ "
 und " $5 + 1 = 6$ " und " $6 + 1 = 7$ " und " $7 + 1 = 8$ "
 und " $8 + 1 = 9$ " und " $9 + 1 = \text{ten}$ " und " $\text{ten} + 1 = \text{ten} + 1$ ".
- c) " $-\text{ten} + 2 = -8$ " und " $-9 + 2 = -7$ " und " $-8 + 2 = -6$ "
 und " $-7 + 2 = -5$ " und " $-6 + 2 = -4$ " und " $-5 + 2 = -3$ "
 und " $-4 + 2 = -2$ " und " $-3 + 2 = -1$ " und " $-2 + 2 = 0$ "
 und " $-1 + 2 = 1$ " und " $0 + 2 = 2$ " und " $1 + 2 = 3$ "
 und " $2 + 2 = 4$ " und " $3 + 2 = 5$ " und " $4 + 2 = 6$ "
 und " $5 + 2 = 7$ " und " $6 + 2 = 8$ " und " $7 + 2 = 9$ "
 und " $8 + 2 = \text{ten}$ " und " $9 + 2 = \text{ten} + 1$ " und " $\text{ten} + 2 = \text{ten} + 2$ ".
- d) " $-\text{ten} + 3 = -7$ " und " $-9 + 3 = -6$ " und " $-8 + 3 = -5$ "
 und " $-7 + 3 = -4$ " und " $-6 + 3 = -3$ " und " $-5 + 3 = -2$ "
 und " $-4 + 3 = -1$ " und " $-3 + 3 = 0$ " und " $-2 + 3 = 1$ "
 und " $-1 + 3 = 2$ " und " $0 + 3 = 3$ " und " $1 + 3 = 4$ "
 und " $2 + 3 = 5$ " und " $3 + 3 = 6$ " und " $4 + 3 = 7$ "
 und " $5 + 3 = 8$ " und " $6 + 3 = 9$ " und " $7 + 3 = \text{ten}$ "
 und " $8 + 3 = \text{ten} + 1$ " und " $9 + 3 = \text{ten} + 2$ "
 und " $\text{ten} + 3 = \text{ten} + 3$ ".

...

RECH-Notation.

203-1(Satz) (+schola)

...

e) $-\text{ten} + 4 = -6$ und $-9 + 4 = -5$ und $-8 + 4 = -4$
 und $-7 + 4 = -3$ und $-6 + 4 = -2$ und $-5 + 4 = -1$
 und $-4 + 4 = 0$ und $-3 + 4 = 1$ und $-2 + 4 = 2$
 und $-1 + 4 = 3$ und $0 + 4 = 4$ und $1 + 4 = 5$
 und $2 + 4 = 6$ und $3 + 4 = 7$ und $4 + 4 = 8$
 und $5 + 4 = 9$ und $6 + 4 = \text{ten}$ und $7 + 4 = \text{ten} + 1$
 und $8 + 4 = \text{ten} + 2$ und $9 + 4 = \text{ten} + 3$
 und $\text{ten} + 4 = \text{ten} + 4$.

f) $-\text{ten} + 5 = -5$ und $-9 + 5 = -4$ und $-8 + 5 = -3$
 und $-7 + 5 = -2$ und $-6 + 5 = -1$ und $-5 + 5 = 0$
 und $-4 + 5 = 1$ und $-3 + 5 = 2$ und $-2 + 5 = 3$
 und $-1 + 5 = 4$ und $0 + 5 = 5$ und $1 + 5 = 6$
 und $2 + 5 = 7$ und $3 + 5 = 8$ und $4 + 5 = 9$
 und $5 + 5 = \text{ten}$ und $6 + 5 = \text{ten} + 1$ und $7 + 5 = \text{ten} + 2$
 und $8 + 5 = \text{ten} + 3$ und $9 + 5 = \text{ten} + 4$
 und $\text{ten} + 5 = \text{ten} + 5$.

g) $-\text{ten} + 6 = -4$ und $-9 + 6 = -3$ und $-8 + 6 = -2$
 und $-7 + 6 = -1$ und $-6 + 6 = 0$ und $-5 + 6 = 1$
 und $-4 + 6 = 2$ und $-3 + 6 = 3$ und $-2 + 6 = 4$
 und $-1 + 6 = 5$ und $0 + 6 = 6$ und $1 + 6 = 7$
 und $2 + 6 = 8$ und $3 + 6 = 9$ und $4 + 6 = \text{ten}$
 und $5 + 6 = \text{ten} + 1$ und $6 + 6 = \text{ten} + 2$ und $7 + 6 = \text{ten} + 3$
 und $8 + 6 = \text{ten} + 4$ und $9 + 6 = \text{ten} + 5$
 und $\text{ten} + 6 = \text{ten} + 6$.

...

RECH-Notation.

203-1(Satz) (+schola)

...

h) $-\text{ten} + 7 = -3$ und $-9 + 7 = -2$ und $-8 + 7 = -1$
 und $-7 + 7 = 0$ und $-6 + 7 = 1$ und $-5 + 7 = 2$
 und $-4 + 7 = 3$ und $-3 + 7 = 4$ und $-2 + 7 = 5$
 und $-1 + 7 = 6$ und $0 + 7 = 7$ und $1 + 7 = 8$
 und $2 + 7 = 9$ und $3 + 7 = \text{ten}$ und $4 + 7 = \text{ten} + 1$
 und $5 + 7 = \text{ten} + 2$ und $6 + 7 = \text{ten} + 3$ und $7 + 7 = \text{ten} + 4$
 und $8 + 7 = \text{ten} + 5$ und $9 + 7 = \text{ten} + 6$
 und $\text{ten} + 7 = \text{ten} + 7$.

i) $-\text{ten} + 8 = -2$ und $-9 + 8 = -1$ und $-8 + 8 = 0$
 und $-7 + 8 = 1$ und $-6 + 8 = 2$ und $-5 + 8 = 3$
 und $-4 + 8 = 4$ und $-3 + 8 = 5$ und $-2 + 8 = 6$
 und $-1 + 8 = 7$ und $0 + 8 = 8$ und $1 + 8 = 9$
 und $2 + 8 = \text{ten}$ und $3 + 8 = \text{ten} + 1$ und $4 + 8 = \text{ten} + 2$
 und $5 + 8 = \text{ten} + 3$ und $6 + 8 = \text{ten} + 4$ und $7 + 8 = \text{ten} + 5$
 und $8 + 8 = \text{ten} + 6$ und $9 + 8 = \text{ten} + 7$
 und $\text{ten} + 8 = \text{ten} + 8$.

j) $-\text{ten} + 9 = -1$ und $-9 + 9 = 0$ und $-8 + 9 = 1$
 und $-7 + 9 = 2$ und $-6 + 9 = 3$ und $-5 + 9 = 4$
 und $-4 + 9 = 5$ und $-3 + 9 = 6$ und $-2 + 9 = 7$
 und $-1 + 9 = 8$ und $0 + 9 = 9$ und $1 + 9 = \text{ten}$
 und $2 + 9 = \text{ten} + 1$ und $3 + 9 = \text{ten} + 2$ und $4 + 9 = \text{ten} + 3$
 und $5 + 9 = \text{ten} + 4$ und $6 + 9 = \text{ten} + 5$ und $7 + 9 = \text{ten} + 6$
 und $8 + 9 = \text{ten} + 7$ und $9 + 9 = \text{ten} + 8$
 und $\text{ten} + 9 = \text{ten} + 9$.

...

RECH-Notation.

203-1(Satz) (+schola)

...

k) $-\text{ten} + \text{ten} = 0$ und $-9 + \text{ten} = 1$ und $-8 + \text{ten} = 2$
 und $-7 + \text{ten} = 3$ und $-6 + \text{ten} = 4$ und $-5 + \text{ten} = 5$
 und $-4 + \text{ten} = 6$ und $-3 + \text{ten} = 7$ und $-2 + \text{ten} = 8$
 und $-1 + \text{ten} = 9$ und $0 + \text{ten} = \text{ten}$ und $1 + \text{ten} = \text{ten} + 1$
 und $2 + \text{ten} = \text{ten} + 2$ und $3 + \text{ten} = \text{ten} + 3$
 und $4 + \text{ten} = \text{ten} + 4$ und $5 + \text{ten} = \text{ten} + 5$
 und $6 + \text{ten} = \text{ten} + 6$ und $7 + \text{ten} = \text{ten} + 7$
 und $8 + \text{ten} = \text{ten} + 8$ und $9 + \text{ten} = \text{ten} + 9$
 und $\text{ten} + \text{ten} = 2 \cdot \text{ten}$.

l) $-\text{ten} + (-1) = -(\text{ten} + 1)$ und $-9 + (-1) = -\text{ten}$
 und $-8 + (-1) = -9$ und $-7 + (-1) = -8$
 und $-6 + (-1) = -7$ und $-5 + (-1) = -6$
 und $-4 + (-1) = -5$ und $-3 + (-1) = -4$
 und $-2 + (-1) = -3$ und $-1 + (-1) = -2$
 und $0 + (-1) = -1$ und $1 + (-1) = 0$
 und $2 + (-1) = 1$ und $3 + (-1) = 2$
 und $4 + (-1) = 3$ und $5 + (-1) = 4$
 und $6 + (-1) = 5$ und $7 + (-1) = 6$
 und $8 + (-1) = 7$ und $9 + (-1) = 8$
 und $\text{ten} + (-1) = 9$.

m) $-\text{ten} + (-2) = -(\text{ten} + 2)$ und $-9 + (-2) = -(\text{ten} + 1)$
 und $-8 + (-2) = -\text{ten}$ und $-7 + (-2) = -9$
 und $-6 + (-2) = -8$ und $-5 + (-2) = -7$
 und $-4 + (-2) = -6$ und $-3 + (-2) = -5$
 und $-2 + (-2) = -4$ und $-1 + (-2) = -3$
 und $0 + (-2) = -2$ und $1 + (-2) = -1$
 und $2 + (-2) = 0$ und $3 + (-2) = 1$
 und $4 + (-2) = 2$ und $5 + (-2) = 3$
 und $6 + (-2) = 4$ und $7 + (-2) = 5$
 und $8 + (-2) = 6$ und $9 + (-2) = 7$
 und $\text{ten} + (-2) = 8$.

...

RECH-Notation.

203-1(Satz) (+schola)

...

n) $-\text{ten} + (-3) = -(\text{ten} + 3)$ und $-9 + (-3) = -(\text{ten} + 2)$
 und $-8 + (-3) = -(\text{ten} + 1)$ und $-7 + (-3) = -\text{ten}$
 und $-6 + (-3) = -9$ und $-5 + (-3) = -8$
 und $-4 + (-3) = -7$ und $-3 + (-3) = -6$
 und $-2 + (-3) = -5$ und $-1 + (-3) = -4$
 und $0 + (-3) = -3$ und $1 + (-3) = -2$
 und $2 + (-3) = -1$ und $3 + (-3) = 0$
 und $4 + (-3) = 1$ und $5 + (-3) = 2$
 und $6 + (-3) = 3$ und $7 + (-3) = 4$
 und $8 + (-3) = 5$ und $9 + (-3) = 6$
 und $\text{ten} + (-3) = 7$.

o) $-\text{ten} + (-4) = -(\text{ten} + 4)$ und $-9 + (-4) = -(\text{ten} + 3)$
 und $-8 + (-4) = -(\text{ten} + 2)$ und $-7 + (-4) = -(\text{ten} + 1)$
 und $-6 + (-4) = -\text{ten}$ und $-5 + (-4) = -9$
 und $-4 + (-4) = -8$ und $-3 + (-4) = -7$
 und $-2 + (-4) = -6$ und $-1 + (-4) = -5$
 und $0 + (-4) = -4$ und $1 + (-4) = -3$
 und $2 + (-4) = -2$ und $3 + (-4) = -1$
 und $4 + (-4) = 0$ und $5 + (-4) = 1$
 und $6 + (-4) = 2$ und $7 + (-4) = 3$
 und $8 + (-4) = 4$ und $9 + (-4) = 5$
 und $\text{ten} + (-4) = 6$.

...

RECH-Notation.

203-1(Satz) (+schola)

...

p) $-\text{ten} + (-5) = -(\text{ten} + 5)$ und $-9 + (-5) = -(\text{ten} + 4)$
 und $-8 + (-5) = -(\text{ten} + 3)$ und $-7 + (-5) = -(\text{ten} + 2)$
 und $-6 + (-5) = -(\text{ten} + 1)$ und $-5 + (-5) = -\text{ten}$
 und $-4 + (-5) = -9$ und $-3 + (-5) = -8$
 und $-2 + (-5) = -7$ und $-1 + (-5) = -6$
 und $0 + (-5) = -5$ und $1 + (-5) = -4$
 und $2 + (-5) = -3$ und $3 + (-5) = -2$
 und $4 + (-5) = -1$ und $5 + (-5) = 0$
 und $6 + (-5) = 1$ und $7 + (-5) = 2$
 und $8 + (-5) = 3$ und $9 + (-5) = 4$
 und $\text{ten} + (-5) = 5$.

q) $-\text{ten} + (-6) = -(\text{ten} + 6)$ und $-9 + (-6) = -(\text{ten} + 5)$
 und $-8 + (-6) = -(\text{ten} + 4)$ und $-7 + (-6) = -(\text{ten} + 3)$
 und $-6 + (-6) = -(\text{ten} + 2)$ und $-5 + (-6) = -(\text{ten} + 1)$
 und $-4 + (-6) = -\text{ten}$ und $-3 + (-6) = -9$
 und $-2 + (-6) = -8$ und $-1 + (-6) = -7$
 und $0 + (-6) = -6$ und $1 + (-6) = -5$
 und $2 + (-6) = -4$ und $3 + (-6) = -3$
 und $4 + (-6) = -2$ und $5 + (-6) = -1$
 und $6 + (-6) = 0$ und $7 + (-6) = 1$
 und $8 + (-6) = 2$ und $9 + (-6) = 3$
 und $\text{ten} + (-6) = 4$.

...

RECH-Notation.

203-1(Satz) (+schola)

...

r) $-\text{ten} + (-7) = -(\text{ten} + 7)$ und $-9 + (-7) = -(\text{ten} + 6)$
 und $-8 + (-7) = -(\text{ten} + 5)$ und $-7 + (-7) = -(\text{ten} + 4)$
 und $-6 + (-7) = -(\text{ten} + 3)$ und $-5 + (-7) = -(\text{ten} + 2)$
 und $-4 + (-7) = -(\text{ten} + 1)$ und $-3 + (-7) = -\text{ten}$
 und $-2 + (-7) = -9$ und $-1 + (-7) = -8$
 und $0 + (-7) = -7$ und $1 + (-7) = -6$
 und $2 + (-7) = -5$ und $3 + (-7) = -4$
 und $4 + (-7) = -3$ und $5 + (-7) = -2$
 und $6 + (-7) = -1$ und $7 + (-7) = 0$
 und $8 + (-7) = 1$ und $9 + (-7) = 2$
 und $\text{ten} + (-7) = 3$.

s) $-\text{ten} + (-8) = -(\text{ten} + 8)$ und $-9 + (-8) = -(\text{ten} + 7)$
 und $-8 + (-8) = -(\text{ten} + 6)$ und $-7 + (-8) = -(\text{ten} + 5)$
 und $-6 + (-8) = -(\text{ten} + 4)$ und $-5 + (-8) = -(\text{ten} + 3)$
 und $-4 + (-8) = -(\text{ten} + 2)$ und $-3 + (-8) = -(\text{ten} + 1)$
 und $-2 + (-8) = -\text{ten}$ und $-1 + (-8) = -9$
 und $0 + (-8) = -8$ und $1 + (-8) = -7$
 und $2 + (-8) = -6$ und $3 + (-8) = -5$
 und $4 + (-8) = -4$ und $5 + (-8) = -3$
 und $6 + (-8) = -2$ und $7 + (-8) = -1$
 und $8 + (-8) = 0$ und $9 + (-8) = 1$
 und $\text{ten} + (-8) = 2$.

...

RECH-Notation.

203-1(Satz) (+schola)

...

t) $-\text{ten} + (-9) = -(\text{ten} + 9)$ und $-9 + (-9) = -(\text{ten} + 8)$
 und $-8 + (-9) = -(\text{ten} + 7)$ und $-7 + (-9) = -(\text{ten} + 6)$
 und $-6 + (-9) = -(\text{ten} + 5)$ und $-5 + (-9) = -(\text{ten} + 4)$
 und $-4 + (-9) = -(\text{ten} + 3)$ und $-3 + (-9) = -(\text{ten} + 2)$
 und $-2 + (-9) = -(\text{ten} + 1)$ und $-1 + (-9) = -\text{ten}$
 und $0 + (-9) = -9$ und $1 + (-9) = -8$
 und $2 + (-9) = -7$ und $3 + (-9) = -6$
 und $4 + (-9) = -5$ und $5 + (-9) = -4$
 und $6 + (-9) = -3$ und $7 + (-9) = -2$
 und $8 + (-9) = -1$ und $9 + (-9) = 0$
 und $\text{ten} + (-9) = 1$.

u) $-\text{ten} + (-\text{ten}) = -2 \cdot \text{ten}$ und $-9 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 9)$
 und $-8 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 8)$ und $-7 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 7)$
 und $-6 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 6)$ und $-5 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 5)$
 und $-4 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 4)$ und $-3 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 3)$
 und $-2 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 2)$ und $-1 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 1)$
 und $0 + (-\text{ten}) = -\text{ten}$ und $1 + (-\text{ten}) = -9$
 und $2 + (-\text{ten}) = -8$ und $3 + (-\text{ten}) = -7$
 und $4 + (-\text{ten}) = -6$ und $5 + (-\text{ten}) = -5$
 und $6 + (-\text{ten}) = -4$ und $7 + (-\text{ten}) = -3$
 und $8 + (-\text{ten}) = -2$ und $9 + (-\text{ten}) = -1$
 und $\text{ten} + (-\text{ten}) = 0$.

RECH-Notation.

Beweis 203-1 a)

1.1: Aus $\in \text{schola}$ “ $-\text{ten}$ Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$-\text{ten} + 0 = -\text{ten}$$

1.2: Aus $\in \text{schola}$ “ -9 Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$-9 + 0 = -9$$

1.3: Aus $\in \text{schola}$ “ -8 Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$-8 + 0 = -8$$

1.4: Aus $\in \text{schola}$ “ -7 Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$-7 + 0 = -7$$

1.5: Aus $\in \text{schola}$ “ -6 Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$-6 + 0 = -6$$

1.6: Aus $\in \text{schola}$ “ -5 Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$-5 + 0 = -5$$

1.7: Aus $\in \text{schola}$ “ -4 Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$-4 + 0 = -4$$

1.8: Aus $\in \text{schola}$ “ -3 Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$-3 + 0 = -3$$

1.9: Aus $\in \text{schola}$ “ -2 Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$-2 + 0 = -2$$

1.10: Aus $\in \text{schola}$ “ -1 Zahl”

folgt via **FSA0**:

$$-1 + 0 = -1$$

...

Beweis 203-1 a) ...

1.11: Aus $\in \mathbf{schola}$ "0 Zahl"

folgt via **FSA0**:

$$0 + 0 = 0$$

1.12: Aus $\in \mathbf{schola}$ "1 Zahl"

folgt via **FSA0**:

$$1 + 0 = 1$$

1.13: Aus $\in \mathbf{schola}$ "2 Zahl"

folgt via **FSA0**:

$$2 + 0 = 2$$

1.14: Aus $\in \mathbf{schola}$ "3 Zahl"

folgt via **FSA0**:

$$3 + 0 = 3$$

1.15: Aus $\in \mathbf{schola}$ "4 Zahl"

folgt via **FSA0**:

$$4 + 0 = 4$$

1.16: Aus $\in \mathbf{schola}$ "5 Zahl"

folgt via **FSA0**:

$$5 + 0 = 5$$

1.17: Aus $\in \mathbf{schola}$ "6 Zahl"

folgt via **FSA0**:

$$6 + 0 = 6$$

1.18: Aus $\in \mathbf{schola}$ "7 Zahl"

folgt via **FSA0**:

$$7 + 0 = 7$$

1.19: Aus $\in \mathbf{schola}$ "8 Zahl"

folgt via **FSA0**:

$$8 + 0 = 8$$

1.20: Aus $\in \mathbf{schola}$ "9 Zahl"

folgt via **FSA0**:

$$9 + 0 = 9$$

...

Beweis **203-1 a)** ...

1.21: Aus **∈schola** “ten Zahl”

folgt via **FSA0**:

$\text{ten} + 0 = \text{ten}$

b)

$$1.1: -\text{ten} + 1 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(\text{ten} - 1) \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} -((1 + 9) - 1) \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(-1 + (1 + 9)) \\ \stackrel{160-7}{=} -((1 - 1) + 9) \stackrel{102-10}{=} -(0 + 9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(9 + 0) \stackrel{\text{a)}}{=} -9.$$

$$1.2: -9 + 1 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(9 - 1) \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} -((1 + 8) - 1) \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(-1 + (1 + 8)) \\ \stackrel{160-7}{=} -((1 - 1) + 8) \stackrel{102-10}{=} -(0 + 8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(8 + 0) \stackrel{\text{a)}}{=} -8.$$

$$1.3: -8 + 1 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(8 - 1) \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} -((1 + 8) - 1) \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(-1 + (1 + 8)) \\ \stackrel{160-7}{=} -((1 - 1) + 7) \stackrel{102-10}{=} -(0 + 7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(7 + 0) \stackrel{\text{a)}}{=} -7.$$

$$1.4: -7 + 1 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(7 - 1) \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} -((1 + 6) - 1) \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(-1 + (1 + 6)) \\ \stackrel{160-7}{=} -((1 - 1) + 6) \stackrel{102-10}{=} -(0 + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(6 + 0) \stackrel{\text{a)}}{=} -6.$$

$$1.5: -6 + 1 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(6 - 1) \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} -((1 + 5) - 1) \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(-1 + (1 + 5)) \\ \stackrel{160-7}{=} -((1 - 1) + 5) \stackrel{102-10}{=} -(0 + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(5 + 0) \stackrel{\text{a)}}{=} -5.$$

$$1.6: -5 + 1 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(5 - 1) \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} -((1 + 4) - 1) \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(-1 + (1 + 4)) \\ \stackrel{160-7}{=} -((1 - 1) + 4) \stackrel{102-10}{=} -(0 + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(4 + 0) \stackrel{\text{a)}}{=} -4.$$

$$1.7: -4 + 1 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(4 - 1) \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} -((1 + 3) - 1) \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(-1 + (1 + 3)) \\ \stackrel{160-7}{=} -((1 - 1) + 3) \stackrel{102-10}{=} -(0 + 3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(3 + 0) \stackrel{\text{a)}}{=} -3.$$

$$1.8: -3 + 1 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(3 - 1) \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} -((1 + 2) - 1) \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(-1 + (1 + 2)) \\ \stackrel{160-7}{=} -((1 - 1) + 2) \stackrel{102-10}{=} -(0 + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(2 + 0) \stackrel{\text{a)}}{=} -2.$$

$$1.9: -2 + 1 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(2 - 1) \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -((1 + 1) - 1) \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(-1 + (1 + 1)) \\ \stackrel{160-7}{=} -((1 - 1) + 1) \stackrel{102-10}{=} -(0 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(1 + 0) \stackrel{\text{a)}}{=} -1.$$

$$1.10: -1 + 1 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(1 - 1) \stackrel{102-10(\text{Def})}{=} -0 \stackrel{98-15}{=} 0.$$

1.11: Via **98-10** gilt:

$0 + 1 = 1$

...

Beweis **203-1** b) ...

1.12: Via **109-25(Def)** gilt:

$$1 + 1 = 2$$

1.13:

$$2 + 1 \stackrel{\text{FSA}}{=} 1 + 2 \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} 3.$$

1.14:

$$3 + 1 \stackrel{\text{FSA}}{=} 1 + 3 \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} 4.$$

1.15:

$$4 + 1 \stackrel{\text{FSA}}{=} 1 + 4 \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} 5.$$

1.16:

$$5 + 1 \stackrel{\text{FSA}}{=} 1 + 5 \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} 6.$$

1.17:

$$6 + 1 \stackrel{\text{FSA}}{=} 1 + 6 \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} 7.$$

1.18:

$$7 + 1 \stackrel{\text{FSA}}{=} 1 + 7 \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} 8.$$

1.19:

$$8 + 1 \stackrel{\text{FSA}}{=} 1 + 8 \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} 9.$$

1.20:

$$9 + 1 \stackrel{\text{FSA}}{=} 1 + 9 \stackrel{199-1(\text{Def})}{=} \text{ten}.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + 1 = -9$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + 1 = -8$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + 1 = -7$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + 1 = -6$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + 1 = -5$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + 1 = -4$$

...

Beweis 203-1 b) ...

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + 1 = -3$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + 1 = -2$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + 1 = -1$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + 1 = 0$$

2.11: Aus 1.13

folgt:

$$2 + 1 = 3$$

2.12: Aus 1.14

folgt:

$$3 + 1 = 4$$

2.13: Aus 1.15

folgt:

$$4 + 1 = 5$$

2.14: Aus 1.16

folgt:

$$5 + 1 = 6$$

2.15: Aus 1.17

folgt:

$$6 + 1 = 7$$

2.16: Aus 1.18

folgt:

$$7 + 1 = 8$$

...

Beweis **203-1** b) ...

2.17: Aus 1.19

folgt:

$$8 + 1 = 9$$

2.18: Aus 1.20

folgt:

$$9 + 1 = \text{ten}$$

2.19: Es gilt:

$$\text{ten} + 1 = \text{ten} + 1$$

c)

$$1.1: \quad -\text{ten} + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -\text{ten} + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-\text{ten} + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -9 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -8.$$

$$1.2: \quad -9 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -9 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-9 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -7.$$

$$1.3: \quad -8 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -8 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-8 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -6.$$

$$1.4: \quad -7 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -7 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-7 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -5.$$

$$1.5: \quad -6 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -6 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-6 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -4.$$

$$1.6: \quad -5 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -5 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-5 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -3.$$

$$1.7: \quad -4 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -4 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-4 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -2.$$

$$1.8: \quad -3 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -3 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-3 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -1.$$

$$1.9: \quad -2 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -2 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-2 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0.$$

$$1.10: \quad -1 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} -1 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-1 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 1.$$

$$1.11: \quad 0 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} 0 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (0 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 2.$$

$$1.12: \quad 1 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} 1 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (1 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 3.$$

$$1.13: \quad 2 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} 2 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 4.$$

$$1.14: \quad 3 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} 3 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 5.$$

...

Beweis 203-1 c) ...

$$1.15: \quad 4 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} 4 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 6.$$

$$1.16: \quad 5 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} 5 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 7.$$

$$1.17: \quad 6 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} 6 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (6 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 8.$$

$$1.18: \quad 7 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} 7 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (7 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 9.$$

$$1.19: \quad 8 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} 8 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (8 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 9 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten}.$$

$$1.20: \quad 9 + 2 \stackrel{109-25(\text{Def})}{=} 9 + (1 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (9 + 1) + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten} + 1.$$

1.21: Es gilt:

$$\text{ten} + 2 = \text{ten} + 2$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + 2 = -8$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + 2 = -7$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + 2 = -6$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + 2 = -5$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + 2 = -4$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + 2 = -3$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + 2 = -2$$

...

Beweis 203-1 c) ...

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + 2 = -1$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + 2 = 0$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + 2 = 1$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + 2 = 2$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + 2 = 3$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + 2 = 4$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + 2 = 5$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + 2 = 6$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + 2 = 7$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + 2 = 8$$

...

Beweis **203-1** c) ...

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + 2 = 9$$

2.19: Aus 1.18

folgt:

$$8 + 2 = \text{ten}$$

2.20: Aus 1.18

folgt:

$$9 + 2 = \text{ten} + 1$$

d)

$$1.1: \quad -\text{ten} + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten} + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-\text{ten} + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} -8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -7.$$

$$1.2: \quad -9 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -9 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-9 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} -7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -6.$$

$$1.3: \quad -8 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -8 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-8 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} -6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -5.$$

$$1.4: \quad -7 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -7 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-7 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} -5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -4.$$

$$1.5: \quad -6 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -6 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-6 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} -4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -3.$$

$$1.6: \quad -5 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -5 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-5 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} -3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -2.$$

$$1.7: \quad -4 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -4 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-4 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} -2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -1.$$

$$1.8: \quad -3 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -3 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-3 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} -1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0.$$

$$1.9: \quad -2 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -2 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-2 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 0 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 1.$$

$$1.10: \quad -1 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -1 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-1 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 2.$$

$$1.11: \quad 0 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} 0 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (0 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 3.$$

$$1.12: \quad 1 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} 1 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (1 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 4.$$

$$1.13: \quad 2 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} 2 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 5.$$

$$1.14: \quad 3 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} 3 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 6.$$

...

Beweis 203-1 d) ...

$$1.15: \quad 4 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} 4 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 7.$$

$$1.16: \quad 5 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} 5 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 8.$$

$$1.17: \quad 6 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} 6 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (6 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 9.$$

$$1.18: \quad 7 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} 7 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (7 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 9 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten}.$$

$$1.19: \quad 8 + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} 8 + (2 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (8 + 2) + 1 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 1.$$

$$1.20: \quad 9 + 3 \stackrel{\text{c)}}{=} 9 + (1 + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (9 + 1) + 2 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten} + 2.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + 3 = -7$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + 3 = -6$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + 3 = -5$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + 3 = -4$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + 3 = -3$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + 3 = -2$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + 3 = -1$$

...

Beweis 203-1 d) ...

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + 3 = 0$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + 3 = 1$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + 3 = 2$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + 3 = 3$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + 3 = 4$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + 3 = 5$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + 3 = 6$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + 3 = 7$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + 3 = 8$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + 3 = 9$$

...

Beweis **203-1** d) ...

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + 3 = \text{ten}$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + 3 = \text{ten} + 1$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + 3 = \text{ten} + 2$$

2.21: Es gilt:

$$\text{ten} + 3 = \text{ten} + 3$$

e)

$$1.1: \quad -\text{ten} + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten} + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-\text{ten} + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} -7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -6.$$

$$1.2: \quad -9 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -9 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-9 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} -6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -5.$$

$$1.3: \quad -8 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -8 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-8 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} -5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -4.$$

$$1.4: \quad -7 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -7 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-7 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} -4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -3.$$

$$1.5: \quad -6 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -6 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-6 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} -3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -2.$$

$$1.6: \quad -5 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -5 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-5 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} -2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -1.$$

$$1.7: \quad -4 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -4 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-4 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} -1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0.$$

$$1.8: \quad -3 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -3 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-3 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 0 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 1.$$

$$1.9: \quad -2 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -2 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-2 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 2.$$

$$1.10: \quad -1 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -1 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-1 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 3.$$

$$1.11: \quad 0 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} 0 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (0 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 4.$$

$$1.12: \quad 1 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} 1 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (1 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 5.$$

...

Beweis 203-1 e) ...

$$1.13: \quad 2 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} 2 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 6.$$

$$1.14: \quad 3 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} 3 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 7.$$

$$1.15: \quad 4 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} 4 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 8.$$

$$1.16: \quad 5 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} 5 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 9.$$

$$1.17: \quad 6 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} 6 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (6 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 9 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten}.$$

$$1.18: \quad 7 + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} 7 + (3 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (7 + 3) + 1 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 1.$$

$$1.19: \quad 8 + 4 \stackrel{\text{c)}}{=} 8 + (2 + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (8 + 2) + 2 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 2.$$

$$1.20: \quad 9 + 4 \stackrel{\text{d)}}{=} 9 + (1 + 3) \stackrel{\text{FSA}}{=} (9 + 1) + 3 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten} + 3.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + 4 = -6$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + 4 = -5$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + 4 = -4$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + 4 = -3$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + 4 = -2$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + 4 = -1$$

...

Beweis 203-1 e) ...

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + 4 = 0$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + 4 = 1$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + 4 = 2$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + 4 = 3$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + 4 = 4$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + 4 = 5$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + 4 = 6$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + 4 = 7$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + 4 = 8$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + 4 = 9$$

...

Beweis 203-1 e) ...

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + 4 = \text{ten}$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + 4 = \text{ten} + 1$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + 4 = \text{ten} + 2$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + 4 = \text{ten} + 3$$

2.21: Es gilt:

$$\text{ten} + 4 = \text{ten} + 4$$

f)

$$1.1: \quad -\text{ten} + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten} + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-\text{ten} + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} -6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -5.$$

$$1.2: \quad -9 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -9 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-9 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} -5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -4.$$

$$1.3: \quad -8 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -8 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-8 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} -4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -3.$$

$$1.4: \quad -7 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -7 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-7 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} -3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -2.$$

$$1.5: \quad -6 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -6 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-6 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} -2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -1.$$

$$1.6: \quad -5 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -5 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-5 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} -1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0.$$

$$1.7: \quad -4 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -4 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-4 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 0 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 1.$$

$$1.8: \quad -3 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -3 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-3 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 2.$$

$$1.9: \quad -2 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -2 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-2 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 3.$$

$$1.10: \quad -1 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -1 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-1 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 4.$$

...

Beweis 203-1 f)

$$1.11: \quad 0 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} 0 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (0 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 5.$$

$$1.12: \quad 1 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} 1 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (1 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 6.$$

$$1.13: \quad 2 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} 2 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 7.$$

$$1.14: \quad 3 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} 3 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 8.$$

$$1.15: \quad 4 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} 4 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 9.$$

$$1.16: \quad 5 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} 5 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 9 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten}.$$

$$1.17: \quad 6 + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} 6 + (4 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (6 + 4) + 1 \stackrel{\text{e)}}{=} \text{ten} + 1.$$

$$1.18: \quad 7 + 5 \stackrel{\text{c)}}{=} 7 + (3 + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (7 + 3) + 2 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 2.$$

$$1.19: \quad 8 + 5 \stackrel{\text{d)}}{=} 8 + (2 + 3) \stackrel{\text{FSA}}{=} (8 + 2) + 3 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 3.$$

$$1.20: \quad 9 + 5 \stackrel{\text{e)}}{=} 9 + (1 + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (9 + 1) + 4 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten} + 4.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + 5 = -5$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + 5 = -4$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + 5 = -3$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + 5 = -2$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + 5 = -1$$

...

Beweis 203-1 f) ...

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + 5 = 0$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + 5 = 1$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + 5 = 2$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + 5 = 3$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + 5 = 4$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + 5 = 5$$

2.12: Aus 1.11

folgt:

$$1 + 5 = 6$$

2.13: Aus 1.11

folgt:

$$2 + 5 = 7$$

2.14: Aus 1.11

folgt:

$$3 + 5 = 8$$

2.15: Aus 1.11

folgt:

$$4 + 5 = 9$$

...

Beweis **203-1 f)** ...

2.16: Aus 1.11

folgt:

$$5 + 5 = \text{ten}$$

2.17: Aus 1.11

folgt:

$$6 + 5 = \text{ten} + 1$$

2.18: Aus 1.11

folgt:

$$7 + 5 = \text{ten} + 2$$

2.19: Aus 1.11

folgt:

$$8 + 5 = \text{ten} + 3$$

2.20: Aus 1.11

folgt:

$$9 + 5 = \text{ten} + 4$$

2.21: Es gilt:

$$\text{ten} + 5 = \text{ten} + 5$$

g)

$$1.1: \quad -\text{ten} + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten} + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-\text{ten} + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} -5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -4.$$

$$1.2: \quad -9 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -9 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-9 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} -4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -3.$$

$$1.3: \quad -8 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -8 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-8 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} -3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -2.$$

$$1.4: \quad -7 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -7 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-7 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} -2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -1.$$

$$1.5: \quad -6 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -6 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-6 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} -1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0.$$

$$1.6: \quad -5 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -5 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-5 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 0 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 1.$$

$$1.7: \quad -4 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -4 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-4 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 2.$$

$$1.8: \quad -3 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -3 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-3 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 3.$$

...

Beweis **203-1** g) ...

$$\begin{aligned}
 1.9: & \quad -2 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -2 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-2 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 4. \\
 1.10: & \quad -1 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -1 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-1 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 5. \\
 1.11: & \quad 0 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} 0 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (0 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 6. \\
 1.12: & \quad 1 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} 1 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (1 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 7. \\
 1.13: & \quad 2 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} 2 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 8. \\
 1.14: & \quad 3 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} 3 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 9. \\
 1.15: & \quad 4 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} 4 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 9 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten}. \\
 1.16: & \quad 5 + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} 5 + (5 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 + 5) + 1 \stackrel{\text{f)}}{=} \text{ten} + 1. \\
 1.17: & \quad 6 + 6 \stackrel{\text{c)}}{=} 6 + (4 + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (6 + 4) + 2 \stackrel{\text{e)}}{=} \text{ten} + 2. \\
 1.18: & \quad 7 + 6 \stackrel{\text{d)}}{=} 7 + (3 + 3) \stackrel{\text{FSA}}{=} (7 + 3) + 3 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 3. \\
 1.19: & \quad 8 + 6 \stackrel{\text{e)}}{=} 8 + (2 + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (8 + 2) + 4 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 4. \\
 1.20: & \quad 9 + 6 \stackrel{\text{f)}}{=} 9 + (1 + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} (9 + 1) + 5 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten} + 5.
 \end{aligned}$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + 6 = -4$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + 6 = -3$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + 6 = -2$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + 6 = -1$$

...

Beweis 203-1 g) ...

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + 6 = 0$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + 6 = 1$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + 6 = 2$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + 6 = 3$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + 6 = 4$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + 6 = 5$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + 6 = 6$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + 6 = 7$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + 6 = 8$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + 6 = 9$$

...

Beweis 203-1 g) ...

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + 6 = \text{ten}$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + 6 = \text{ten} + 1$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + 6 = \text{ten} + 2$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + 6 = \text{ten} + 3$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + 6 = \text{ten} + 4$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + 6 = \text{ten} + 5$$

2.21: Es gilt:

$$\text{ten} + 6 = \text{ten} + 6$$

h)

$$1.1: \quad -\text{ten} + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten} + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-\text{ten} + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} -4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -3.$$

$$1.2: \quad -9 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -9 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-9 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} -3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -2.$$

$$1.3: \quad -8 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -8 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-8 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} -2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -1.$$

$$1.4: \quad -7 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -7 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-7 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} -1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0.$$

$$1.5: \quad -6 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -6 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-6 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 0 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 1.$$

$$1.6: \quad -5 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -5 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-5 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 2.$$

...

Beweis 203-1 h) ...

$$\begin{aligned}
 1.7: & \quad -4 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -4 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-4 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 3. \\
 1.8: & \quad -3 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -3 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-3 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 4. \\
 1.9: & \quad -2 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -2 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-2 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 5. \\
 1.10: & \quad -1 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -1 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-1 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 6. \\
 1.11: & \quad 0 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} 0 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (0 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 7. \\
 1.12: & \quad 1 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} 1 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (1 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 8. \\
 1.13: & \quad 2 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} 2 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 9. \\
 1.14: & \quad 3 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} 3 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 9 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten}. \\
 1.15: & \quad 4 + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} 4 + (6 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 + 6) + 1 \stackrel{\text{g)}}{=} \text{ten} + 1. \\
 1.16: & \quad 5 + 7 \stackrel{\text{c)}}{=} 5 + (5 + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 + 5) + 2 \stackrel{\text{f)}}{=} \text{ten} + 2. \\
 1.17: & \quad 6 + 7 \stackrel{\text{d)}}{=} 6 + (4 + 3) \stackrel{\text{FSA}}{=} (6 + 4) + 3 \stackrel{\text{e)}}{=} \text{ten} + 3. \\
 1.18: & \quad 7 + 7 \stackrel{\text{e)}}{=} 7 + (3 + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (7 + 3) + 4 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 4. \\
 1.19: & \quad 8 + 7 \stackrel{\text{f)}}{=} 8 + (2 + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} (8 + 2) + 5 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 5. \\
 1.20: & \quad 9 + 7 \stackrel{\text{g)}}{=} 9 + (1 + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} (9 + 1) + 6 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten} + 6.
 \end{aligned}$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + 7 = -3$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + 7 = -2$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + 7 = -1$$

...

Beweis 203-1 h) ...

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + 7 = 0$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + 7 = 1$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + 7 = 2$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + 7 = 3$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + 7 = 4$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + 7 = 5$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + 7 = 6$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + 7 = 7$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + 7 = 8$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + 7 = 9$$

...

Beweis **203-1 h)** ...

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + 7 = \text{ten}$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + 7 = \text{ten} + 1$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + 7 = \text{ten} + 2$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + 7 = \text{ten} + 3$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + 7 = \text{ten} + 4$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + 7 = \text{ten} + 5$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + 7 = \text{ten} + 6$$

2.21: Es gilt:

$$\text{ten} + 7 = \text{ten} + 7$$

i)

$$1.1: \quad -\text{ten} + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten} + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-\text{ten} + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} -3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -2.$$

$$1.2: \quad -9 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -9 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-9 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} -2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -1.$$

$$1.3: \quad -8 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -8 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-8 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} -1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0.$$

$$1.4: \quad -7 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -7 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-7 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 0 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 1.$$

...

Beweis **203-1** i) ...

$$\begin{aligned}
 1.5: & \quad -6 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -6 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-6 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 2. \\
 1.6: & \quad -5 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -5 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-5 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 3. \\
 1.7: & \quad -4 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -4 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-4 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 4. \\
 1.8: & \quad -3 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -3 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-3 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 5. \\
 1.9: & \quad -2 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -2 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-2 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 6. \\
 1.10: & \quad -1 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -1 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-1 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 7. \\
 1.11: & \quad 0 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} 0 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (0 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 8. \\
 1.12: & \quad 1 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} 1 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (1 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 9. \\
 1.13: & \quad 2 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} 2 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 9 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten}. \\
 1.14: & \quad 3 + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} 3 + (7 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 + 7) + 1 \stackrel{\text{h)}}{=} \text{ten} + 1. \\
 1.15: & \quad 4 + 8 \stackrel{\text{c)}}{=} 4 + (6 + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 + 6) + 2 \stackrel{\text{g)}}{=} \text{ten} + 2. \\
 1.16: & \quad 5 + 8 \stackrel{\text{d)}}{=} 5 + (5 + 3) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 + 5) + 3 \stackrel{\text{f)}}{=} \text{ten} + 3. \\
 1.17: & \quad 6 + 8 \stackrel{\text{e)}}{=} 6 + (4 + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (6 + 4) + 4 \stackrel{\text{e)}}{=} \text{ten} + 4. \\
 1.18: & \quad 7 + 8 \stackrel{\text{f)}}{=} 7 + (3 + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} (7 + 3) + 5 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 5. \\
 1.19: & \quad 8 + 8 \stackrel{\text{g)}}{=} 8 + (2 + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} (8 + 2) + 6 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 6. \\
 1.20: & \quad 9 + 8 \stackrel{\text{h)}}{=} 9 + (1 + 7) \stackrel{\text{FSA}}{=} (9 + 1) + 7 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten} + 7.
 \end{aligned}$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + 8 = -2$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + 8 = -1$$

...

Beweis 203-1 i) ...

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + 8 = 0$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + 8 = 1$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + 8 = 2$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + 8 = 3$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + 8 = 4$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + 8 = 5$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + 8 = 6$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + 8 = 7$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + 8 = 8$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + 8 = 9$$

...

Beweis 203-1 i) ...

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + 8 = \text{ten}$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + 8 = \text{ten} + 1$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + 8 = \text{ten} + 2$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + 8 = \text{ten} + 3$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + 8 = \text{ten} + 4$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + 8 = \text{ten} + 5$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + 8 = \text{ten} + 6$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + 8 = \text{ten} + 7$$

2.21: Es gilt:

$$\text{ten} + 8 = \text{ten} + 8$$

j)

$$1.1: \quad -\text{ten} + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten} + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-\text{ten} + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} -2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -1.$$

$$1.2: \quad -9 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -9 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-9 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} -1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0.$$

...

Beweis 203-1 j) ...

$$\begin{aligned}
 1.3: & \quad -8 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -8 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-8 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} 0 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 1. \\
 1.4: & \quad -7 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -7 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-7 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} 1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 2. \\
 1.5: & \quad -6 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -6 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-6 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} 2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 3. \\
 1.6: & \quad -5 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -5 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-5 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} 3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 4. \\
 1.7: & \quad -4 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -4 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-4 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} 4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 5. \\
 1.8: & \quad -3 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -3 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-3 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} 5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 6. \\
 1.9: & \quad -2 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -2 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-2 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} 6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 7. \\
 1.10: & \quad -1 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -1 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-1 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} 7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 8. \\
 1.11: & \quad 0 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} 0 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (0 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} 8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 9. \\
 1.12: & \quad 1 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} 1 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (1 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} 9 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten}. \\
 1.13: & \quad 2 + 9 \stackrel{\text{b)}}{=} 2 + (8 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 + 8) + 1 \stackrel{\text{i)}}{=} \text{ten} + 1. \\
 1.14: & \quad 3 + 9 \stackrel{\text{c)}}{=} 3 + (7 + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 + 7) + 2 \stackrel{\text{h)}}{=} \text{ten} + 2. \\
 1.15: & \quad 4 + 9 \stackrel{\text{d)}}{=} 4 + (6 + 3) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 + 6) + 3 \stackrel{\text{g)}}{=} \text{ten} + 3. \\
 1.16: & \quad 5 + 9 \stackrel{\text{e)}}{=} 5 + (5 + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 + 5) + 4 \stackrel{\text{f)}}{=} \text{ten} + 4. \\
 1.17: & \quad 6 + 9 \stackrel{\text{f)}}{=} 6 + (4 + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} (6 + 4) + 5 \stackrel{\text{e)}}{=} \text{ten} + 5. \\
 1.18: & \quad 7 + 9 \stackrel{\text{g)}}{=} 7 + (3 + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} (7 + 3) + 6 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 6. \\
 1.19: & \quad 8 + 9 \stackrel{\text{h)}}{=} 8 + (2 + 7) \stackrel{\text{FSA}}{=} (8 + 2) + 7 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 7. \\
 1.20: & \quad 9 + 9 \stackrel{\text{i)}}{=} 9 + (1 + 8) \stackrel{\text{FSA}}{=} (9 + 1) + 8 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten} + 8.
 \end{aligned}$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

...

$-\text{ten} + 9 = -1$

Beweis 203-1 j) ...

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + 9 = 0$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + 9 = 1$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + 9 = 2$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + 9 = 3$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + 9 = 4$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + 9 = 5$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + 9 = 6$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + 9 = 7$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + 9 = 8$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + 9 = 9$$

...

Beweis 203-1 j)

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + 9 = \text{ten}$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + 9 = \text{ten} + 1$$

2.14: Aus 1.13

folgt:

$$3 + 9 = \text{ten} + 2$$

2.15: Aus 1.13

folgt:

$$4 + 9 = \text{ten} + 3$$

2.16: Aus 1.13

folgt:

$$5 + 9 = \text{ten} + 4$$

2.17: Aus 1.13

folgt:

$$6 + 9 = \text{ten} + 5$$

2.18: Aus 1.13

folgt:

$$7 + 9 = \text{ten} + 6$$

2.19: Aus 1.13

folgt:

$$8 + 9 = \text{ten} + 7$$

2.20: Aus 1.13

folgt:

$$9 + 9 = \text{ten} + 8$$

2.21: Es gilt:

$$\text{ten} + 9 = \text{ten} + 9$$

Beweis 203-1 k)

$$\begin{aligned}
 1.1: & \quad -\text{ten} + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten} + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-\text{ten} + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} -1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0. \\
 1.2: & \quad -9 + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -9 + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-9 + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} 0 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 1. \\
 1.3: & \quad -8 + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -8 + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-8 + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} 1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 2. \\
 1.4: & \quad -7 + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -7 + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-7 + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} 2 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 3. \\
 1.5: & \quad -6 + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -6 + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-6 + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} 3 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 4. \\
 1.6: & \quad -5 + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -5 + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-5 + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} 4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 5. \\
 1.7: & \quad -4 + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -4 + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-4 + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} 5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 6. \\
 1.8: & \quad -3 + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -3 + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-3 + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} 6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 7. \\
 1.9: & \quad -2 + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -2 + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-2 + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} 7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 8. \\
 1.10: & \quad -1 + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -1 + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (-1 + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} 8 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 9. \\
 1.11: & \quad 0 + \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} 0 + (9 + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (0 + 9) + 1 \stackrel{\text{j)}}{=} 9 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten}.
 \end{aligned}$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + \text{ten} = 0$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + \text{ten} = 1$$

2.3: Aus 1.2

folgt:

$$-8 + \text{ten} = 2$$

2.4: Aus 1.3

folgt:

$$-7 + \text{ten} = 3$$

2.5: Aus 1.4

folgt:

$$-6 + \text{ten} = 4$$

...

Beweis 203-1 k) ...

2.6: Aus 1.5

folgt:

$$-5 + \text{ten} = 5$$

2.7: Aus 1.6

folgt:

$$-4 + \text{ten} = 6$$

2.8: Aus 1.7

folgt:

$$-3 + \text{ten} = 7$$

2.9: Aus 1.8

folgt:

$$-2 + \text{ten} = 8$$

2.10: Aus 1.9

folgt:

$$-1 + \text{ten} = 9$$

2.11: Aus 1.10

folgt:

$$0 + \text{ten} = \text{ten}$$

2.12: Via **FSA** gilt:

$$1 + \text{ten} = \text{ten} + 1$$

2.13: Via **FSA** gilt:

$$2 + \text{ten} = \text{ten} + 2$$

2.14: Via **FSA** gilt:

$$3 + \text{ten} = \text{ten} + 3$$

2.15: Via **FSA** gilt:

$$4 + \text{ten} = \text{ten} + 4$$

2.16: Via **FSA** gilt:

$$5 + \text{ten} = \text{ten} + 5$$

...

Beweis 203-1 k) ...

2.17: Via **FSA** gilt:

$$6 + \text{ten} = \text{ten} + 6$$

2.18: Via **FSA** gilt:

$$7 + \text{ten} = \text{ten} + 7$$

2.19: Via **FSA** gilt:

$$8 + \text{ten} = \text{ten} + 8$$

2.20: Via **FSA** gilt:

$$9 + \text{ten} = \text{ten} + 9$$

2.21: Via **144-1** gilt:

$$\text{ten} + \text{ten} = 2 \cdot \text{ten}$$

1)

$$1.1: \quad -\text{ten} + (-1) = -\text{ten} - 1 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(\text{ten} + 1).$$

$$1.2: \quad -9 + (-1) = -9 - 1 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(9 + 1) \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten}.$$

$$1.3: \quad -8 + (-1) = -8 - 1 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(8 + 1) \stackrel{\text{b)}}{=} -9.$$

$$1.4: \quad -7 + (-1) = -7 - 1 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(7 + 1) \stackrel{\text{b)}}{=} -8.$$

$$1.5: \quad -6 + (-1) = -6 - 1 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(6 + 1) \stackrel{\text{b)}}{=} -7.$$

$$1.6: \quad -5 + (-1) = -5 - 1 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(5 + 1) \stackrel{\text{b)}}{=} -6.$$

$$1.7: \quad -4 + (-1) = -4 - 1 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(4 + 1) \stackrel{\text{b)}}{=} -5.$$

$$1.8: \quad -3 + (-1) = -3 - 1 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(3 + 1) \stackrel{\text{b)}}{=} -4.$$

$$1.9: \quad -2 + (-1) = -2 - 1 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(2 + 1) \stackrel{\text{b)}}{=} -3.$$

$$1.10: \quad -1 + (-1) = -1 - 1 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(1 + 1) \stackrel{\text{b)}}{=} -2.$$

$$1.11: \quad 0 + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + 0 \stackrel{\text{a)}}{=} -1.$$

$$1.12: \quad 1 + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} 0.$$

...

Beweis 203-1 1)

1.13:	$2 + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + 2 \stackrel{\text{c)}}{=} 1.$
1.14:	$3 + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + 3 \stackrel{\text{d)}}{=} 2.$
1.15:	$4 + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + 4 \stackrel{\text{e)}}{=} 3.$
1.16:	$5 + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + 5 \stackrel{\text{f)}}{=} 4.$
1.17:	$6 + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + 6 \stackrel{\text{g)}}{=} 5.$
1.18:	$7 + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + 7 \stackrel{\text{h)}}{=} 6.$
1.19:	$8 + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + 8 \stackrel{\text{i)}}{=} 7.$
1.20:	$9 + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + 9 \stackrel{\text{j)}}{=} 8.$
1.21:	$\text{ten} + (-1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -1 + \text{ten} \stackrel{\text{k)}}{=} 9.$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + (-1) = -(\text{ten} + 1)$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + (-1) = -\text{ten}$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + (-1) = -9$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + (-1) = -8$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + (-1) = -7$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + (-1) = -6$$

...

Beweis 203-1 1) ...

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + (-1) = -5$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + (-1) = -4$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + (-1) = -3$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + (-1) = -2$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + (-1) = -1$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + (-1) = 0$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + (-1) = 1$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + (-1) = 2$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + (-1) = 3$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + (-1) = 4$$

...

Beweis 203-1 1) ...

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + (-1) = 5$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + (-1) = 6$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + (-1) = 7$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + (-1) = 8$$

2.21: Aus 1.21

folgt:

$$\text{ten} + (-1) = 9$$

m)

$$1.1: \quad -\text{ten} + (-2) = -\text{ten} - 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.2: \quad -9 + (-2) = -9 - 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} -(9 + 2) \stackrel{c)}{=} -(\text{ten} + 1).$$

$$1.3: \quad -8 + (-2) = -8 - 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} -(8 + 2) \stackrel{c)}{=} -\text{ten}.$$

$$1.4: \quad -7 + (-2) = -7 - 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} -(7 + 2) \stackrel{c)}{=} -9.$$

$$1.5: \quad -6 + (-2) = -6 - 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} -(6 + 2) \stackrel{c)}{=} -8.$$

$$1.6: \quad -5 + (-2) = -5 - 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} -(5 + 2) \stackrel{c)}{=} -7.$$

$$1.7: \quad -4 + (-2) = -4 - 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} -(4 + 2) \stackrel{c)}{=} -6.$$

$$1.8: \quad -3 + (-2) = -3 - 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} -(3 + 2) \stackrel{c)}{=} -5.$$

$$1.9: \quad -2 + (-2) = -2 - 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} -(2 + 2) \stackrel{c)}{=} -4.$$

...

Beweis **203-1 m)** ...

$$1.10: \quad -1 + (-2) = -1 - 2 \stackrel{\text{FS}^{++}}{=} -(1 + 2) \stackrel{c)}{=} -3.$$

$$1.11: \quad 0 + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + 0 \stackrel{a)}{=} -2.$$

$$1.12: \quad 1 + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + 1 \stackrel{b)}{=} -1.$$

$$1.13: \quad 2 + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + 2 \stackrel{c)}{=} 0.$$

$$1.14: \quad 3 + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + 3 \stackrel{d)}{=} 1.$$

$$1.15: \quad 4 + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + 4 \stackrel{e)}{=} 2.$$

$$1.16: \quad 5 + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + 5 \stackrel{f)}{=} 3.$$

$$1.17: \quad 6 + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + 6 \stackrel{g)}{=} 4.$$

$$1.18: \quad 7 + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + 7 \stackrel{h)}{=} 5.$$

$$1.19: \quad 8 + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + 8 \stackrel{i)}{=} 6.$$

$$1.20: \quad 9 + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + 9 \stackrel{j)}{=} 7.$$

$$1.21: \quad \text{ten} + (-2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -2 + \text{ten} \stackrel{k)}{=} 8.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + (-2) = -(\text{ten} + 2)$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + (-2) = -(\text{ten} + 1)$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + (-2) = -\text{ten}$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + (-2) = -9$$

...

Beweis 203-1 m) ...

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + (-2) = -8$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + (-2) = -7$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + (-2) = -6$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + (-2) = -5$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + (-2) = -4$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + (-2) = -3$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + (-2) = -2$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + (-2) = -1$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + (-2) = 0$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + (-2) = 1$$

...

Beweis 203-1 m) ...

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + (-2) = 2$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + (-2) = 3$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + (-2) = 4$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + (-2) = 5$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + (-2) = 6$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + (-2) = 7$$

2.21: Aus 1.21

folgt:

$$\text{ten} + (-2) = 8$$

n)

$$1.1: \quad -\text{ten} + (-3) = -\text{ten} - 3 \stackrel{\mathbf{FS}^{-+}}{=} -(\text{ten} + 3).$$

$$1.2: \quad -9 + (-3) = -9 - 3 \stackrel{\mathbf{FS}^{-+}}{=} -(9 + 3) \stackrel{\text{d)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.3: \quad -8 + (-3) = -8 - 3 \stackrel{\mathbf{FS}^{-+}}{=} -(8 + 3) \stackrel{\text{d)}}{=} -(\text{ten} + 1).$$

$$1.4: \quad -7 + (-3) = -7 - 3 \stackrel{\mathbf{FS}^{-+}}{=} -(7 + 3) \stackrel{\text{d)}}{=} -\text{ten}.$$

$$1.5: \quad -6 + (-3) = -6 - 3 \stackrel{\mathbf{FS}^{-+}}{=} -(6 + 3) \stackrel{\text{d)}}{=} -9.$$

...

Beweis 203-1 n) ...

$$1.6: \quad -5 + (-3) = -5 - 3 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(5 + 3) \stackrel{d)}{=} -8.$$

$$1.7: \quad -4 + (-3) = -4 - 3 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(4 + 3) \stackrel{d)}{=} -7.$$

$$1.8: \quad -3 + (-3) = -3 - 3 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(3 + 3) \stackrel{d)}{=} -6.$$

$$1.9: \quad -2 + (-3) = -2 - 3 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(2 + 3) \stackrel{d)}{=} -5.$$

$$1.10: \quad -1 + (-3) = -1 - 3 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(1 + 3) \stackrel{d)}{=} -4.$$

$$1.11: \quad 0 + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + 0 \stackrel{a)}{=} -3.$$

$$1.12: \quad 1 + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + 1 \stackrel{b)}{=} -2.$$

$$1.13: \quad 2 + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + 2 \stackrel{c)}{=} -1.$$

$$1.14: \quad 3 + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + 3 \stackrel{d)}{=} 0.$$

$$1.15: \quad 4 + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + 4 \stackrel{e)}{=} 1.$$

$$1.16: \quad 5 + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + 5 \stackrel{f)}{=} 2.$$

$$1.17: \quad 6 + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + 6 \stackrel{g)}{=} 3.$$

$$1.18: \quad 7 + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + 7 \stackrel{h)}{=} 4.$$

$$1.19: \quad 8 + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + 8 \stackrel{i)}{=} 5.$$

$$1.20: \quad 9 + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + 9 \stackrel{j)}{=} 6.$$

$$1.21: \quad \text{ten} + (-3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -3 + \text{ten} \stackrel{k)}{=} 7.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + (-3) = -(\text{ten} + 3)$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + (-3) = -(\text{ten} + 2)$$

...

Beweis 203-1 n) ...

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + (-3) = -(\text{ten} + 1)$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + (-3) = -\text{ten}$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + (-3) = -9$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + (-3) = -8$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + (-3) = -7$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + (-3) = -6$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + (-3) = -5$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + (-3) = -4$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + (-3) = -3$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + (-3) = -2$$

...

Beweis 203-1 n) ...

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + (-3) = -1$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + (-3) = 0$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + (-3) = 1$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + (-3) = 2$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + (-3) = 3$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + (-3) = 4$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + (-3) = 5$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + (-3) = 6$$

2.21: Aus 1.21

folgt:

$$\text{ten} + (-3) = 7$$

o)

1.1:

$$-\text{ten} + (-4) = -\text{ten} - 4 \stackrel{\text{FS}^-}{=} -(\text{ten} + 4).$$

...

Beweis 203-1 o) ...

$$1.2: \quad -9 + (-4) = -9 - 4 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(9 + 4) \stackrel{\text{e)}}{=} -(\text{ten} + 3).$$

$$1.3: \quad -8 + (-4) = -8 - 4 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(8 + 4) \stackrel{\text{e)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.4: \quad -7 + (-4) = -7 - 4 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(7 + 4) \stackrel{\text{e)}}{=} -(\text{ten} + 1).$$

$$1.5: \quad -6 + (-4) = -6 - 4 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(6 + 4) \stackrel{\text{e)}}{=} -\text{ten}.$$

$$1.6: \quad -5 + (-4) = -5 - 4 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(5 + 4) \stackrel{\text{e)}}{=} -9.$$

$$1.7: \quad -4 + (-4) = -4 - 4 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(4 + 4) \stackrel{\text{e)}}{=} -8.$$

$$1.8: \quad -3 + (-4) = -3 - 4 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(3 + 4) \stackrel{\text{e)}}{=} -7.$$

$$1.9: \quad -2 + (-4) = -2 - 4 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(2 + 4) \stackrel{\text{e)}}{=} -6.$$

$$1.10: \quad -1 + (-4) = -1 - 4 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(1 + 4) \stackrel{\text{e)}}{=} -5.$$

$$1.11: \quad 0 + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + 0 \stackrel{\text{a)}}{=} -4.$$

$$1.12: \quad 1 + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -3.$$

$$1.13: \quad 2 + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + 2 \stackrel{\text{c)}}{=} -2.$$

$$1.14: \quad 3 + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + 3 \stackrel{\text{d)}}{=} -1.$$

$$1.15: \quad 4 + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + 4 \stackrel{\text{e)}}{=} 0.$$

$$1.16: \quad 5 + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + 5 \stackrel{\text{f)}}{=} 1.$$

$$1.17: \quad 6 + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + 6 \stackrel{\text{g)}}{=} 2.$$

$$1.18: \quad 7 + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + 7 \stackrel{\text{h)}}{=} 3.$$

$$1.19: \quad 8 + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + 8 \stackrel{\text{i)}}{=} 4.$$

$$1.20: \quad 9 + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + 9 \stackrel{\text{j)}}{=} 5.$$

$$1.21: \quad \text{ten} + (-4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -4 + \text{ten} \stackrel{\text{k)}}{=} 6.$$

...

Beweis 203-1 o) ...

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + (-4) = -(\text{ten} + 4)$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + (-4) = -(\text{ten} + 3)$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + (-4) = -(\text{ten} + 2)$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + (-4) = -(\text{ten} + 1)$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + (-4) = -\text{ten}$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + (-4) = -9$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + (-4) = -8$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + (-4) = -7$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + (-4) = -6$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + (-4) = -5$$

...

Beweis 203-1 o) ...

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + (-4) = -4$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + (-4) = -3$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + (-4) = -2$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + (-4) = -1$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + (-4) = 0$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + (-4) = 1$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + (-4) = 2$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + (-4) = 3$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + (-4) = 4$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + (-4) = 5$$

...

Beweis **203-1** o) ...

2.21: Aus 1.21

folgt:

$\text{ten} + (-4) = 6$

p)

$$1.1: \quad -\text{ten} + (-5) = -\text{ten} - 5 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(\text{ten} + 5).$$

$$1.2: \quad -9 + (-5) = -9 - 5 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(9 + 5) \stackrel{\text{f)}}{=} -(\text{ten} + 4).$$

$$1.3: \quad -8 + (-5) = -8 - 5 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(8 + 5) \stackrel{\text{f)}}{=} -(\text{ten} + 3).$$

$$1.4: \quad -7 + (-5) = -7 - 5 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(7 + 5) \stackrel{\text{f)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.5: \quad -6 + (-5) = -6 - 5 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(6 + 5) \stackrel{\text{f)}}{=} -(\text{ten} + 1).$$

$$1.6: \quad -5 + (-5) = -5 - 5 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(5 + 5) \stackrel{\text{f)}}{=} -\text{ten}.$$

$$1.7: \quad -4 + (-5) = -4 - 5 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(4 + 5) \stackrel{\text{f)}}{=} -9.$$

$$1.8: \quad -3 + (-5) = -3 - 5 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(3 + 5) \stackrel{\text{f)}}{=} -8.$$

$$1.9: \quad -2 + (-5) = -2 - 5 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(2 + 5) \stackrel{\text{f)}}{=} -7.$$

$$1.10: \quad -1 + (-5) = -1 - 5 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(1 + 5) \stackrel{\text{f)}}{=} -6.$$

$$1.11: \quad 0 + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + 0 \stackrel{\text{a)}}{=} -5.$$

$$1.12: \quad 1 + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -4.$$

$$1.13: \quad 2 + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + 2 \stackrel{\text{c)}}{=} -3.$$

$$1.14: \quad 3 + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + 3 \stackrel{\text{d)}}{=} -2.$$

$$1.15: \quad 4 + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + 4 \stackrel{\text{e)}}{=} -1.$$

$$1.16: \quad 5 + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + 5 \stackrel{\text{f)}}{=} 0.$$

$$1.17: \quad 6 + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + 6 \stackrel{\text{g)}}{=} 1.$$

$$1.18: \quad 7 + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + 7 \stackrel{\text{h)}}{=} 2.$$

...

Beweis 203-1 p) ...

$$1.19: \quad 8 + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + 8 \stackrel{i)}{=} 3.$$

$$1.20: \quad 9 + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + 9 \stackrel{j)}{=} 4.$$

$$1.21: \quad \text{ten} + (-5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -5 + \text{ten} \stackrel{k)}{=} 5.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + (-5) = -(\text{ten} + 5)$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + (-5) = -(\text{ten} + 4)$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + (-5) = -(\text{ten} + 3)$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + (-5) = -(\text{ten} + 2)$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + (-5) = -(\text{ten} + 1)$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + (-5) = -\text{ten}$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + (-5) = -9$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + (-5) = -8$$

...

Beweis 203-1 p) ...

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + (-5) = -7$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + (-5) = -6$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + (-5) = -5$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + (-5) = -4$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + (-5) = -3$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + (-5) = -2$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + (-5) = -1$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + (-5) = 0$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + (-5) = 1$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + (-5) = 2$$

...

Beweis 203-1 p) ...

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + (-5) = 3$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + (-5) = 4$$

2.21: Aus 1.21

folgt:

$$\text{ten} + (-5) = 5$$

q)

$$1.1: \quad -\text{ten} + (-6) = -\text{ten} - 6 \stackrel{\mathbf{FS}^{--+}}{=} -(\text{ten} + 6).$$

$$1.2: \quad -9 + (-6) = -9 - 6 \stackrel{\mathbf{FS}^{--+}}{=} -(9 + 6) \stackrel{\text{g)}}{=} -(\text{ten} + 5).$$

$$1.3: \quad -8 + (-6) = -8 - 6 \stackrel{\mathbf{FS}^{--+}}{=} -(8 + 6) \stackrel{\text{g)}}{=} -(\text{ten} + 4).$$

$$1.4: \quad -7 + (-6) = -7 - 6 \stackrel{\mathbf{FS}^{--+}}{=} -(7 + 6) \stackrel{\text{g)}}{=} -(\text{ten} + 3).$$

$$1.5: \quad -6 + (-6) = -6 - 6 \stackrel{\mathbf{FS}^{--+}}{=} -(6 + 6) \stackrel{\text{g)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.6: \quad -5 + (-6) = -5 - 6 \stackrel{\mathbf{FS}^{--+}}{=} -(5 + 6) \stackrel{\text{g)}}{=} -(\text{ten} + 1).$$

$$1.7: \quad -4 + (-6) = -4 - 6 \stackrel{\mathbf{FS}^{--+}}{=} -(4 + 6) \stackrel{\text{g)}}{=} -\text{ten}.$$

$$1.8: \quad -3 + (-6) = -3 - 6 \stackrel{\mathbf{FS}^{--+}}{=} -(3 + 6) \stackrel{\text{g)}}{=} -9.$$

$$1.9: \quad -2 + (-6) = -2 - 6 \stackrel{\mathbf{FS}^{--+}}{=} -(2 + 6) \stackrel{\text{g)}}{=} -8.$$

$$1.10: \quad -1 + (-6) = -1 - 6 \stackrel{\mathbf{FS}^{--+}}{=} -(1 + 6) \stackrel{\text{g)}}{=} -7.$$

$$1.11: \quad 0 + (-6) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -6 + 0 \stackrel{\text{a)}}{=} -6.$$

$$1.12: \quad 1 + (-6) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -6 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -5.$$

$$1.13: \quad 2 + (-6) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -6 + 2 \stackrel{\text{c)}}{=} -4.$$

$$1.14: \quad 3 + (-6) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -6 + 3 \stackrel{\text{d)}}{=} -3.$$

...

Beweis 203-1 q) ...

$$1.15: \quad 4 + (-6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -6 + 4 \stackrel{\text{e)}}{=} -2.$$

$$1.16: \quad 5 + (-6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -6 + 5 \stackrel{\text{f)}}{=} -1.$$

$$1.17: \quad 6 + (-6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -6 + 6 \stackrel{\text{g)}}{=} 0.$$

$$1.18: \quad 7 + (-6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -6 + 7 \stackrel{\text{h)}}{=} 1.$$

$$1.19: \quad 8 + (-6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -6 + 8 \stackrel{\text{i)}}{=} 2.$$

$$1.20: \quad 9 + (-6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -6 + 9 \stackrel{\text{j)}}{=} 3.$$

$$1.21: \quad \text{ten} + (-6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -6 + \text{ten} \stackrel{\text{k)}}{=} 4.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + (-6) = -(\text{ten} + 6)$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + (-6) = -(\text{ten} + 5)$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + (-6) = -(\text{ten} + 4)$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + (-6) = -(\text{ten} + 3)$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + (-6) = -(\text{ten} + 2)$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + (-6) = -(\text{ten} + 1)$$

...

Beweis 203-1 q) ...

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + (-6) = -10$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + (-6) = -9$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + (-6) = -8$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + (-6) = -7$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + (-6) = -6$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + (-6) = -5$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + (-6) = -4$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + (-6) = -3$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + (-6) = -2$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + (-6) = -1$$

...

Beweis **203-1** q) ...

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + (-6) = 0$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + (-6) = 1$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + (-6) = 2$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + (-6) = 3$$

2.21: Aus 1.21

folgt:

$$\text{ten} + (-6) = 4$$

r)

$$1.1: \quad -\text{ten} + (-7) = -\text{ten} - 7 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(\text{ten} + 7).$$

$$1.2: \quad -9 + (-7) = -9 - 7 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(9 + 7) \stackrel{\text{h)}}{=} -(\text{ten} + 6).$$

$$1.3: \quad -8 + (-7) = -8 - 7 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(8 + 7) \stackrel{\text{h)}}{=} -(\text{ten} + 5).$$

$$1.4: \quad -7 + (-7) = -7 - 7 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(7 + 7) \stackrel{\text{h)}}{=} -(\text{ten} + 4).$$

$$1.5: \quad -6 + (-7) = -6 - 7 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(6 + 7) \stackrel{\text{h)}}{=} -(\text{ten} + 3).$$

$$1.6: \quad -5 + (-7) = -5 - 7 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(5 + 7) \stackrel{\text{h)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.7: \quad -4 + (-7) = -4 - 7 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(4 + 7) \stackrel{\text{h)}}{=} -(\text{ten} + 1).$$

$$1.8: \quad -3 + (-7) = -3 - 7 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(3 + 7) \stackrel{\text{h)}}{=} -\text{ten}.$$

$$1.9: \quad -2 + (-7) = -2 - 7 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(2 + 7) \stackrel{\text{h)}}{=} -9.$$

...

Beweis 203-1 r) ...

$$1.10: \quad -1 + (-7) = -1 - 7 \stackrel{\text{FS}^{--+}}{=} -(1 + 7) \stackrel{\text{h)}}{=} -8.$$

$$1.11: \quad 0 + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + 0 \stackrel{\text{a)}}{=} -7.$$

$$1.12: \quad 1 + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -6.$$

$$1.13: \quad 2 + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + 2 \stackrel{\text{c)}}{=} -5.$$

$$1.14: \quad 3 + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + 3 \stackrel{\text{d)}}{=} -4.$$

$$1.15: \quad 4 + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + 4 \stackrel{\text{e)}}{=} -3.$$

$$1.16: \quad 5 + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + 5 \stackrel{\text{f)}}{=} -2.$$

$$1.17: \quad 6 + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + 6 \stackrel{\text{g)}}{=} -1.$$

$$1.18: \quad 7 + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + 7 \stackrel{\text{h)}}{=} 0.$$

$$1.19: \quad 8 + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + 8 \stackrel{\text{i)}}{=} 1.$$

$$1.20: \quad 9 + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + 9 \stackrel{\text{j)}}{=} 2.$$

$$1.21: \quad \text{ten} + (-7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -7 + \text{ten} \stackrel{\text{k)}}{=} 3.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + (-7) = -(\text{ten} + 7)$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + (-7) = -(\text{ten} + 6)$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + (-7) = -(\text{ten} + 5)$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + (-7) = -(\text{ten} + 4)$$

...

Beweis 203-1 r) ...

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + (-7) = -(\text{ten} + 3)$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + (-7) = -(\text{ten} + 2)$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + (-7) = -(\text{ten} + 1)$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + (-7) = -\text{ten}$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + (-7) = -9$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + (-7) = -8$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + (-7) = -7$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + (-7) = -6$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + (-7) = -5$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + (-7) = -4$$

...

Beweis 203-1 r) ...

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + (-7) = -3$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + (-7) = -2$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + (-7) = -1$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + (-7) = 0$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + (-7) = 1$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + (-7) = 2$$

2.21: Aus 1.21

folgt:

$$\text{ten} + (-7) = 3$$

s)

$$1.1: \quad -\text{ten} + (-8) = -\text{ten} - 8 \stackrel{\mathbf{FS}^+}{=} -(\text{ten} + 8).$$

$$1.2: \quad -9 + (-8) = -9 - 8 \stackrel{\mathbf{FS}^+}{=} -(9 + 8) \stackrel{i)}{=} -(\text{ten} + 7).$$

$$1.3: \quad -8 + (-8) = -8 - 8 \stackrel{\mathbf{FS}^+}{=} -(8 + 8) \stackrel{i)}{=} -(\text{ten} + 6).$$

$$1.4: \quad -7 + (-8) = -7 - 8 \stackrel{\mathbf{FS}^+}{=} -(7 + 8) \stackrel{i)}{=} -(\text{ten} + 5).$$

$$1.5: \quad -6 + (-8) = -6 - 8 \stackrel{\mathbf{FS}^+}{=} -(6 + 8) \stackrel{i)}{=} -(\text{ten} + 4).$$

...

Beweis 203-1 s) ...

$$1.6: \quad -5 + (-8) = -5 - 8 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(5 + 8) \stackrel{i)}{=} -(\text{ten} + 3).$$

$$1.7: \quad -4 + (-8) = -4 - 8 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(4 + 8) \stackrel{i)}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.8: \quad -3 + (-8) = -3 - 8 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(3 + 8) \stackrel{i)}{=} -(\text{ten} + 1).$$

$$1.9: \quad -2 + (-8) = -2 - 8 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(2 + 8) \stackrel{i)}{=} -\text{ten}.$$

$$1.10: \quad -1 + (-8) = -1 - 8 \stackrel{\text{FS}^+}{=} -(1 + 8) \stackrel{i)}{=} -9.$$

$$1.11: \quad 0 + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + 0 \stackrel{a)}{=} -8.$$

$$1.12: \quad 1 + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + 1 \stackrel{b)}{=} -7.$$

$$1.13: \quad 2 + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + 2 \stackrel{c)}{=} -6.$$

$$1.14: \quad 3 + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + 3 \stackrel{d)}{=} -5.$$

$$1.15: \quad 4 + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + 4 \stackrel{e)}{=} -4.$$

$$1.16: \quad 5 + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + 5 \stackrel{f)}{=} -3.$$

$$1.17: \quad 6 + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + 6 \stackrel{g)}{=} -2.$$

$$1.18: \quad 7 + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + 7 \stackrel{h)}{=} -1.$$

$$1.19: \quad 8 + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + 8 \stackrel{i)}{=} 0.$$

$$1.20: \quad 9 + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + 9 \stackrel{j)}{=} 1.$$

$$1.21: \quad \text{ten} + (-8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -8 + \text{ten} \stackrel{k)}{=} 2.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + (-8) = -(\text{ten} + 8)$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + (-8) = -(\text{ten} + 7)$$

...

Beweis 203-1 s) ...

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + (-8) = -(\text{ten} + 6)$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + (-8) = -(\text{ten} + 5)$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + (-8) = -(\text{ten} + 4)$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + (-8) = -(\text{ten} + 3)$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + (-8) = -(\text{ten} + 2)$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + (-8) = -(\text{ten} + 1)$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + (-8) = -\text{ten}$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + (-8) = -9$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + (-8) = -8$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + (-8) = -7$$

...

Beweis 203-1 s) ...

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + (-8) = -6$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + (-8) = -5$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + (-8) = -4$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + (-8) = -3$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + (-8) = -2$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + (-8) = -1$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + (-8) = 0$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + (-8) = 1$$

2.21: Aus 1.21

folgt:

$$\text{ten} + (-8) = 2$$

t)

1.1:

$$-\text{ten} + (-9) = -\text{ten} - 9 \stackrel{\text{FS}^-}{=} -(\text{ten} + 9).$$

...

Beweis 203-1 t) ...

$$1.2: \quad -9 + (-9) = -9 - 9 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(9 + 9) \stackrel{j)}{=} -(\text{ten} + 8).$$

$$1.3: \quad -8 + (-9) = -8 - 9 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(8 + 9) \stackrel{j)}{=} -(\text{ten} + 7).$$

$$1.4: \quad -7 + (-9) = -7 - 9 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(7 + 9) \stackrel{j)}{=} -(\text{ten} + 6).$$

$$1.5: \quad -6 + (-9) = -6 - 9 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(6 + 9) \stackrel{j)}{=} -(\text{ten} + 5).$$

$$1.6: \quad -5 + (-9) = -5 - 9 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(5 + 9) \stackrel{j)}{=} -(\text{ten} + 4).$$

$$1.7: \quad -4 + (-9) = -4 - 9 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(4 + 9) \stackrel{j)}{=} -(\text{ten} + 3).$$

$$1.8: \quad -3 + (-9) = -3 - 9 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(3 + 9) \stackrel{j)}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.9: \quad -2 + (-9) = -2 - 9 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(2 + 9) \stackrel{j)}{=} -(\text{ten} + 1).$$

$$1.10: \quad -1 + (-9) = -1 - 9 \stackrel{\text{FS}^{-+}}{=} -(1 + 9) \stackrel{j)}{=} -\text{ten}.$$

$$1.11: \quad 0 + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + 0 \stackrel{a)}{=} -9.$$

$$1.12: \quad 1 + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + 1 \stackrel{b)}{=} -8.$$

$$1.13: \quad 2 + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + 2 \stackrel{c)}{=} -7.$$

$$1.14: \quad 3 + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + 3 \stackrel{d)}{=} -6.$$

$$1.15: \quad 4 + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + 4 \stackrel{e)}{=} -5.$$

$$1.16: \quad 5 + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + 5 \stackrel{f)}{=} -4.$$

$$1.17: \quad 6 + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + 6 \stackrel{g)}{=} -3.$$

$$1.18: \quad 7 + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + 7 \stackrel{h)}{=} -2.$$

$$1.19: \quad 8 + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + 8 \stackrel{i)}{=} -1.$$

$$1.20: \quad 9 + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + 9 \stackrel{j)}{=} 0.$$

$$1.21: \quad \text{ten} + (-9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -9 + \text{ten} \stackrel{k)}{=} 1.$$

...

Beweis 203-1 t) ...

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + (-9) = -(\text{ten} + 9)$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + (-9) = -(\text{ten} + 8)$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + (-9) = -(\text{ten} + 7)$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + (-9) = -(\text{ten} + 6)$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + (-9) = -(\text{ten} + 5)$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + (-9) = -(\text{ten} + 4)$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + (-9) = -(\text{ten} + 3)$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + (-9) = -(\text{ten} + 2)$$

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + (-9) = -(\text{ten} + 1)$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + (-9) = -\text{ten}$$

...

Beweis 203-1 t) ...

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + (-9) = -9$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + (-9) = -8$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + (-9) = -7$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + (-9) = -6$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + (-9) = -5$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + (-9) = -4$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + (-9) = -3$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + (-9) = -2$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + (-9) = -1$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + (-9) = 0$$

...

Beweis **203-1** t) ...

2.21: Aus 1.21

folgt:

$\text{ten} + (-9) = 1$

u)

- 1.1: $-\text{ten} + (-\text{ten}) \stackrel{144-1}{=} 2 \cdot (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS}-}{=} -2 \cdot \text{ten}.$
- 1.2: $-9 + (-\text{ten}) = -9 - \text{ten} \stackrel{\text{FS}-+}{=} -(9 + \text{ten}) \stackrel{\text{k)}}{=} -(\text{ten} + 9).$
- 1.3: $-8 + (-\text{ten}) = -8 - \text{ten} \stackrel{\text{FS}-+}{=} -(8 + \text{ten}) \stackrel{\text{k)}}{=} -(\text{ten} + 8).$
- 1.4: $-7 + (-\text{ten}) = -7 - \text{ten} \stackrel{\text{FS}-+}{=} -(7 + \text{ten}) \stackrel{\text{k)}}{=} -(\text{ten} + 7).$
- 1.5: $-6 + (-\text{ten}) = -6 - \text{ten} \stackrel{\text{FS}-+}{=} -(6 + \text{ten}) \stackrel{\text{k)}}{=} -(\text{ten} + 6).$
- 1.6: $-5 + (-\text{ten}) = -5 - \text{ten} \stackrel{\text{FS}-+}{=} -(5 + \text{ten}) \stackrel{\text{k)}}{=} -(\text{ten} + 5).$
- 1.7: $-4 + (-\text{ten}) = -4 - \text{ten} \stackrel{\text{FS}-+}{=} -(4 + \text{ten}) \stackrel{\text{k)}}{=} -(\text{ten} + 4).$
- 1.8: $-3 + (-\text{ten}) = -3 - \text{ten} \stackrel{\text{FS}-+}{=} -(3 + \text{ten}) \stackrel{\text{k)}}{=} -(\text{ten} + 3).$
- 1.9: $-2 + (-\text{ten}) = -2 - \text{ten} \stackrel{\text{FS}-+}{=} -(2 + \text{ten}) \stackrel{\text{k)}}{=} -(\text{ten} + 2).$
- 1.10: $-1 + (-\text{ten}) = -1 - \text{ten} \stackrel{\text{FS}-+}{=} -(1 + \text{ten}) \stackrel{\text{k)}}{=} -(\text{ten} + 1).$
- 1.11: $0 + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + 0 \stackrel{\text{a)}}{=} -\text{ten}.$
- 1.12: $1 + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -9.$
- 1.13: $2 + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + 2 \stackrel{\text{c)}}{=} -8.$
- 1.14: $3 + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + 3 \stackrel{\text{d)}}{=} -7.$
- 1.15: $4 + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + 4 \stackrel{\text{e)}}{=} -6.$
- 1.16: $5 + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + 5 \stackrel{\text{f)}}{=} -5.$
- 1.17: $6 + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + 6 \stackrel{\text{g)}}{=} -4.$
- 1.18: $7 + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + 7 \stackrel{\text{h)}}{=} -3.$
- ...

Beweis 203-1 u) ...

$$1.19: \quad 8 + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + 8 \stackrel{i)}{=} -2.$$

$$1.20: \quad 9 + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + 9 \stackrel{j)}{=} -1.$$

$$1.21: \quad \text{ten} + (-\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -\text{ten} + \text{ten} \stackrel{k)}{=} 0.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$-\text{ten} + (-\text{ten}) = -2 \cdot \text{ten}$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$-9 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 9)$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$-8 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 8)$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$-7 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 7)$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$-6 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 6)$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$-5 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 5)$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$-4 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 4)$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$-3 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 3)$$

...

Beweis 203-1 u) ...

2.9: Aus 1.9

folgt:

$$-2 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 2)$$

2.10: Aus 1.10

folgt:

$$-1 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 1)$$

2.11: Aus 1.11

folgt:

$$0 + (-\text{ten}) = -\text{ten}$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$1 + (-\text{ten}) = -9$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$2 + (-\text{ten}) = -8$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$3 + (-\text{ten}) = -7$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$4 + (-\text{ten}) = -6$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$5 + (-\text{ten}) = -5$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$6 + (-\text{ten}) = -4$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$7 + (-\text{ten}) = -3$$

...

Beweis 203-1 u) ...

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$8 + (-\text{ten}) = -2$$

2.20: Aus 1.20

folgt:

$$9 + (-\text{ten}) = -1$$

2.21: Aus 1.21

folgt:

$$\text{ten} + (-\text{ten}) = 0$$

□

--schola. --schola.

Ersterstellung: 26/06/12

Letzte Änderung: 28/06/12

204-1. Da es sich bei 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **ten** gemäß \in **schola** um Zahlen handelt, bleiben diese Klassen unter doppeltem Vorzeichenwechsel invariant. Für die mns-Werte dieser Zahlen gilt dies via **100-4** ohne Weiteres:

204-1(Satz) (––schola)

“ $-(-(-\text{ten})) = -\text{ten}$ ” und “ $-(-(-9)) = -9$ ”
 und “ $-(-(-8)) = -8$ ” und “ $-(-(-7)) = -7$ ”
 und “ $-(-(-6)) = -6$ ” und “ $-(-(-5)) = -5$ ”
 und “ $-(-(-4)) = -4$ ” und “ $-(-(-3)) = -3$ ”
 und “ $-(-(-2)) = -2$ ” und “ $-(-(-1)) = -1$ ”
 und “ $-(-0) = 0$ ” und “ $-(-1) = 1$ ” und “ $-(-2) = 2$ ”
 und “ $-(-3) = 3$ ” und “ $-(-4) = 4$ ” und “ $-(-5) = 5$ ”
 und “ $-(-6) = 6$ ” und “ $-(-7) = 7$ ” und “ $-(-8) = 8$ ”
 und “ $-(-9) = 9$ ” und “ $-(-\text{ten}) = \text{ten}$ ”.

RECH-Notation.

Beweis 204-1

1.1: Via **100-4** gilt:

$$-(-(-\text{ten})) = -\text{ten}$$

1.2: Via **100-4** gilt:

$$-(-(-9)) = -9$$

1.3: Via **100-4** gilt:

$$-(-(-8)) = -8$$

1.4: Via **100-4** gilt:

$$-(-(-7)) = -7$$

1.5: Via **100-4** gilt:

$$-(-(-6)) = -6$$

1.6: Via **100-4** gilt:

$$-(-(-5)) = -5$$

...

Beweis 204-1 ...

1.7: Via **100-4** gilt:

$$-(-(-4)) = -4$$

1.8: Via **100-4** gilt:

$$-(-(-3)) = -3$$

1.9: Via **100-4** gilt:

$$-(-(-2)) = -2$$

1.10: Via **100-4** gilt:

$$-(-(-1)) = -1$$

1.11: Aus **∈schola**“0 Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-0) = 0$$

1.12: Aus **∈schola**“1 Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-1) = 1$$

1.13: Aus **∈schola**“2 Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-2) = 2$$

1.14: Aus **∈schola**“3 Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-3) = 3$$

1.15: Aus **∈schola**“4 Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-4) = 4$$

1.16: Aus **∈schola**“5 Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-5) = 5$$

...

Beweis 204-1 ...

1.17: Aus $\in \text{schola}$ “6 Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-6) = 6$$

1.18: Aus $\in \text{schola}$ “7 Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-7) = 7$$

1.19: Aus $\in \text{schola}$ “8 Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-8) = 8$$

1.20: Aus $\in \text{schola}$ “9 Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-9) = 9$$

1.21: Aus $\in \text{schola}$ “ten Zahl”

folgt via **FS**--:

$$-(-\text{ten}) = \text{ten}$$

□

204-2. In $-schola$ werden alle Differenzen von 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ten und deren mns -Werten erfasst. Dabei kann via $FS-+$ auf $+schola$ zurück gegriffen werden. Dies vereinfacht die Beweisführung:

204-2(Satz) ($-schola$)

- a) " $-ten - (-ten) = 0$ " und " $-ten - (-9) = -1$ "
 und " $-ten - (-8) = -2$ " und " $-ten - (-7) = -3$ "
 und " $-ten - (-6) = -4$ " und " $-ten - (-5) = -5$ "
 und " $-ten - (-4) = -6$ " und " $-ten - (-3) = -7$ "
 und " $-ten - (-2) = -8$ " und " $-ten - (-1) = -9$ "
 und " $-ten - 0 = -ten$ " und " $-ten - 1 = -(ten + 1)$ "
 und " $-ten - 2 = -(ten + 2)$ " und " $-ten - 3 = -(ten + 3)$ "
 und " $-ten - 4 = -(ten + 4)$ " und " $-ten - 5 = -(ten + 5)$ "
 und " $-ten - 6 = -(ten + 6)$ " und " $-ten - 7 = -(ten + 7)$ "
 und " $-ten - 8 = -(ten + 8)$ " und " $-ten - 9 = -(ten + 9)$ "
 und " $-ten - ten = -2 \cdot ten$ ".
- b) " $-9 - (-ten) = 1$ " und " $-9 - (-9) = 0$ "
 und " $-9 - (-8) = -1$ " und " $-9 - (-7) = -2$ "
 und " $-9 - (-6) = -3$ " und " $-9 - (-5) = -4$ "
 und " $-9 - (-4) = -5$ " und " $-9 - (-3) = -6$ "
 und " $-9 - (-2) = -7$ " und " $-9 - (-1) = -8$ "
 und " $-9 - 0 = -9$ " und " $-9 - 1 = -ten$ "
 und " $-9 - 2 = -(ten + 1)$ " und " $-9 - 3 = -(ten + 2)$ "
 und " $-9 - 4 = -(ten + 3)$ " und " $-9 - 5 = -(ten + 4)$ "
 und " $-9 - 6 = -(ten + 5)$ " und " $-9 - 7 = -(ten + 6)$ "
 und " $-9 - 8 = -(ten + 7)$ " und " $-9 - 9 = -(ten + 8)$ "
 und " $-9 - ten = -(ten + 9)$ ".

...

RECH-Notation.

204-2(Satz) (-schola)

...

c) $-8 - (-\text{ten}) = 2$ und $-8 - (-9) = 1$
 und $-8 - (-8) = 0$ und $-8 - (-7) = -1$
 und $-8 - (-6) = -2$ und $-8 - (-5) = -3$
 und $-8 - (-4) = -4$ und $-8 - (-3) = -5$
 und $-8 - (-2) = -6$ und $-8 - (-1) = -7$
 und $-8 - 0 = -8$ und $-8 - 1 = -9$
 und $-8 - 2 = -\text{ten}$ und $-8 - 3 = -(\text{ten} + 1)$
 und $-8 - 4 = -(\text{ten} + 2)$ und $-8 - 5 = -(\text{ten} + 3)$
 und $-8 - 6 = -(\text{ten} + 4)$ und $-8 - 7 = -(\text{ten} + 5)$
 und $-8 - 8 = -(\text{ten} + 6)$ und $-8 - 9 = -(\text{ten} + 7)$
 und $-8 - \text{ten} = -(\text{ten} + 8)$.

d) $-7 - (-\text{ten}) = 3$ und $-7 - (-9) = 2$
 und $-7 - (-8) = 1$ und $-7 - (-7) = 0$
 und $-7 - (-6) = -1$ und $-7 - (-5) = -2$
 und $-7 - (-4) = -3$ und $-7 - (-3) = -4$
 und $-7 - (-2) = -5$ und $-7 - (-1) = -6$
 und $-7 - 0 = -7$ und $-7 - 1 = -8$
 und $-7 - 2 = -9$ und $-7 - 3 = -\text{ten}$
 und $-7 - 4 = -(\text{ten} + 1)$ und $-7 - 5 = -(\text{ten} + 2)$
 und $-7 - 6 = -(\text{ten} + 3)$ und $-7 - 7 = -(\text{ten} + 4)$
 und $-7 - 8 = -(\text{ten} + 5)$ und $-7 - 9 = -(\text{ten} + 6)$
 und $-7 - \text{ten} = -(\text{ten} + 7)$.

...

RECH-Notation.

204-2(Satz) (-schola)

...

e) $-6 - (-\text{ten}) = 4$ und $-6 - (-9) = 3$
 und $-6 - (-8) = 2$ und $-6 - (-7) = 1$
 und $-6 - (-6) = 0$ und $-6 - (-5) = -1$
 und $-6 - (-4) = -2$ und $-6 - (-3) = -3$
 und $-6 - (-2) = -4$ und $-6 - (-1) = -5$
 und $-6 - 0 = -6$ und $-6 - 1 = -7$
 und $-6 - 2 = -8$ und $-6 - 3 = -9$
 und $-6 - 4 = -\text{ten}$ und $-6 - 5 = -(\text{ten} + 1)$
 und $-6 - 6 = -(\text{ten} + 2)$ und $-6 - 7 = -(\text{ten} + 3)$
 und $-6 - 8 = -(\text{ten} + 4)$ und $-6 - 9 = -(\text{ten} + 5)$
 und $-6 - \text{ten} = -(\text{ten} + 6)$.

f) $-5 - (-\text{ten}) = 5$ und $-5 - (-9) = 4$
 und $-5 - (-8) = 3$ und $-5 - (-7) = 2$
 und $-5 - (-6) = 1$ und $-5 - (-5) = 0$
 und $-5 - (-4) = -1$ und $-5 - (-3) = -2$
 und $-5 - (-2) = -3$ und $-5 - (-1) = -4$
 und $-5 - 0 = -5$ und $-5 - 1 = -6$
 und $-5 - 2 = -7$ und $-5 - 3 = -8$
 und $-5 - 4 = -9$ und $-5 - 5 = -\text{ten}$
 und $-5 - 6 = -(\text{ten} + 1)$ und $-5 - 7 = -(\text{ten} + 2)$
 und $-5 - 8 = -(\text{ten} + 3)$ und $-5 - 9 = -(\text{ten} + 4)$
 und $-5 - \text{ten} = -(\text{ten} + 5)$.

...

RECH-Notation.

204-2(Satz) (-schola)

...

g) $-4 - (-\text{ten}) = 6$ und $-4 - (-9) = 5$
 und $-4 - (-8) = 4$ und $-4 - (-7) = 3$
 und $-4 - (-6) = 2$ und $-4 - (-5) = 1$
 und $-4 - (-4) = 0$ und $-4 - (-3) = -1$
 und $-4 - (-2) = -2$ und $-4 - (-1) = -3$
 und $-4 - 0 = -4$ und $-4 - 1 = -5$
 und $-4 - 2 = -6$ und $-4 - 3 = -7$
 und $-4 - 4 = -8$ und $-4 - 5 = -9$
 und $-4 - 6 = -\text{ten}$ und $-4 - 7 = -(\text{ten} + 1)$
 und $-4 - 8 = -(\text{ten} + 2)$ und $-4 - 9 = -(\text{ten} + 3)$
 und $-4 - \text{ten} = -(\text{ten} + 4)$.

h) $-3 - (-\text{ten}) = 7$ und $-3 - (-9) = 6$
 und $-3 - (-8) = 5$ und $-3 - (-7) = 4$
 und $-3 - (-6) = 3$ und $-3 - (-5) = 2$
 und $-3 - (-4) = 1$ und $-3 - (-3) = 0$
 und $-3 - (-2) = -1$ und $-3 - (-1) = -2$
 und $-3 - 0 = -3$ und $-3 - 1 = -4$
 und $-3 - 2 = -5$ und $-3 - 3 = -6$
 und $-3 - 4 = -7$ und $-3 - 5 = -8$
 und $-3 - 6 = -9$ und $-3 - 7 = -\text{ten}$
 und $-3 - 8 = -(\text{ten} + 1)$ und $-3 - 9 = -(\text{ten} + 2)$
 und $-3 - \text{ten} = -(\text{ten} + 3)$.

...

RECH-Notation.

204-2(Satz) (-schola)

...

i) $-2 - (-\text{ten}) = 8$ und $-2 - (-9) = 7$
 und $-2 - (-8) = 6$ und $-2 - (-7) = 5$
 und $-2 - (-6) = 4$ und $-2 - (-5) = 3$
 und $-2 - (-4) = 2$ und $-2 - (-3) = 1$
 und $-2 - (-2) = 0$ und $-2 - (-1) = -1$
 und $-2 - 0 = -2$ und $-2 - 1 = -3$
 und $-2 - 2 = -4$ und $-2 - 3 = -5$
 und $-2 - 4 = -6$ und $-2 - 5 = -7$
 und $-2 - 6 = -8$ und $-2 - 7 = -9$
 und $-2 - 8 = -\text{ten}$ und $-2 - 9 = -(\text{ten} + 1)$
 und $-2 - \text{ten} = -(\text{ten} + 2)$.

j) $-1 - (-\text{ten}) = 9$ und $-1 - (-9) = 8$
 und $-1 - (-8) = 7$ und $-1 - (-7) = 6$
 und $-1 - (-6) = 5$ und $-1 - (-5) = 4$
 und $-1 - (-4) = 3$ und $-1 - (-3) = 2$
 und $-1 - (-2) = 1$ und $-1 - (-1) = 0$
 und $-1 - 0 = -1$ und $-1 - 1 = -2$
 und $-1 - 2 = -3$ und $-1 - 3 = -4$
 und $-1 - 4 = -5$ und $-1 - 5 = -6$
 und $-1 - 6 = -7$ und $-1 - 7 = -8$
 und $-1 - 8 = -9$ und $-1 - 9 = -\text{ten}$
 und $-1 - \text{ten} = -(\text{ten} + 1)$.

...

RECH-Notation.

204-2(Satz) (-schola)

...

k) " $0 - (-\text{ten}) = \text{ten}$ " und " $0 - (-9) = 9$ "
 und " $0 - (-8) = 8$ " und " $0 - (-7) = 7$ "
 und " $0 - (-6) = 6$ " und " $0 - (-5) = 5$ "
 und " $0 - (-4) = 4$ " und " $0 - (-3) = 3$ "
 und " $0 - (-2) = 2$ " und " $0 - (-1) = 1$ "
 und " $0 - 0 = 0$ " und " $0 - 1 = -1$ "
 und " $0 - 2 = -2$ " und " $0 - 3 = -3$ "
 und " $0 - 4 = -4$ " und " $0 - 5 = -5$ "
 und " $0 - 6 = -6$ " und " $0 - 7 = -7$ "
 und " $0 - 8 = -8$ " und " $0 - 9 = -9$ "
 und " $0 - \text{ten} = -\text{ten}$ ".

1) " $1 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 1$ " und " $1 - (-9) = \text{ten}$ "
 und " $1 - (-8) = 9$ " und " $1 - (-7) = 8$ "
 und " $1 - (-6) = 7$ " und " $1 - (-5) = 6$ "
 und " $1 - (-4) = 5$ " und " $1 - (-3) = 4$ "
 und " $1 - (-2) = 3$ " und " $1 - (-1) = 2$ "
 und " $1 - 0 = 1$ " und " $1 - 1 = 0$ "
 und " $1 - 2 = -1$ " und " $1 - 3 = -2$ "
 und " $1 - 4 = -3$ " und " $1 - 5 = -4$ "
 und " $1 - 6 = -5$ " und " $1 - 7 = -6$ "
 und " $1 - 8 = -7$ " und " $1 - 9 = -8$ "
 und " $1 - \text{ten} = -9$ ".

...

RECH-Notation.

204-2(Satz) (-schola)

...

m) $“2 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 2”$ und $“2 - (-9) = \text{ten} + 1”$
 und $“2 - (-8) = \text{ten}”$ und $“2 - (-7) = 9”$
 und $“2 - (-6) = 8”$ und $“2 - (-5) = 7”$
 und $“2 - (-4) = 6”$ und $“2 - (-3) = 5”$
 und $“2 - (-2) = 4”$ und $“2 - (-1) = 3”$
 und $“2 - 0 = 2”$ und $“2 - 1 = 1”$
 und $“2 - 2 = 0”$ und $“2 - 3 = -1”$
 und $“2 - 4 = -2”$ und $“2 - 5 = -3”$
 und $“2 - 6 = -4”$ und $“2 - 7 = -5”$
 und $“2 - 8 = -6”$ und $“2 - 9 = -7”$
 und $“2 - \text{ten} = -8”$.

n) $“3 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 3”$ und $“3 - (-9) = \text{ten} + 2”$
 und $“3 - (-8) = \text{ten} + 1”$ und $“3 - (-7) = \text{ten}”$
 und $“3 - (-6) = 9”$ und $“3 - (-5) = 8”$
 und $“3 - (-4) = 7”$ und $“3 - (-3) = 6”$
 und $“3 - (-2) = 5”$ und $“3 - (-1) = 4”$
 und $“3 - 0 = 3”$ und $“3 - 1 = 2”$
 und $“3 - 2 = 1”$ und $“3 - 3 = 0”$
 und $“3 - 4 = -1”$ und $“3 - 5 = -2”$
 und $“3 - 6 = -3”$ und $“3 - 7 = -4”$
 und $“3 - 8 = -5”$ und $“3 - 9 = -6”$
 und $“3 - \text{ten} = -7”$.

...

RECH-Notation.

204-2(Satz) (-schola)

...

o) $“4 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 4”$ und $“4 - (-9) = \text{ten} + 3”$
 und $“4 - (-8) = \text{ten} + 2”$ und $“4 - (-7) = \text{ten} + 1”$
 und $“4 - (-6) = \text{ten}”$ und $“4 - (-5) = 9”$
 und $“4 - (-4) = 8”$ und $“4 - (-3) = 7”$
 und $“4 - (-2) = 6”$ und $“4 - (-1) = 5”$
 und $“4 - 0 = 4”$ und $“4 - 1 = 3”$
 und $“4 - 2 = 2”$ und $“4 - 3 = 1”$
 und $“4 - 4 = 0”$ und $“4 - 5 = -1”$
 und $“4 - 6 = -2”$ und $“4 - 7 = -3”$
 und $“4 - 8 = -4”$ und $“4 - 9 = -5”$
 und $“4 - \text{ten} = -6”$.

p) $“5 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 5”$ und $“5 - (-9) = \text{ten} + 4”$
 und $“5 - (-8) = \text{ten} + 3”$ und $“5 - (-7) = \text{ten} + 2”$
 und $“5 - (-6) = \text{ten} + 1”$ und $“5 - (-5) = \text{ten}”$
 und $“5 - (-4) = 9”$ und $“5 - (-3) = 8”$
 und $“5 - (-2) = 7”$ und $“5 - (-1) = 6”$
 und $“5 - 0 = 5”$ und $“5 - 1 = 4”$
 und $“5 - 2 = 3”$ und $“5 - 3 = 2”$
 und $“5 - 4 = 1”$ und $“5 - 5 = 0”$
 und $“5 - 6 = -1”$ und $“5 - 7 = -2”$
 und $“5 - 8 = -3”$ und $“5 - 9 = -4”$
 und $“5 - \text{ten} = -5”$.

...

RECH-Notation.

204-2(Satz) (-schola)

...

q) $6 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 6$ und $6 - (-9) = \text{ten} + 5$
 und $6 - (-8) = \text{ten} + 4$ und $6 - (-7) = \text{ten} + 3$
 und $6 - (-6) = \text{ten} + 2$ und $6 - (-5) = \text{ten} + 1$
 und $6 - (-4) = \text{ten}$ und $6 - (-3) = 9$
 und $6 - (-2) = 8$ und $6 - (-1) = 7$
 und $6 - 0 = 6$ und $6 - 1 = 5$
 und $6 - 2 = 4$ und $6 - 3 = 3$
 und $6 - 4 = 2$ und $6 - 5 = 1$
 und $6 - 6 = 0$ und $6 - 7 = -1$
 und $6 - 8 = -2$ und $6 - 9 = -3$
 und $6 - \text{ten} = -4$.

r) $7 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 7$ und $7 - (-9) = \text{ten} + 6$
 und $7 - (-8) = \text{ten} + 5$ und $7 - (-7) = \text{ten} + 4$
 und $7 - (-6) = \text{ten} + 3$ und $7 - (-5) = \text{ten} + 2$
 und $7 - (-4) = \text{ten} + 1$ und $7 - (-3) = \text{ten}$
 und $7 - (-2) = 9$ und $7 - (-1) = 8$
 und $7 - 0 = 7$ und $7 - 1 = 6$
 und $7 - 2 = 5$ und $7 - 3 = 4$
 und $7 - 4 = 3$ und $7 - 5 = 2$
 und $7 - 6 = 1$ und $7 - 7 = 0$
 und $7 - 8 = -1$ und $7 - 9 = -2$
 und $7 - \text{ten} = -3$.

...

RECH-Notation.

204-2(Satz) (-schola)

...

s) $“8 - (-ten) = ten + 8”$ und $“8 - (-9) = ten + 7”$
 und $“8 - (-8) = ten + 6”$ und $“8 - (-7) = ten + 5”$
 und $“8 - (-6) = ten + 4”$ und $“8 - (-5) = ten + 3”$
 und $“8 - (-4) = ten + 2”$ und $“8 - (-3) = ten + 1”$
 und $“8 - (-2) = ten”$ und $“8 - (-1) = 9”$
 und $“8 - 0 = 8”$ und $“8 - 1 = 7”$
 und $“8 - 2 = 6”$ und $“8 - 3 = 5”$
 und $“8 - 4 = 4”$ und $“8 - 5 = 3”$
 und $“8 - 6 = 2”$ und $“8 - 7 = 1”$
 und $“8 - 8 = 0”$ und $“8 - 9 = -1”$
 und $“8 - ten = -2”$.

t) $“9 - (-ten) = ten + 9”$ und $“9 - (-9) = ten + 8”$
 und $“9 - (-8) = ten + 7”$ und $“9 - (-7) = ten + 6”$
 und $“9 - (-6) = ten + 5”$ und $“9 - (-5) = ten + 4”$
 und $“9 - (-4) = ten + 3”$ und $“9 - (-3) = ten + 2”$
 und $“9 - (-2) = ten + 1”$ und $“9 - (-1) = ten”$
 und $“9 - 0 = 9”$ und $“9 - 1 = 8”$
 und $“9 - 2 = 7”$ und $“9 - 3 = 6”$
 und $“9 - 4 = 5”$ und $“9 - 5 = 4”$
 und $“9 - 6 = 3”$ und $“9 - 7 = 2”$
 und $“9 - 8 = 1”$ und $“9 - 9 = 0”$
 und $“9 - ten = -1”$.

...

RECH-Notation.

204-2(Satz) (-schola)

...

- u) “ $\text{ten} - (-\text{ten}) = 2 \cdot \text{ten}$ ” und “ $\text{ten} - (-9) = \text{ten} + 9$ ”
und “ $\text{ten} - (-8) = \text{ten} + 8$ ” und “ $\text{ten} - (-7) = \text{ten} + 7$ ”
und “ $\text{ten} - (-6) = \text{ten} + 6$ ” und “ $\text{ten} - (-5) = \text{ten} + 5$ ”
und “ $\text{ten} - (-4) = \text{ten} + 4$ ” und “ $\text{ten} - (-3) = \text{ten} + 3$ ”
und “ $\text{ten} - (-2) = \text{ten} + 2$ ” und “ $\text{ten} - (-1) = \text{ten} + 1$ ”
und “ $\text{ten} - 0 = \text{ten}$ ” und “ $\text{ten} - 1 = 9$ ”
und “ $\text{ten} - 2 = 8$ ” und “ $\text{ten} - 3 = 7$ ”
und “ $\text{ten} - 4 = 6$ ” und “ $\text{ten} - 5 = 5$ ”
und “ $\text{ten} - 6 = 4$ ” und “ $\text{ten} - 7 = 3$ ”
und “ $\text{ten} - 8 = 2$ ” und “ $\text{ten} - 9 = 1$ ”
und “ $\text{ten} - \text{ten} = 0$ ”.

RECH-Notation.

Beweis 204-2 a)

- 1.1: Via **FS** $-+$ gilt: $-\text{ten} - (-\text{ten}) = -\text{ten} + \text{ten}.$
- 1.2: Via **FS** $-+$ gilt: $-\text{ten} - (-9) = -\text{ten} + 9.$
- 1.3: Via **FS** $-+$ gilt: $-\text{ten} - (-8) = -\text{ten} + 8.$
- 1.4: Via **FS** $-+$ gilt: $-\text{ten} - (-7) = -\text{ten} + 7.$
- 1.5: Via **FS** $-+$ gilt: $-\text{ten} - (-6) = -\text{ten} + 6.$
- 1.6: Via **FS** $-+$ gilt: $-\text{ten} - (-5) = -\text{ten} + 5.$
- 1.7: Via **FS** $-+$ gilt: $-\text{ten} - (-4) = -\text{ten} + 4.$
- 1.8: Via **FS** $-+$ gilt: $-\text{ten} - (-3) = -\text{ten} + 3.$
- 1.9: Via **FS** $-+$ gilt: $-\text{ten} - (-2) = -\text{ten} + 2.$
- 1.10: Via **FS** $-+$ gilt: $-\text{ten} - (-1) = -\text{ten} + 1.$
- 1.11: Via **98-15** gilt: $-\text{ten} - 0 = -\text{ten} + 0.$
- 1.12: $-\text{ten} - \text{ten} = -\text{ten} + (-\text{ten}) \stackrel{144-1}{=} 2 \cdot (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS}}{=} -2 \cdot \text{ten}.$

- 2.1: Aus 1.1 “ $-\text{ten} - (-\text{ten}) = -\text{ten} + \text{ten}$ ” und
aus +**schola** “ $-\text{ten} + \text{ten} = 0$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - (-\text{ten}) = 0$$

- 2.2: Aus 1.2 “ $-\text{ten} - (-9) = -\text{ten} + 9$ ” und
aus +**schola** “ $-\text{ten} + 9 = -1$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - (-9) = -1$$

- 2.3: Aus 1.3 “ $-\text{ten} - (-8) = -\text{ten} + 8$ ” und
aus +**schola** “ $-\text{ten} + 8 = -2$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - (-8) = -2$$

- 2.4: Aus 1.4 “ $-\text{ten} - (-7) = -\text{ten} + 7$ ” und
aus +**schola** “ $-\text{ten} + 7 = -3$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - (-7) = -3$$

...

Beweis **204-2** a) ...

2.5: Aus 1.5“ $-\text{ten} - (-6) = -\text{ten} + 6$ ” und
aus **+schola**“ $-\text{ten} + 6 = -4$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - (-6) = -4$$

2.6: Aus 1.6“ $-\text{ten} - (-5) = -\text{ten} + 5$ ” und
aus **+schola**“ $-\text{ten} + 5 = -5$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - (-5) = -5$$

2.7: Aus 1.7“ $-\text{ten} - (-4) = -\text{ten} + 4$ ” und
aus **+schola**“ $-\text{ten} + 4 = -6$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - (-4) = -6$$

2.8: Aus 1.8“ $-\text{ten} - (-3) = -\text{ten} + 3$ ” und
aus **+schola**“ $-\text{ten} + 3 = -7$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - (-3) = -7$$

2.9: Aus 1.9“ $-\text{ten} - (-2) = -\text{ten} + 2$ ” und
aus **+schola**“ $-\text{ten} + 2 = -8$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - (-2) = -8$$

2.10: Aus 1.10“ $-\text{ten} - (-1) = -\text{ten} + 1$ ” und
aus **+schola**“ $-\text{ten} + 1 = -9$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - (-1) = -9$$

2.11: Aus 1.11“ $-\text{ten} - 0 = -\text{ten} + 0$ ” und
aus **+schola**“ $-\text{ten} + 0 = -\text{ten}$ ”

folgt:

$$-\text{ten} - 0 = -\text{ten}$$

2.12: Via **FS**–+ gilt:

$$-\text{ten} - 1 = -(\text{ten} + 1)$$

...

Beweis 204-2 a) ...

2.13: Via **FS**−+ gilt:

$$-\text{ten} - 2 = -(\text{ten} + 2)$$

2.14: Via **FS**−+ gilt:

$$-\text{ten} - 3 = -(\text{ten} + 3)$$

2.15: Via **FS**−+ gilt:

$$-\text{ten} - 4 = -(\text{ten} + 4)$$

2.16: Via **FS**−+ gilt:

$$-\text{ten} - 5 = -(\text{ten} + 5)$$

2.17: Via **FS**−+ gilt:

$$-\text{ten} - 6 = -(\text{ten} + 6)$$

2.18: Via **FS**−+ gilt:

$$-\text{ten} - 7 = -(\text{ten} + 7)$$

2.19: Via **FS**−+ gilt:

$$-\text{ten} - 8 = -(\text{ten} + 8)$$

2.20: Via **FS**−+ gilt:

$$-\text{ten} - 9 = -(\text{ten} + 9)$$

2.21: Aus 1.12

folgt:

$$-\text{ten} - \text{ten} = -2 \cdot \text{ten}$$

b)

1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$-9 - (-\text{ten}) = -9 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$-9 - (-9) = -9 + 9.$$

1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$-9 - (-8) = -9 + 8.$$

1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$-9 - (-7) = -9 + 7.$$

...

Beweis 204-2 b) ...

1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$-9 - (-6) = -9 + 6.$$

1.6: Via **FS**−+ gilt:

$$-9 - (-5) = -9 + 5.$$

1.7: Via **FS**−+ gilt:

$$-9 - (-4) = -9 + 4.$$

1.8: Via **FS**−+ gilt:

$$-9 - (-3) = -9 + 3.$$

1.9: Via **FS**−+ gilt:

$$-9 - (-2) = -9 + 2.$$

1.10: Via **FS**−+ gilt:

$$-9 - (-1) = -9 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$-9 - 0 = -9 + 0.$$

2.1: Aus 1.1 “ $-9 - (-\text{ten}) = -9 + \text{ten}$ ” und
aus +**schola** “ $-9 + \text{ten} = 1$ ”

folgt:

$$-9 - (-\text{ten}) = 1$$

2.2: Aus 1.2 “ $-9 - (-9) = -9 + 9$ ” und
aus +**schola** “ $-9 + 9 = 0$ ”

folgt:

$$-9 - (-9) = 0$$

2.3: Aus 1.3 “ $-9 - (-8) = -9 + 8$ ” und
aus +**schola** “ $-9 + 8 = -1$ ”

folgt:

$$-9 - (-8) = -1$$

2.4: Aus 1.4 “ $-9 - (-7) = -9 + 7$ ” und
aus +**schola** “ $-9 + 7 = -2$ ”

folgt:

$$-9 - (-7) = -2$$

2.5: Aus 1.5 “ $-9 - (-6) = -9 + 6$ ” und
aus +**schola** “ $-9 + 6 = -3$ ”

folgt:

$$-9 - (-6) = -3$$

...

Beweis 204-2 b) ...

2.6: Aus 1.6 “ $-9 - (-5) = -9 + 5$ ” und
aus +schola “ $-9 + 5 = -4$ ”

folgt:

$$-9 - (-5) = -4$$

2.7: Aus 1.7 “ $-9 - (-4) = -9 + 4$ ” und
aus +schola “ $-9 + 4 = -5$ ”

folgt:

$$-9 - (-4) = -5$$

2.8: Aus 1.8 “ $-9 - (-3) = -9 + 3$ ” und
aus +schola “ $-9 + 3 = -6$ ”

folgt:

$$-9 - (-3) = -6$$

2.9: Aus 1.9 “ $-9 - (-2) = -9 + 2$ ” und
aus +schola “ $-9 + 2 = -7$ ”

folgt:

$$-9 - (-2) = -7$$

2.10: Aus 1.10 “ $-9 - (-1) = -9 + 1$ ” und
aus +schola “ $-9 + 1 = -8$ ”

folgt:

$$-9 - (-1) = -8$$

2.11: Aus 1.11 “ $-9 - 0 = -9 + 0$ ” und
aus +schola “ $-9 + 0 = -9$ ”

folgt:

$$-9 - 0 = -9$$

2.12: Aus “ $-9 - 1 = -9 + (-1)$ ” und
aus +schola “ $-9 + (-1) = -ten$ ”

folgt:

$$-9 - 1 = -ten$$

...

Beweis 204-2 b) ...

2.13: Aus " $-9 - 2 = -9 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $-9 + (-2) = -(\text{ten} + 1)$ "

folgt:

$$-9 - 2 = -(\text{ten} + 1)$$

2.14: Aus " $-9 - 3 = -9 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $-9 + (-3) = -(\text{ten} + 2)$ "

folgt:

$$-9 - 3 = -(\text{ten} + 2)$$

2.15: Aus " $-9 - 4 = -9 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $-9 + (-4) = -(\text{ten} + 3)$ "

folgt:

$$-9 - 4 = -(\text{ten} + 3)$$

2.16: Aus " $-9 - 5 = -9 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $-9 + (-5) = -(\text{ten} + 4)$ "

folgt:

$$-9 - 5 = -(\text{ten} + 4)$$

2.17: Aus " $-9 - 6 = -9 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $-9 + (-6) = -(\text{ten} + 5)$ "

folgt:

$$-9 - 6 = -(\text{ten} + 5)$$

2.18: Aus " $-9 - 7 = -9 + (-7)$ " und
aus +**schola** " $-9 + (-7) = -(\text{ten} + 6)$ "

folgt:

$$-9 - 7 = -(\text{ten} + 6)$$

2.19: Aus " $-9 - 8 = -9 + (-8)$ " und
aus +**schola** " $-9 + (-8) = -(\text{ten} + 7)$ "

folgt:

$$-9 - 8 = -(\text{ten} + 7)$$

...

Beweis **204-2** b) ...

2.20: Aus “ $-9 - 9 = -9 + (-9)$ ” und
aus +schola “ $-9 + (-9) = -(\text{ten} + 8)$ ”

folgt:

$$-9 - 9 = -(\text{ten} + 8)$$

2.21: Aus “ $-9 - \text{ten} = -9 + (-\text{ten})$ ” und
aus +schola “ $-9 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 9)$ ”

folgt:

$$-9 - \text{ten} = -(\text{ten} + 9)$$

c)

1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$-8 - (-\text{ten}) = -8 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$-8 - (-9) = -8 + 9.$$

1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$-8 - (-8) = -8 + 8.$$

1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$-8 - (-7) = -8 + 7.$$

1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$-8 - (-6) = -8 + 6.$$

1.6: Via **FS**−+ gilt:

$$-8 - (-5) = -8 + 5.$$

1.7: Via **FS**−+ gilt:

$$-8 - (-4) = -8 + 4.$$

1.8: Via **FS**−+ gilt:

$$-8 - (-3) = -8 + 3.$$

1.9: Via **FS**−+ gilt:

$$-8 - (-2) = -8 + 2.$$

1.10: Via **FS**−+ gilt:

$$-8 - (-1) = -8 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$-8 - 0 = -8 + 0.$$

2.1: Aus 1.1 “ $-8 - (-\text{ten}) = -8 + \text{ten}$ ” und
aus +schola “ $-8 + \text{ten} = 2$ ”

folgt:

$$-8 - (-\text{ten}) = 2$$

2.2: Aus 1.2 “ $-8 - (-9) = -8 + 9$ ” und
aus +schola “ $-8 + 9 = 1$ ”

folgt:

$$-8 - (-9) = 1$$

...

Beweis 204-2 c) ...

2.3: Aus 1.3“ $-8 - (-8) = -8 + 8$ ” und
aus +schola“ $-8 + 8 = 0$ ”

folgt:

$$-8 - (-8) = 0$$

2.4: Aus 1.4“ $-8 - (-7) = -8 + 7$ ” und
aus +schola“ $-8 + 7 = -1$ ”

folgt:

$$-8 - (-7) = -1$$

2.5: Aus 1.5“ $-8 - (-6) = -8 + 6$ ” und
aus +schola“ $-8 + 6 = -2$ ”

folgt:

$$-8 - (-6) = -2$$

2.6: Aus 1.6“ $-8 - (-5) = -8 + 5$ ” und
aus +schola“ $-8 + 5 = -3$ ”

folgt:

$$-8 - (-5) = -3$$

2.7: Aus 1.7“ $-8 - (-4) = -8 + 4$ ” und
aus +schola“ $-8 + 4 = -4$ ”

folgt:

$$-8 - (-4) = -4$$

2.8: Aus 1.8“ $-8 - (-3) = -8 + 3$ ” und
aus +schola“ $-8 + 3 = -5$ ”

folgt:

$$-8 - (-3) = -5$$

2.9: Aus 1.9“ $-8 - (-2) = -8 + 2$ ” und
aus +schola“ $-8 + 2 = -6$ ”

folgt:

$$-8 - (-2) = -6$$

...

Beweis 204-2 c) ...

2.10: Aus 1.10 " $-8 - (-1) = -8 + 1$ " und
aus +**schola** " $-8 + 1 = -7$ "

folgt:

$$-8 - (-1) = -7$$

2.11: Aus 1.11 " $-8 - 0 = -8 + 0$ " und
aus +**schola** " $-8 + 0 = -8$ "

folgt:

$$-8 - 0 = -8$$

2.12: Aus " $-8 - 1 = -8 + (-1)$ " und
aus +**schola** " $-8 + (-1) = -9$ "

folgt:

$$-8 - 1 = -9$$

2.13: Aus " $-8 - 2 = -8 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $-8 + (-2) = -\text{ten}$ "

folgt:

$$-8 - 2 = -\text{ten}$$

2.14: Aus " $-8 - 3 = -8 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $-8 + (-3) = -(\text{ten} + 1)$ "

folgt:

$$-8 - 3 = -(\text{ten} + 1)$$

2.15: Aus " $-8 - 4 = -8 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $-8 + (-4) = -(\text{ten} + 2)$ "

folgt:

$$-8 - 4 = -(\text{ten} + 2)$$

2.16: Aus " $-8 - 5 = -8 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $-8 + (-5) = -(\text{ten} + 3)$ "

folgt:

$$-8 - 5 = -(\text{ten} + 3)$$

...

Beweis 204-2 c) ...

2.17: Aus “ $-8 - 6 = -8 + (-6)$ ” und
aus +**schola** “ $-8 + (-6) = -(\text{ten} + 4)$ ”

folgt:

$$-8 - 6 = -(\text{ten} + 4)$$

2.18: Aus “ $-8 - 7 = -8 + (-7)$ ” und
aus +**schola** “ $-8 + (-7) = -(\text{ten} + 5)$ ”

folgt:

$$-8 - 7 = -(\text{ten} + 5)$$

2.19: Aus “ $-8 - 8 = -8 + (-8)$ ” und
aus +**schola** “ $-8 + (-8) = -(\text{ten} + 6)$ ”

folgt:

$$-8 - 8 = -(\text{ten} + 6)$$

2.20: Aus “ $-8 - 9 = -8 + (-9)$ ” und
aus +**schola** “ $-8 + (-9) = -(\text{ten} + 7)$ ”

folgt:

$$-8 - 9 = -(\text{ten} + 7)$$

2.21: Aus “ $-8 - \text{ten} = -8 + (-\text{ten})$ ” und
aus +**schola** “ $-8 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 8)$ ”

folgt:

$$-8 - \text{ten} = -(\text{ten} + 8)$$

d)

1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$-7 - (-\text{ten}) = -7 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$-7 - (-9) = -7 + 9.$$

1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$-7 - (-8) = -7 + 8.$$

1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$-7 - (-7) = -7 + 7.$$

1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$-7 - (-6) = -7 + 6.$$

1.6: Via **FS**−+ gilt:

$$-7 - (-5) = -7 + 5.$$

1.7: Via **FS**−+ gilt:

$$-7 - (-4) = -7 + 4.$$

...

Beweis 204-2 d) ...

1.8: Via **FS**−+ gilt:

$$-7 - (-3) = -7 + 3.$$

1.9: Via **FS**−+ gilt:

$$-7 - (-2) = -7 + 2.$$

1.10: Via **FS**−+ gilt:

$$-7 - (-1) = -7 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$-7 - 0 = -7 + 0.$$

2.1: Aus 1.1 “ $-7 - (-\text{ten}) = -7 + \text{ten}$ ” und
aus +**schola** “ $-7 + \text{ten} = 3$ ”

folgt:

$$-7 - (-\text{ten}) = 3$$

2.2: Aus 1.2 “ $-7 - (-9) = -7 + 9$ ” und
aus +**schola** “ $-7 + 9 = 2$ ”

folgt:

$$-7 - (-9) = 2$$

2.3: Aus 1.3 “ $-7 - (-8) = -7 + 8$ ” und
aus +**schola** “ $-7 + 8 = 1$ ”

folgt:

$$-7 - (-8) = 1$$

2.4: Aus 1.4 “ $-7 - (-7) = -7 + 7$ ” und
aus +**schola** “ $-7 + 7 = 0$ ”

folgt:

$$-7 - (-7) = 0$$

2.5: Aus 1.5 “ $-7 - (-6) = -7 + 6$ ” und
aus +**schola** “ $-7 + 6 = -1$ ”

folgt:

$$-7 - (-6) = -1$$

2.6: Aus 1.6 “ $-7 - (-5) = -7 + 5$ ” und
aus +**schola** “ $-7 + 5 = -2$ ”

folgt:

$$-7 - (-5) = -2$$

...

Beweis **204-2** d) ...

2.7: Aus 1.7“ $-7 - (-4) = -7 + 4$ ” und
aus +**schola**“ $-7 + 4 = -3$ ”

folgt:

$$-7 - (-4) = -3$$

2.8: Aus 1.8“ $-7 - (-3) = -7 + 3$ ” und
aus +**schola**“ $-7 + 3 = -4$ ”

folgt:

$$-7 - (-3) = -4$$

2.9: Aus 1.9“ $-7 - (-2) = -7 + 2$ ” und
aus +**schola**“ $-7 + 2 = -5$ ”

folgt:

$$-7 - (-2) = -5$$

2.10: Aus 1.10“ $-7 - (-1) = -7 + 1$ ” und
aus +**schola**“ $-7 + 1 = -6$ ”

folgt:

$$-7 - (-1) = -6$$

2.11: Aus 1.11“ $-7 - 0 = -7 + 0$ ” und
aus +**schola**“ $-7 + 0 = -7$ ”

folgt:

$$-7 - 0 = -7$$

2.12: Aus “ $-7 - 1 = -7 + (-1)$ ” und
aus +**schola**“ $-7 + (-1) = -8$ ”

folgt:

$$-7 - 1 = -8$$

2.13: Aus “ $-7 - 2 = -7 + (-2)$ ” und
aus +**schola**“ $-7 + (-2) = -9$ ”

folgt:

$$-7 - 2 = -9$$

2.14: Aus “ $-7 - 3 = -7 + (-3)$ ” und
aus +**schola**“ $-7 + (-3) = -ten$ ”

folgt:

$$-7 - 3 = -ten$$

...

Beweis 204-2 d) ...

2.15: Aus " $-7 - 4 = -7 + (-4)$ " und
aus +schola " $-7 + (-4) = -(\text{ten} + 1)$ "

folgt:

$$-7 - 4 = -(\text{ten} + 1)$$

2.16: Aus " $-7 - 5 = -7 + (-5)$ " und
aus +schola " $-7 + (-5) = -(\text{ten} + 2)$ "

folgt:

$$-7 - 5 = -(\text{ten} + 2)$$

2.17: Aus " $-7 - 6 = -7 + (-6)$ " und
aus +schola " $-7 + (-6) = -(\text{ten} + 3)$ "

folgt:

$$-7 - 6 = -(\text{ten} + 3)$$

2.18: Aus " $-7 - 7 = -7 + (-7)$ " und
aus +schola " $-7 + (-7) = -(\text{ten} + 4)$ "

folgt:

$$-7 - 7 = -(\text{ten} + 4)$$

2.19: Aus " $-7 - 8 = -7 + (-8)$ " und
aus +schola " $-7 + (-8) = -(\text{ten} + 5)$ "

folgt:

$$-7 - 8 = -(\text{ten} + 5)$$

2.20: Aus " $-7 - 9 = -7 + (-9)$ " und
aus +schola " $-7 + (-9) = -(\text{ten} + 6)$ "

folgt:

$$-7 - 9 = -(\text{ten} + 6)$$

2.21: Aus " $-7 - \text{ten} = -7 + (-\text{ten})$ " und
aus +schola " $-7 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 7)$ "

folgt:

$$-7 - \text{ten} = -(\text{ten} + 7)$$

e)

1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$-6 - (-\text{ten}) = -6 + \text{ten}.$$

...

Beweis 204-2 e) ...

- 1.2: Via **FS**−+ gilt: $-6 - (-9) = -6 + 9.$
- 1.3: Via **FS**−+ gilt: $-6 - (-8) = -6 + 8.$
- 1.4: Via **FS**−+ gilt: $-6 - (-7) = -6 + 7.$
- 1.5: Via **FS**−+ gilt: $-6 - (-6) = -6 + 6.$
- 1.6: Via **FS**−+ gilt: $-6 - (-5) = -6 + 5.$
- 1.7: Via **FS**−+ gilt: $-6 - (-4) = -6 + 4.$
- 1.8: Via **FS**−+ gilt: $-6 - (-3) = -6 + 3.$
- 1.9: Via **FS**−+ gilt: $-6 - (-2) = -6 + 2.$
- 1.10: Via **FS**−+ gilt: $-6 - (-1) = -6 + 1.$
- 1.11: Via **98-15** gilt: $-6 - 0 = -6 + 0.$

- 2.1: Aus 1.1 “ $-6 - (-\text{ten}) = -6 + \text{ten}$ ” und
aus +**schola** “ $-6 + \text{ten} = 4$ ”

folgt:

$$-6 - (-\text{ten}) = 4$$

- 2.2: Aus 1.2 “ $-6 - (-9) = -6 + 9$ ” und
aus +**schola** “ $-6 + 9 = 3$ ”

folgt:

$$-6 - (-9) = 3$$

- 2.3: Aus 1.3 “ $-6 - (-8) = -6 + 8$ ” und
aus +**schola** “ $-6 + 8 = 2$ ”

folgt:

$$-6 - (-8) = 2$$

- 2.4: Aus 1.4 “ $-6 - (-7) = -6 + 7$ ” und
aus +**schola** “ $-6 + 7 = 1$ ”

folgt:

$$-6 - (-7) = 1$$

...

Beweis 204-2 e) ...

2.5: Aus 1.5 " $-6 - (-6) = -6 + 6$ " und
aus +schola " $-6 + 6 = 0$ "

folgt:

$$-6 - (-6) = 0$$

2.6: Aus 1.6 " $-6 - (-5) = -6 + 5$ " und
aus +schola " $-6 + 5 = -1$ "

folgt:

$$-6 - (-5) = -1$$

2.7: Aus 1.7 " $-6 - (-4) = -6 + 4$ " und
aus +schola " $-6 + 4 = -2$ "

folgt:

$$-6 - (-4) = -2$$

2.8: Aus 1.8 " $-6 - (-3) = -6 + 3$ " und
aus +schola " $-6 + 3 = -3$ "

folgt:

$$-6 - (-3) = -3$$

2.9: Aus 1.9 " $-6 - (-2) = -6 + 2$ " und
aus +schola " $-6 + 2 = -4$ "

folgt:

$$-6 - (-2) = -4$$

2.10: Aus 1.10 " $-6 - (-1) = -6 + 1$ " und
aus +schola " $-6 + 1 = -5$ "

folgt:

$$-6 - (-1) = -5$$

2.11: Aus 1.11 " $-6 - 0 = -6 + 0$ " und
aus +schola " $-6 + 0 = -6$ "

folgt:

$$-6 - 0 = -6$$

2.12: Aus " $-6 - 1 = -6 + (-1)$ " und
aus +schola " $-6 + (-1) = -7$ "

folgt:

$$-6 - 1 = -7$$

...

Beweis **204-2 e)** ...

2.13: Aus " $-6 - 2 = -6 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $-6 + (-2) = -8$ "

folgt:

$$-6 - 2 = -8$$

2.14: Aus " $-6 - 3 = -6 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $-6 + (-3) = -9$ "

folgt:

$$-6 - 3 = -9$$

2.15: Aus " $-6 - 4 = -6 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $-6 + (-4) = -\text{ten}$ "

folgt:

$$-6 - 4 = -\text{ten}$$

2.16: Aus " $-6 - 5 = -6 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $-6 + (-5) = -(\text{ten} + 1)$ "

folgt:

$$-6 - 5 = -(\text{ten} + 1)$$

2.17: Aus " $-6 - 6 = -6 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $-6 + (-6) = -(\text{ten} + 2)$ "

folgt:

$$-6 - 6 = -(\text{ten} + 2)$$

2.18: Aus " $-6 - 7 = -6 + (-7)$ " und
aus +**schola** " $-6 + (-7) = -(\text{ten} + 3)$ "

folgt:

$$-6 - 7 = -(\text{ten} + 3)$$

2.19: Aus " $-6 - 8 = -6 + (-8)$ " und
aus +**schola** " $-6 + (-8) = -(\text{ten} + 4)$ "

folgt:

$$-6 - 8 = -(\text{ten} + 4)$$

...

Beweis **204-2 e)** ...

2.20: Aus “ $-6 - 9 = -6 + (-9)$ ” und
aus +schola “ $-6 + (-9) = -(\text{ten} + 5)$ ”

folgt:

$$-6 - 9 = -(\text{ten} + 5)$$

2.21: Aus “ $-6 - \text{ten} = -6 + (-\text{ten})$ ” und
aus +schola “ $-6 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 6)$ ”

folgt:

$$-6 - \text{ten} = -(\text{ten} + 6)$$

f)

1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$-5 - (-\text{ten}) = -5 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$-5 - (-9) = -5 + 9.$$

1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$-5 - (-8) = -5 + 8.$$

1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$-5 - (-7) = -5 + 7.$$

1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$-5 - (-6) = -5 + 6.$$

1.6: Via **FS**−+ gilt:

$$-5 - (-5) = -5 + 5.$$

1.7: Via **FS**−+ gilt:

$$-5 - (-4) = -5 + 4.$$

1.8: Via **FS**−+ gilt:

$$-5 - (-3) = -5 + 3.$$

1.9: Via **FS**−+ gilt:

$$-5 - (-2) = -5 + 2.$$

1.10: Via **FS**−+ gilt:

$$-5 - (-1) = -5 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$-5 - 0 = -5 + 0.$$

2.1: Aus 1.1 “ $-5 - (-\text{ten}) = -5 + \text{ten}$ ” und
aus +schola “ $-5 + \text{ten} = 5$ ”

folgt:

$$-5 - (-\text{ten}) = 5$$

2.2: Aus 1.2 “ $-5 - (-9) = -5 + 9$ ” und
aus +schola “ $-5 + 9 = 4$ ”

folgt:

$$-5 - (-9) = 4$$

...

Beweis 204-2 f) ...

2.3: Aus 1.3“ $-5 - (-8) = -5 + 8$ ” und
aus +schola“ $-5 + 8 = 3$ ”

folgt:

$$-5 - (-8) = 3$$

2.4: Aus 1.4“ $-5 - (-7) = -5 + 7$ ” und
aus +schola“ $-5 + 7 = 2$ ”

folgt:

$$-5 - (-7) = 2$$

2.5: Aus 1.5“ $-5 - (-6) = -5 + 6$ ” und
aus +schola“ $-5 + 6 = 1$ ”

folgt:

$$-5 - (-6) = 1$$

2.6: Aus 1.6“ $-5 - (-5) = -5 + 5$ ” und
aus +schola“ $-5 + 5 = 0$ ”

folgt:

$$-5 - (-5) = 0$$

2.7: Aus 1.7“ $-5 - (-4) = -5 + 4$ ” und
aus +schola“ $-5 + 4 = -1$ ”

folgt:

$$-5 - (-4) = -1$$

2.8: Aus 1.8“ $-5 - (-3) = -5 + 3$ ” und
aus +schola“ $-5 + 3 = -2$ ”

folgt:

$$-5 - (-3) = -2$$

2.9: Aus 1.9“ $-5 - (-2) = -5 + 2$ ” und
aus +schola“ $-5 + 2 = -3$ ”

folgt:

$$-5 - (-2) = -3$$

...

Beweis **204-2** f) ...

2.10: Aus 1.10 " $-5 - (-1) = -5 + 1$ " und
aus +**schola** " $-5 + 1 = -4$ "

folgt:

$$-5 - (-1) = -4$$

2.11: Aus 1.11 " $-5 - 0 = -5 + 0$ " und
aus +**schola** " $-5 + 0 = -5$ "

folgt:

$$-5 - 0 = -5$$

2.12: Aus " $-5 - 1 = -5 + (-1)$ " und
aus +**schola** " $-5 + (-1) = -6$ "

folgt:

$$-5 - 1 = -6$$

2.13: Aus " $-5 - 2 = -5 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $-5 + (-2) = -7$ "

folgt:

$$-5 - 2 = -7$$

2.14: Aus " $-5 - 3 = -5 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $-5 + (-3) = -8$ "

folgt:

$$-5 - 3 = -8$$

2.15: Aus " $-5 - 4 = -5 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $-5 + (-4) = -9$ "

folgt:

$$-5 - 4 = -9$$

2.16: Aus " $-5 - 5 = -5 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $-5 + (-5) = -\text{ten}$ "

folgt:

$$-5 - 5 = -\text{ten}$$

2.17: Aus " $-5 - 6 = -5 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $-5 + (-6) = -(\text{ten} + 1)$ "

folgt:

$$-5 - 6 = -(\text{ten} + 1)$$

...

Beweis 204-2 f) ...

2.18: Aus “ $-5 - 7 = -5 + (-7)$ ” und
aus +schola “ $-5 + (-7) = -(\text{ten} + 2)$ ”

folgt:

$$-5 - 7 = -(\text{ten} + 2)$$

2.19: Aus “ $-5 - 8 = -5 + (-8)$ ” und
aus +schola “ $-5 + (-8) = -(\text{ten} + 3)$ ”

folgt:

$$-5 - 8 = -(\text{ten} + 3)$$

2.20: Aus “ $-5 - 9 = -5 + (-9)$ ” und
aus +schola “ $-5 + (-9) = -(\text{ten} + 4)$ ”

folgt:

$$-5 - 9 = -(\text{ten} + 4)$$

2.21: Aus “ $-5 - \text{ten} = -5 + (-\text{ten})$ ” und
aus +schola “ $-5 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 5)$ ”

folgt:

$$-5 - \text{ten} = -(\text{ten} + 5)$$

g)

1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$-4 - (-\text{ten}) = -4 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$-4 - (-9) = -4 + 9.$$

1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$-4 - (-8) = -4 + 8.$$

1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$-4 - (-7) = -4 + 7.$$

1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$-4 - (-6) = -4 + 6.$$

1.6: Via **FS**−+ gilt:

$$-4 - (-5) = -4 + 5.$$

1.7: Via **FS**−+ gilt:

$$-4 - (-4) = -4 + 4.$$

1.8: Via **FS**−+ gilt:

$$-4 - (-3) = -4 + 3.$$

1.9: Via **FS**−+ gilt:

$$-4 - (-2) = -4 + 2.$$

1.10: Via **FS**−+ gilt:

$$-4 - (-1) = -4 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$-4 - 0 = -4 + 0.$$

...

Beweis 204-2 g) ...

2.1: Aus 1.1 " $-4 - (-\text{ten}) = -4 + \text{ten}$ " und
aus +schola " $-4 + \text{ten} = 6$ "

folgt:

$$-4 - (-\text{ten}) = 6$$

2.2: Aus 1.2 " $-4 - (-9) = -4 + 9$ " und
aus +schola " $-4 + 9 = 5$ "

folgt:

$$-4 - (-9) = 5$$

2.3: Aus 1.3 " $-4 - (-8) = -4 + 8$ " und
aus +schola " $-4 + 8 = 4$ "

folgt:

$$-4 - (-8) = 4$$

2.4: Aus 1.4 " $-4 - (-7) = -4 + 7$ " und
aus +schola " $-4 + 7 = 3$ "

folgt:

$$-4 - (-7) = 3$$

2.5: Aus 1.5 " $-4 - (-6) = -4 + 6$ " und
aus +schola " $-4 + 6 = 2$ "

folgt:

$$-4 - (-6) = 2$$

2.6: Aus 1.6 " $-4 - (-5) = -4 + 5$ " und
aus +schola " $-4 + 5 = 1$ "

folgt:

$$-4 - (-5) = 1$$

2.7: Aus 1.7 " $-4 - (-4) = -4 + 4$ " und
aus +schola " $-4 + 4 = 0$ "

folgt:

$$-4 - (-4) = 0$$

...

Beweis 204-2 g) ...

2.8: Aus 1.8 " $-4 - (-3) = -4 + 3$ " und
aus +**schola** " $-4 + 3 = -1$ "

folgt:

$$-4 - (-3) = -1$$

2.9: Aus 1.9 " $-4 - (-2) = -4 + 2$ " und
aus +**schola** " $-4 + 2 = -2$ "

folgt:

$$-4 - (-2) = -2$$

2.10: Aus 1.10 " $-4 - (-1) = -4 + 1$ " und
aus +**schola** " $-4 + 1 = -3$ "

folgt:

$$-4 - (-1) = -3$$

2.11: Aus 1.11 " $-4 - 0 = -4 + 0$ " und
aus +**schola** " $-4 + 0 = -4$ "

folgt:

$$-4 - 0 = -4$$

2.12: Aus " $-4 - 1 = -4 + (-1)$ " und
aus +**schola** " $-4 + (-1) = -5$ "

folgt:

$$-4 - 1 = -5$$

2.13: Aus " $-4 - 2 = -4 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $-4 + (-2) = -6$ "

folgt:

$$-4 - 2 = -6$$

2.14: Aus " $-4 - 3 = -4 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $-4 + (-3) = -7$ "

folgt:

$$-4 - 3 = -7$$

2.15: Aus " $-4 - 4 = -4 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $-4 + (-4) = -8$ "

folgt:

$$-4 - 4 = -8$$

...

Beweis 204-2 g) ...

2.16: Aus “ $-4 - 5 = -4 + (-5)$ ” und
aus +schola “ $-4 + (-5) = -9$ ”

folgt:

$$-4 - 5 = -9$$

2.17: Aus “ $-4 - 6 = -4 + (-6)$ ” und
aus +schola “ $-4 + (-6) = -\text{ten}$ ”

folgt:

$$-4 - 6 = -\text{ten}$$

2.18: Aus “ $-4 - 7 = -4 + (-7)$ ” und
aus +schola “ $-4 + (-7) = -(\text{ten} + 1)$ ”

folgt:

$$-4 - 7 = -(\text{ten} + 1)$$

2.19: Aus “ $-4 - 8 = -4 + (-8)$ ” und
aus +schola “ $-4 + (-8) = -(\text{ten} + 2)$ ”

folgt:

$$-4 - 8 = -(\text{ten} + 2)$$

2.20: Aus “ $-4 - 9 = -4 + (-9)$ ” und
aus +schola “ $-4 + (-9) = -(\text{ten} + 3)$ ”

folgt:

$$-4 - 9 = -(\text{ten} + 3)$$

2.21: Aus “ $-4 - \text{ten} = -4 + (-\text{ten})$ ” und
aus +schola “ $-4 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 4)$ ”

folgt:

$$-4 - \text{ten} = -(\text{ten} + 4)$$

h)

1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$-3 - (-\text{ten}) = -3 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$-3 - (-9) = -3 + 9.$$

1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$-3 - (-8) = -3 + 8.$$

1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$-3 - (-7) = -3 + 7.$$

...

Beweis 204-2 h) ...

1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$-3 - (-6) = -3 + 6.$$

1.6: Via **FS**−+ gilt:

$$-3 - (-5) = -3 + 5.$$

1.7: Via **FS**−+ gilt:

$$-3 - (-4) = -3 + 4.$$

1.8: Via **FS**−+ gilt:

$$-3 - (-3) = -3 + 3.$$

1.9: Via **FS**−+ gilt:

$$-3 - (-2) = -3 + 2.$$

1.10: Via **FS**−+ gilt:

$$-3 - (-1) = -3 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$-3 - 0 = -3 + 0.$$

2.1: Aus 1.1 “ $-3 - (-\text{ten}) = -3 + \text{ten}$ ” und
aus +**schola** “ $-3 + \text{ten} = 7$ ”

folgt:

$$-3 - (-\text{ten}) = 7$$

2.2: Aus 1.2 “ $-3 - (-9) = -3 + 9$ ” und
aus +**schola** “ $-3 + 9 = 6$ ”

folgt:

$$-3 - (-9) = 6$$

2.3: Aus 1.3 “ $-3 - (-8) = -3 + 8$ ” und
aus +**schola** “ $-3 + 8 = 5$ ”

folgt:

$$-3 - (-8) = 5$$

2.4: Aus 1.4 “ $-3 - (-7) = -3 + 7$ ” und
aus +**schola** “ $-3 + 7 = 4$ ”

folgt:

$$-3 - (-7) = 4$$

2.5: Aus 1.5 “ $-3 - (-6) = -3 + 6$ ” und
aus +**schola** “ $-3 + 6 = 3$ ”

folgt:

$$-3 - (-6) = 3$$

...

Beweis 204-2 h) ...

2.6: Aus 1.6 “ $-3 - (-5) = -3 + 5$ ” und
aus +schola “ $-3 + 5 = 2$ ”

folgt:

$$-3 - (-5) = 2$$

2.7: Aus 1.7 “ $-3 - (-4) = -3 + 4$ ” und
aus +schola “ $-3 + 4 = 1$ ”

folgt:

$$-3 - (-4) = 1$$

2.8: Aus 1.8 “ $-3 - (-3) = -3 + 3$ ” und
aus +schola “ $-3 + 3 = 0$ ”

folgt:

$$-3 - (-3) = 0$$

2.9: Aus 1.9 “ $-3 - (-2) = -3 + 2$ ” und
aus +schola “ $-3 + 2 = -1$ ”

folgt:

$$-3 - (-2) = -1$$

2.10: Aus 1.10 “ $-3 - (-1) = -3 + 1$ ” und
aus +schola “ $-3 + 1 = -2$ ”

folgt:

$$-3 - (-1) = -2$$

2.11: Aus 1.11 “ $-3 - 0 = -3 + 0$ ” und
aus +schola “ $-3 + 0 = -3$ ”

folgt:

$$-3 - 0 = -3$$

2.12: Aus “ $-3 - 1 = -3 + (-1)$ ” und
aus +schola “ $-3 + (-1) = -4$ ”

folgt:

$$-3 - 1 = -4$$

2.13: Aus “ $-3 - 2 = -3 + (-2)$ ” und
aus +schola “ $-3 + (-2) = -5$ ”

folgt:

$$-3 - 2 = -5$$

...

Beweis 204-2 h) ...

2.14: Aus “ $-3 - 3 = -3 + (-3)$ ” und
aus +schola “ $-3 + (-3) = -6$ ”

folgt:

$$-3 - 3 = -6$$

2.15: Aus “ $-3 - 4 = -3 + (-4)$ ” und
aus +schola “ $-3 + (-4) = -7$ ”

folgt:

$$-3 - 4 = -7$$

2.16: Aus “ $-3 - 5 = -3 + (-5)$ ” und
aus +schola “ $-3 + (-5) = -8$ ”

folgt:

$$-3 - 5 = -8$$

2.17: Aus “ $-3 - 6 = -3 + (-6)$ ” und
aus +schola “ $-3 + (-6) = -9$ ”

folgt:

$$-3 - 6 = -9$$

2.18: Aus “ $-3 - 7 = -3 + (-7)$ ” und
aus +schola “ $-3 + (-7) = -\text{ten}$ ”

folgt:

$$-3 - 7 = -\text{ten}$$

2.19: Aus “ $-3 - 8 = -3 + (-8)$ ” und
aus +schola “ $-3 + (-8) = -(\text{ten} + 1)$ ”

folgt:

$$-3 - 8 = -(\text{ten} + 1)$$

2.20: Aus “ $-3 - 9 = -3 + (-9)$ ” und
aus +schola “ $-3 + (-9) = -(\text{ten} + 2)$ ”

folgt:

$$-3 - 9 = -(\text{ten} + 2)$$

2.21: Aus “ $-3 - \text{ten} = -3 + (-\text{ten})$ ” und
aus +schola “ $-3 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 3)$ ”

folgt:

$$-3 - \text{ten} = -(\text{ten} + 3)$$

i)

1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$-2 - (-\text{ten}) = -2 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$-2 - (-9) = -2 + 9.$$

1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$-2 - (-8) = -2 + 8.$$

1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$-2 - (-7) = -2 + 7.$$

1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$-2 - (-6) = -2 + 6.$$

1.6: Via **FS**−+ gilt:

$$-2 - (-5) = -2 + 5.$$

1.7: Via **FS**−+ gilt:

$$-2 - (-4) = -2 + 4.$$

1.8: Via **FS**−+ gilt:

$$-2 - (-3) = -2 + 3.$$

1.9: Via **FS**−+ gilt:

$$-2 - (-2) = -2 + 2.$$

1.10: Via **FS**−+ gilt:

$$-2 - (-1) = -2 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$-2 - 0 = -2 + 0.$$

2.1: Aus 1.1 “ $-2 - (-\text{ten}) = -2 + \text{ten}$ ” und
aus +**schola** “ $-2 + \text{ten} = 8$ ”

folgt:

$$-2 - (-\text{ten}) = 8$$

2.2: Aus 1.2 “ $-2 - (-9) = -2 + 9$ ” und
aus +**schola** “ $-2 + 9 = 7$ ”

folgt:

$$-2 - (-9) = 7$$

2.3: Aus 1.3 “ $-2 - (-8) = -2 + 8$ ” und
aus +**schola** “ $-2 + 8 = 6$ ”

folgt:

$$-2 - (-8) = 6$$

2.4: Aus 1.4 “ $-2 - (-7) = -2 + 7$ ” und
aus +**schola** “ $-2 + 7 = 5$ ”

folgt:

$$-2 - (-7) = 5$$

...

Beweis 204-2 i) ...

2.5: Aus 1.5“ $-2 - (-6) = -2 + 6$ ” und
aus +schola“ $-2 + 6 = 4$ ”

folgt:

$$-2 - (-6) = 4$$

2.6: Aus 1.6“ $-2 - (-5) = -2 + 5$ ” und
aus +schola“ $-2 + 5 = 3$ ”

folgt:

$$-2 - (-5) = 3$$

2.7: Aus 1.7“ $-2 - (-4) = -2 + 4$ ” und
aus +schola“ $-2 + 4 = 2$ ”

folgt:

$$-2 - (-4) = 2$$

2.8: Aus 1.8“ $-2 - (-3) = -2 + 3$ ” und
aus +schola“ $-2 + 3 = 1$ ”

folgt:

$$-2 - (-3) = 1$$

2.9: Aus 1.9“ $-2 - (-2) = -2 + 2$ ” und
aus +schola“ $-2 + 2 = 0$ ”

folgt:

$$-2 - (-2) = 0$$

2.10: Aus 1.10“ $-2 - (-1) = -2 + 1$ ” und
aus +schola“ $-2 + 1 = -1$ ”

folgt:

$$-2 - (-1) = -1$$

2.11: Aus 1.11“ $-2 - 0 = -2 + 0$ ” und
aus +schola“ $-2 + 0 = -2$ ”

folgt:

$$-2 - 0 = -2$$

2.12: Aus “ $-2 - 1 = -2 + (-1)$ ” und
aus +schola“ $-2 + (-1) = -3$ ”

folgt:

$$-2 - 1 = -3$$

...

Beweis **204-2** i) ...

2.13: Aus " $-2 - 2 = -2 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $-2 + (-2) = -4$ "

folgt:

$$-2 - 2 = -4$$

2.14: Aus " $-2 - 3 = -2 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $-2 + (-3) = -5$ "

folgt:

$$-2 - 3 = -5$$

2.15: Aus " $-2 - 4 = -2 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $-2 + (-4) = -6$ "

folgt:

$$-2 - 4 = -6$$

2.16: Aus " $-2 - 5 = -2 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $-2 + (-5) = -7$ "

folgt:

$$-2 - 5 = -7$$

2.17: Aus " $-2 - 6 = -2 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $-2 + (-6) = -8$ "

folgt:

$$-2 - 6 = -8$$

2.18: Aus " $-2 - 7 = -2 + (-7)$ " und
aus +**schola** " $-2 + (-7) = -9$ "

folgt:

$$-2 - 7 = -9$$

2.19: Aus " $-2 - 8 = -2 + (-8)$ " und
aus +**schola** " $-2 + (-8) = -\text{ten}$ "

folgt:

$$-2 - 8 = -\text{ten}$$

2.20: Aus " $-2 - 9 = -2 + (-9)$ " und
aus +**schola** " $-2 + (-9) = -(\text{ten} + 1)$ "

folgt:

$$-2 - 9 = -(\text{ten} + 1)$$

...

Beweis **204-2** i) ...

- 2.21: Aus “ $-2 - \text{ten} = -2 + (-\text{ten})$ ” und
aus +schola “ $-2 + (-\text{ten}) = -(\text{ten} + 2)$ ”

folgt:

$$-2 - \text{ten} = -(\text{ten} + 2)$$

j)

- 1.1: Via **FS**−+ gilt:
1.2: Via **FS**−+ gilt:
1.3: Via **FS**−+ gilt:
1.4: Via **FS**−+ gilt:
1.5: Via **FS**−+ gilt:
1.6: Via **FS**−+ gilt:
1.7: Via **FS**−+ gilt:
1.8: Via **FS**−+ gilt:
1.9: Via **FS**−+ gilt:
1.10: Via **FS**−+ gilt:
1.11: Via **98-15** gilt:

$$-1 - (-\text{ten}) = -1 + \text{ten}.$$

$$-1 - (-9) = -1 + 9.$$

$$-1 - (-8) = -1 + 8.$$

$$-1 - (-7) = -1 + 7.$$

$$-1 - (-6) = -1 + 6.$$

$$-1 - (-5) = -1 + 5.$$

$$-1 - (-4) = -1 + 4.$$

$$-1 - (-3) = -1 + 3.$$

$$-1 - (-2) = -1 + 2.$$

$$-1 - (-1) = -1 + 1.$$

$$-1 - 0 = -1 + 0.$$

- 2.1: Aus 1.1 “ $-1 - (-\text{ten}) = -1 + \text{ten}$ ” und
aus +schola “ $-1 + \text{ten} = 9$ ”

folgt:

$$-1 - (-\text{ten}) = 9$$

- 2.2: Aus 1.2 “ $-1 - (-9) = -1 + 9$ ” und
aus +schola “ $-1 + 9 = 8$ ”

folgt:

$$-1 - (-9) = 8$$

- 2.3: Aus 1.3 “ $-1 - (-8) = -1 + 8$ ” und
aus +schola “ $-1 + 8 = 7$ ”

folgt:

$$-1 - (-8) = 7$$

...

Beweis 204-2 j) ...

2.4: Aus 1.4 " $-1 - (-7) = -1 + 7$ " und
aus +schola " $-1 + 7 = 6$ "

folgt:

$$-1 - (-7) = 6$$

2.5: Aus 1.5 " $-1 - (-6) = -1 + 6$ " und
aus +schola " $-1 + 6 = 5$ "

folgt:

$$-1 - (-6) = 5$$

2.6: Aus 1.6 " $-1 - (-5) = -1 + 5$ " und
aus +schola " $-1 + 5 = 4$ "

folgt:

$$-1 - (-5) = 4$$

2.7: Aus 1.7 " $-1 - (-4) = -1 + 4$ " und
aus +schola " $-1 + 4 = 3$ "

folgt:

$$-1 - (-4) = 3$$

2.8: Aus 1.8 " $-1 - (-3) = -1 + 3$ " und
aus +schola " $-1 + 3 = 2$ "

folgt:

$$-1 - (-3) = 2$$

2.9: Aus 1.9 " $-1 - (-2) = -1 + 2$ " und
aus +schola " $-1 + 2 = 1$ "

folgt:

$$-1 - (-2) = 1$$

2.10: Aus 1.10 " $-1 - (-1) = -1 + 1$ " und
aus +schola " $-1 + 1 = 0$ "

folgt:

$$-1 - (-1) = 0$$

2.11: Aus 1.11 " $-1 - 0 = -1 + 0$ " und
aus +schola " $-1 + 0 = -1$ "

folgt:

$$-1 - 0 = -1$$

...

Beweis 204-2 j) ...

2.12: Aus " $-1 - 1 = -1 + (-1)$ " und
aus +**schola** " $-1 + (-1) = -2$ "

folgt:

$$-1 - 1 = -2$$

2.13: Aus " $-1 - 2 = -1 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $-1 + (-2) = -3$ "

folgt:

$$-1 - 2 = -3$$

2.14: Aus " $-1 - 3 = -1 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $-1 + (-3) = -4$ "

folgt:

$$-1 - 3 = -4$$

2.15: Aus " $-1 - 4 = -1 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $-1 + (-4) = -5$ "

folgt:

$$-1 - 4 = -5$$

2.16: Aus " $-1 - 5 = -1 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $-1 + (-5) = -6$ "

folgt:

$$-1 - 5 = -6$$

2.17: Aus " $-1 - 6 = -1 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $-1 + (-6) = -7$ "

folgt:

$$-1 - 6 = -7$$

2.18: Aus " $-1 - 7 = -1 + (-7)$ " und
aus +**schola** " $-1 + (-7) = -8$ "

folgt:

$$-1 - 7 = -8$$

2.19: Aus " $-1 - 8 = -1 + (-8)$ " und
aus +**schola** " $-1 + (-8) = -9$ "

folgt:

$$-1 - 8 = -9$$

...

Beweis 204-2 j) ...

2.20: Aus “ $-1 - 9 = -1 + (-9)$ ” und
aus +schola “ $-1 + (-9) = -ten$ ”

folgt:

$$-1 - 9 = -ten$$

2.21: Aus “ $-1 - ten = -1 + (-ten)$ ” und
aus +schola “ $-1 + (-ten) = -(ten + 1)$ ”

folgt:

$$-1 - ten = -(ten + 1)$$

k)

1.1: Via 98-12 gilt:

$$0 - (-ten) = -(-ten).$$

1.2: Via 98-12 gilt:

$$0 - (-9) = -(-9).$$

1.3: Via 98-12 gilt:

$$0 - (-8) = -(-8).$$

1.4: Via 98-12 gilt:

$$0 - (-7) = -(-7).$$

1.5: Via 98-12 gilt:

$$0 - (-6) = -(-6).$$

1.6: Via 98-12 gilt:

$$0 - (-5) = -(-5).$$

1.7: Via 98-12 gilt:

$$0 - (-4) = -(-4).$$

1.8: Via 98-12 gilt:

$$0 - (-3) = -(-3).$$

1.9: Via 98-12 gilt:

$$0 - (-2) = -(-2).$$

1.10: Via 98-12 gilt:

$$0 - (-1) = -(-1).$$

2.1: Aus 1.1 “ $0 - (-ten) = -(-ten)$ ” und
aus --schola “ $-(-ten) = ten$ ”

folgt:

$$0 - (-ten) = ten$$

2.2: Aus 1.1 “ $0 - (-9) = -(-9)$ ” und
aus --schola “ $-(-9) = 9$ ”

folgt:

$$0 - (-9) = 9$$

...

Beweis 204-2 k) ...

2.3: Aus 1.1 " $0 - (-8) = -(-8)$ " und
aus --schola " $-(-8) = 8$ "

folgt:

$$0 - (-8) = 8$$

2.4: Aus 1.1 " $0 - (-7) = -(-7)$ " und
aus --schola " $-(-7) = 7$ "

folgt:

$$0 - (-7) = 7$$

2.5: Aus 1.1 " $0 - (-6) = -(-6)$ " und
aus --schola " $-(-6) = 6$ "

folgt:

$$0 - (-6) = 6$$

2.6: Aus 1.1 " $0 - (-5) = -(-5)$ " und
aus --schola " $-(-5) = 5$ "

folgt:

$$0 - (-5) = 5$$

2.7: Aus 1.1 " $0 - (-4) = -(-4)$ " und
aus --schola " $-(-4) = 4$ "

folgt:

$$0 - (-4) = 4$$

2.8: Aus 1.1 " $0 - (-3) = -(-3)$ " und
aus --schola " $-(-3) = 3$ "

folgt:

$$0 - (-3) = 3$$

2.9: Aus 1.1 " $0 - (-2) = -(-2)$ " und
aus --schola " $-(-2) = 2$ "

folgt:

$$0 - (-2) = 2$$

...

Beweis 204-2 k) ...

2.10: Aus 1.1 " $0 - (-1) = -(-1)$ " und
aus --schola " $-(-1) = 1$ "

folgt:

$$0 - (-1) = 1$$

2.11: Via 98-15 gilt:

$$0 - 0 = 0$$

2.12: Via 98-12 gilt:

$$0 - 1 = -1$$

2.13: Via 98-12 gilt:

$$0 - 2 = -2$$

2.14: Via 98-12 gilt:

$$0 - 3 = -3$$

2.15: Via 98-12 gilt:

$$0 - 4 = -4$$

2.16: Via 98-12 gilt:

$$0 - 5 = -5$$

2.17: Via 98-12 gilt:

$$0 - 6 = -6$$

2.18: Via 98-12 gilt:

$$0 - 7 = -7$$

2.19: Via 98-12 gilt:

$$0 - 8 = -8$$

2.20: Via 98-12 gilt:

$$0 - 9 = -9$$

2.21: Via 98-12 gilt:

$$0 - \text{ten} = -\text{ten}$$

1)

1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$1 - (-\text{ten}) = 1 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$1 - (-9) = 1 + 9.$$

1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$1 - (-8) = 1 + 8.$$

1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$1 - (-7) = 1 + 7.$$

1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$1 - (-6) = 1 + 6.$$

1.6: Via **FS**−+ gilt:

$$1 - (-5) = 1 + 5.$$

1.7: Via **FS**−+ gilt:

$$1 - (-4) = 1 + 4.$$

1.8: Via **FS**−+ gilt:

$$1 - (-3) = 1 + 3.$$

1.9: Via **FS**−+ gilt:

$$1 - (-2) = 1 + 2.$$

1.10: Via **FS**−+ gilt:

$$1 - (-1) = 1 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$1 - 0 = 1 + 0.$$

2.1: Aus 1.1“ $1 - (-\text{ten}) = 1 + \text{ten}$ ” und
aus +**schola**“ $1 + \text{ten} = \text{ten} + 1$ ”

folgt:

$$1 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 1$$

2.2: Aus 1.2“ $1 - (-9) = 1 + 9$ ” und
aus +**schola**“ $1 + 9 = \text{ten}$ ”

folgt:

$$1 - (-9) = \text{ten}$$

2.3: Aus 1.3“ $1 - (-8) = 1 + 8$ ” und
aus +**schola**“ $1 + 8 = 9$ ”

folgt:

$$1 - (-8) = 9$$

2.4: Aus 1.4“ $1 - (-7) = 1 + 7$ ” und
aus +**schola**“ $1 + 7 = 8$ ”

folgt:

$$1 - (-7) = 8$$

...

Beweis 204-2 1) ...

2.5: Aus 1.5 " $1 - (-6) = 1 + 6$ " und
aus +schola " $1 + 6 = 7$ "

folgt:

$$1 - (-6) = 7$$

2.6: Aus 1.6 " $1 - (-5) = 1 + 5$ " und
aus +schola " $1 + 5 = 6$ "

folgt:

$$1 - (-5) = 6$$

2.7: Aus 1.7 " $1 - (-4) = 1 + 4$ " und
aus +schola " $1 + 4 = 5$ "

folgt:

$$1 - (-4) = 5$$

2.8: Aus 1.8 " $1 - (-3) = 1 + 3$ " und
aus +schola " $1 + 3 = 4$ "

folgt:

$$1 - (-3) = 4$$

2.9: Aus 1.9 " $1 - (-2) = 1 + 2$ " und
aus +schola " $1 + 2 = 3$ "

folgt:

$$1 - (-2) = 3$$

2.10: Aus 1.10 " $1 - (-1) = 1 + 1$ " und
aus +schola " $1 + 1 = 2$ "

folgt:

$$1 - (-1) = 2$$

2.11: Aus 1.11 " $1 - 0 = 1 + 0$ " und
aus +schola " $1 + 0 = 1$ "

folgt:

$$1 - 0 = 1$$

2.12: Aus " $1 - 1 = 1 + (-1)$ " und
aus +schola " $1 + (-1) = 0$ "

folgt:

$$1 - 1 = 0$$

...

Beweis 204-2 1) ...

2.13: Aus " $1 - 2 = 1 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $1 + (-2) = -1$ "

folgt:

$$1 - 2 = -1$$

2.14: Aus " $1 - 3 = 1 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $1 + (-3) = -2$ "

folgt:

$$1 - 3 = -2$$

2.15: Aus " $1 - 4 = 1 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $1 + (-4) = -3$ "

folgt:

$$1 - 4 = -3$$

2.16: Aus " $1 - 5 = 1 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $1 + (-5) = -4$ "

folgt:

$$1 - 5 = -4$$

2.17: Aus " $1 - 6 = 1 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $1 + (-6) = -5$ "

folgt:

$$1 - 6 = -5$$

2.18: Aus " $1 - 7 = 1 + (-7)$ " und
aus +**schola** " $1 + (-7) = -6$ "

folgt:

$$1 - 7 = -6$$

2.19: Aus " $1 - 8 = 1 + (-8)$ " und
aus +**schola** " $1 + (-8) = -7$ "

folgt:

$$1 - 8 = -7$$

2.20: Aus " $1 - 9 = 1 + (-9)$ " und
aus +**schola** " $1 + (-9) = -8$ "

folgt:

$$1 - 9 = -8$$

...

Beweis **204-2** 1) ...

2.21: Aus " $1 - \text{ten} = 1 + (-\text{ten})$ " und
aus +schola " $1 + (-\text{ten}) = -9$ "

folgt:

$$1 - \text{ten} = -9$$

m)

1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$2 - (-\text{ten}) = 2 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$2 - (-9) = 2 + 9.$$

1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$2 - (-8) = 2 + 8.$$

1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$2 - (-7) = 2 + 7.$$

1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$2 - (-6) = 2 + 6.$$

1.6: Via **FS**−+ gilt:

$$2 - (-5) = 2 + 5.$$

1.7: Via **FS**−+ gilt:

$$2 - (-4) = 2 + 4.$$

1.8: Via **FS**−+ gilt:

$$2 - (-3) = 2 + 3.$$

1.9: Via **FS**−+ gilt:

$$2 - (-2) = 2 + 2.$$

1.10: Via **FS**−+ gilt:

$$2 - (-1) = 2 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$2 - 0 = 2 + 0.$$

2.1: Aus 1.1 " $2 - (-\text{ten}) = 2 + \text{ten}$ " und
aus +schola " $2 + \text{ten} = \text{ten} + 2$ "

folgt:

$$2 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 2$$

2.2: Aus 1.2 " $2 - (-9) = 2 + 9$ " und
aus +schola " $2 + 9 = \text{ten} + 1$ "

folgt:

$$2 - (-9) = \text{ten} + 1$$

2.3: Aus 1.3 " $2 - (-8) = 2 + 8$ " und
aus +schola " $2 + 8 = \text{ten}$ "

folgt:

$$2 - (-8) = \text{ten}$$

...

Beweis 204-2 m) ...

2.4: Aus 1.4 " $2 - (-7) = 2 + 7$ " und
aus +schola " $2 + 7 = 9$ "

folgt:

$$2 - (-7) = 9$$

2.5: Aus 1.5 " $2 - (-6) = 2 + 6$ " und
aus +schola " $2 + 6 = 8$ "

folgt:

$$2 - (-6) = 8$$

2.6: Aus 1.6 " $2 - (-5) = 2 + 5$ " und
aus +schola " $2 + 5 = 7$ "

folgt:

$$2 - (-5) = 7$$

2.7: Aus 1.7 " $2 - (-4) = 2 + 4$ " und
aus +schola " $2 + 4 = 6$ "

folgt:

$$2 - (-4) = 6$$

2.8: Aus 1.8 " $2 - (-3) = 2 + 3$ " und
aus +schola " $2 + 3 = 5$ "

folgt:

$$2 - (-3) = 5$$

2.9: Aus 1.9 " $2 - (-2) = 2 + 2$ " und
aus +schola " $2 + 2 = 4$ "

folgt:

$$2 - (-2) = 4$$

2.10: Aus 1.10 " $2 - (-1) = 2 + 1$ " und
aus +schola " $2 + 1 = 3$ "

folgt:

$$2 - (-1) = 3$$

2.11: Aus 1.11 " $2 - 0 = 2 + 0$ " und
aus +schola " $2 + 0 = 2$ "

folgt:

$$2 - 0 = 2$$

...

Beweis 204-2 m) ...

2.12: Aus " $2 - 1 = 2 + (-1)$ " und
aus +**schola** " $2 + (-1) = 1$ "

folgt:

$$2 - 1 = 1$$

2.13: Aus " $2 - 2 = 2 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $2 + (-2) = 0$ "

folgt:

$$2 - 2 = 0$$

2.14: Aus " $2 - 3 = 2 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $2 + (-3) = -1$ "

folgt:

$$2 - 3 = -1$$

2.15: Aus " $2 - 4 = 2 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $2 + (-4) = -2$ "

folgt:

$$2 - 4 = -2$$

2.16: Aus " $2 - 5 = 2 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $2 + (-5) = -3$ "

folgt:

$$2 - 5 = -3$$

2.17: Aus " $2 - 6 = 2 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $2 + (-6) = -4$ "

folgt:

$$2 - 6 = -4$$

2.18: Aus " $2 - 7 = 2 + (-7)$ " und
aus +**schola** " $2 + (-7) = -5$ "

folgt:

$$2 - 7 = -5$$

2.19: Aus " $2 - 8 = 2 + (-8)$ " und
aus +**schola** " $2 + (-8) = -6$ "

folgt:

$$2 - 8 = -6$$

...

Beweis **204-2 m)** ...

- 2.20: Aus “ $2 - 9 = 2 + (-9)$ ” und
aus +schola “ $2 + (-9) = -7$ ”

folgt:

$$2 - 9 = -7$$

- 2.21: Aus “ $2 - \text{ten} = 2 + (-\text{ten})$ ” und
aus +schola “ $2 + (-\text{ten}) = -8$ ”

folgt:

$$2 - \text{ten} = -8$$

n)

- 1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$3 - (-\text{ten}) = 3 + \text{ten}.$$

- 1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$3 - (-9) = 3 + 9.$$

- 1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$3 - (-8) = 3 + 8.$$

- 1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$3 - (-7) = 3 + 7.$$

- 1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$3 - (-6) = 3 + 6.$$

- 1.6: Via **FS**−+ gilt:

$$3 - (-5) = 3 + 5.$$

- 1.7: Via **FS**−+ gilt:

$$3 - (-4) = 3 + 4.$$

- 1.8: Via **FS**−+ gilt:

$$3 - (-3) = 3 + 3.$$

- 1.9: Via **FS**−+ gilt:

$$3 - (-2) = 3 + 2.$$

- 1.10: Via **FS**−+ gilt:

$$3 - (-1) = 3 + 1.$$

- 1.11: Via **98-15** gilt:

$$3 - 0 = 3 + 0.$$

- 2.1: Aus 1.1 “ $3 - (-\text{ten}) = 3 + \text{ten}$ ” und
aus +schola “ $3 + \text{ten} = \text{ten} + 3$ ”

folgt:

$$3 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 3$$

- 2.2: Aus 1.2 “ $3 - (-9) = 3 + 9$ ” und
aus +schola “ $3 + 9 = \text{ten} + 2$ ”

folgt:

$$3 - (-9) = \text{ten} + 2$$

...

Beweis 204-2 n) ...

2.3: Aus 1.3 " $3 - (-8) = 3 + 8$ " und
aus +schola " $3 + 8 = \text{ten} + 1$ "

folgt:

$$3 - (-8) = \text{ten} + 1$$

2.4: Aus 1.4 " $3 - (-7) = 3 + 7$ " und
aus +schola " $3 + 7 = \text{ten}$ "

folgt:

$$3 - (-7) = \text{ten}$$

2.5: Aus 1.5 " $3 - (-6) = 3 + 6$ " und
aus +schola " $3 + 6 = 9$ "

folgt:

$$3 - (-6) = 9$$

2.6: Aus 1.6 " $3 - (-5) = 3 + 5$ " und
aus +schola " $3 + 5 = 8$ "

folgt:

$$3 - (-5) = 8$$

2.7: Aus 1.7 " $3 - (-4) = 3 + 4$ " und
aus +schola " $3 + 4 = 7$ "

folgt:

$$3 - (-4) = 7$$

2.8: Aus 1.8 " $3 - (-3) = 3 + 3$ " und
aus +schola " $3 + 3 = 6$ "

folgt:

$$3 - (-3) = 6$$

2.9: Aus 1.9 " $3 - (-2) = 3 + 2$ " und
aus +schola " $3 + 2 = 5$ "

folgt:

$$3 - (-2) = 5$$

...

Beweis 204-2 n) ...

2.10: Aus 1.10 " $3 - (-1) = 3 + 1$ " und
aus +schola " $3 + 1 = 4$ "

folgt:

$$3 - (-1) = 4$$

2.11: Aus 1.11 " $3 - 0 = 3 + 0$ " und
aus +schola " $3 + 0 = 3$ "

folgt:

$$3 - 0 = 3$$

2.12: Aus " $3 - 1 = 3 + (-1)$ " und
aus +schola " $3 + (-1) = 2$ "

folgt:

$$3 - 1 = 2$$

2.13: Aus " $3 - 2 = 3 + (-2)$ " und
aus +schola " $3 + (-2) = 1$ "

folgt:

$$3 - 2 = 1$$

2.14: Aus " $3 - 3 = 3 + (-3)$ " und
aus +schola " $3 + (-3) = 0$ "

folgt:

$$3 - 3 = 0$$

2.15: Aus " $3 - 4 = 3 + (-4)$ " und
aus +schola " $3 + (-4) = -1$ "

folgt:

$$3 - 4 = -1$$

2.16: Aus " $3 - 5 = 3 + (-5)$ " und
aus +schola " $3 + (-5) = -2$ "

folgt:

$$3 - 5 = -2$$

2.17: Aus " $3 - 6 = 3 + (-6)$ " und
aus +schola " $3 + (-6) = -3$ "

folgt:

$$3 - 6 = -3$$

...

Beweis 204-2 n) ...

2.18: Aus " $3 - 7 = 3 + (-7)$ " und
aus +schola " $3 + (-7) = -4$ "

folgt:

$$3 - 7 = -4$$

2.19: Aus " $3 - 8 = 3 + (-8)$ " und
aus +schola " $3 + (-8) = -5$ "

folgt:

$$3 - 8 = -5$$

2.20: Aus " $3 - 9 = 3 + (-9)$ " und
aus +schola " $3 + (-9) = -6$ "

folgt:

$$3 - 9 = -6$$

2.21: Aus " $3 - \text{ten} = 3 + (-\text{ten})$ " und
aus +schola " $3 + (-\text{ten}) = -7$ "

folgt:

$$3 - \text{ten} = -7$$

o)

1.1: Via **FS**—+ gilt:

$$4 - (-\text{ten}) = 4 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**—+ gilt:

$$4 - (-9) = 4 + 9.$$

1.3: Via **FS**—+ gilt:

$$4 - (-8) = 4 + 8.$$

1.4: Via **FS**—+ gilt:

$$4 - (-7) = 4 + 7.$$

1.5: Via **FS**—+ gilt:

$$4 - (-6) = 4 + 6.$$

1.6: Via **FS**—+ gilt:

$$4 - (-5) = 4 + 5.$$

1.7: Via **FS**—+ gilt:

$$4 - (-4) = 4 + 4.$$

1.8: Via **FS**—+ gilt:

$$4 - (-3) = 4 + 3.$$

1.9: Via **FS**—+ gilt:

$$4 - (-2) = 4 + 2.$$

1.10: Via **FS**—+ gilt:

$$4 - (-1) = 4 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$4 - 0 = 4 + 0.$$

...

Beweis 204-2 o) ...

2.1: Aus 1.1 " $4 - (-\text{ten}) = 4 + \text{ten}$ " und
aus +schola " $4 + \text{ten} = \text{ten} + 4$ "

folgt:

$$4 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 4$$

2.2: Aus 1.2 " $4 - (-9) = 4 + 9$ " und
aus +schola " $4 + 9 = \text{ten} + 3$ "

folgt:

$$4 - (-9) = \text{ten} + 3$$

2.3: Aus 1.3 " $4 - (-8) = 4 + 8$ " und
aus +schola " $4 + 8 = \text{ten} + 2$ "

folgt:

$$4 - (-8) = \text{ten} + 2$$

2.4: Aus 1.4 " $4 - (-7) = 4 + 7$ " und
aus +schola " $4 + 7 = \text{ten} + 1$ "

folgt:

$$4 - (-7) = \text{ten} + 1$$

2.5: Aus 1.5 " $4 - (-6) = 4 + 6$ " und
aus +schola " $4 + 6 = \text{ten}$ "

folgt:

$$4 - (-6) = \text{ten}$$

2.6: Aus 1.6 " $4 - (-5) = 4 + 5$ " und
aus +schola " $4 + 5 = 9$ "

folgt:

$$4 - (-5) = 9$$

2.7: Aus 1.7 " $4 - (-4) = 4 + 4$ " und
aus +schola " $4 + 4 = 8$ "

folgt:

$$4 - (-4) = 8$$

...

Beweis **204-2** o) ...

2.8: Aus 1.8 " $4 - (-3) = 4 + 3$ " und
aus +**schola** " $4 + 3 = 7$ "

folgt:

$$4 - (-3) = 7$$

2.9: Aus 1.9 " $4 - (-2) = 4 + 2$ " und
aus +**schola** " $4 + 2 = 6$ "

folgt:

$$4 - (-2) = 6$$

2.10: Aus 1.10 " $4 - (-1) = 4 + 1$ " und
aus +**schola** " $4 + 1 = 5$ "

folgt:

$$4 - (-1) = 5$$

2.11: Aus 1.11 " $4 - 0 = 4 + 0$ " und
aus +**schola** " $4 + 0 = 4$ "

folgt:

$$4 - 0 = 4$$

2.12: Aus " $4 - 1 = 4 + (-1)$ " und
aus +**schola** " $4 + (-1) = 3$ "

folgt:

$$4 - 1 = 3$$

2.13: Aus " $4 - 2 = 4 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $4 + (-2) = 2$ "

folgt:

$$4 - 2 = 2$$

2.14: Aus " $4 - 3 = 4 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $4 + (-3) = 1$ "

folgt:

$$4 - 3 = 1$$

2.15: Aus " $4 - 4 = 4 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $4 + (-4) = 0$ "

folgt:

$$4 - 4 = 0$$

...

Beweis **204-2** o) ...

- 2.16: Aus “ $4 - 5 = 4 + (-5)$ ” und
aus +**schola** “ $4 + (-5) = -1$ ”

folgt:

$$4 - 5 = -1$$

- 2.17: Aus “ $4 - 6 = 4 + (-6)$ ” und
aus +**schola** “ $4 + (-6) = -2$ ”

folgt:

$$4 - 6 = -2$$

- 2.18: Aus “ $4 - 7 = 4 + (-7)$ ” und
aus +**schola** “ $4 + (-7) = -3$ ”

folgt:

$$4 - 7 = -3$$

- 2.19: Aus “ $4 - 8 = 4 + (-8)$ ” und
aus +**schola** “ $4 + (-8) = -4$ ”

folgt:

$$4 - 8 = -4$$

- 2.20: Aus “ $4 - 9 = 4 + (-9)$ ” und
aus +**schola** “ $4 + (-9) = -5$ ”

folgt:

$$4 - 9 = -5$$

- 2.21: Aus “ $4 - \text{ten} = 4 + (-\text{ten})$ ” und
aus +**schola** “ $4 + (-\text{ten}) = -6$ ”

folgt:

$$4 - \text{ten} = -6$$

p)

- 1.1: Via **FS**−+ gilt:

$$5 - (-\text{ten}) = 5 + \text{ten}.$$

- 1.2: Via **FS**−+ gilt:

$$5 - (-9) = 5 + 9.$$

- 1.3: Via **FS**−+ gilt:

$$5 - (-8) = 5 + 8.$$

- 1.4: Via **FS**−+ gilt:

$$5 - (-7) = 5 + 7.$$

- 1.5: Via **FS**−+ gilt:

$$5 - (-6) = 5 + 6.$$

...

Beweis 204-2 p) ...

1.6: Via **FS**−+ gilt: $5 - (-5) = 5 + 5.$

1.7: Via **FS**−+ gilt: $5 - (-4) = 5 + 4.$

1.8: Via **FS**−+ gilt: $5 - (-3) = 5 + 3.$

1.9: Via **FS**−+ gilt: $5 - (-2) = 5 + 2.$

1.10: Via **FS**−+ gilt: $5 - (-1) = 5 + 1.$

1.11: Via **98-15** gilt: $5 - 0 = 5 + 0.$

2.1: Aus 1.1“ $5 - (-\text{ten}) = 5 + \text{ten}$ ” und
aus +**schola**“ $5 + \text{ten} = \text{ten} + 5$ ”

folgt:

$$5 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 5$$

2.2: Aus 1.2“ $5 - (-9) = 5 + 9$ ” und
aus +**schola**“ $5 + 9 = \text{ten} + 4$ ”

folgt:

$$5 - (-9) = \text{ten} + 4$$

2.3: Aus 1.3“ $5 - (-8) = 5 + 8$ ” und
aus +**schola**“ $5 + 8 = \text{ten} + 3$ ”

folgt:

$$5 - (-8) = \text{ten} + 3$$

2.4: Aus 1.4“ $5 - (-7) = 5 + 7$ ” und
aus +**schola**“ $5 + 7 = \text{ten} + 2$ ”

folgt:

$$5 - (-7) = \text{ten} + 2$$

2.5: Aus 1.5“ $5 - (-6) = 5 + 6$ ” und
aus +**schola**“ $5 + 6 = \text{ten} + 1$ ”

folgt:

$$5 - (-6) = \text{ten} + 1$$

2.6: Aus 1.6“ $5 - (-5) = 5 + 5$ ” und
aus +**schola**“ $5 + 5 = \text{ten}$ ”

folgt:

$$5 - (-5) = \text{ten}$$

...

Beweis 204-2 p) ...

2.7: Aus 1.7 " $5 - (-4) = 5 + 4$ " und
aus +schola " $5 + 4 = 9$ "

folgt:

$$5 - (-4) = 9$$

2.8: Aus 1.8 " $5 - (-3) = 5 + 3$ " und
aus +schola " $5 + 3 = 8$ "

folgt:

$$5 - (-3) = 8$$

2.9: Aus 1.9 " $5 - (-2) = 5 + 2$ " und
aus +schola " $5 + 2 = 7$ "

folgt:

$$5 - (-2) = 7$$

2.10: Aus 1.10 " $5 - (-1) = 5 + 1$ " und
aus +schola " $5 + 1 = 6$ "

folgt:

$$5 - (-1) = 6$$

2.11: Aus 1.11 " $5 - 0 = 5 + 0$ " und
aus +schola " $5 + 0 = 5$ "

folgt:

$$5 - 0 = 5$$

2.12: Aus " $5 - 1 = 5 + (-1)$ " und
aus +schola " $5 + (-1) = 4$ "

folgt:

$$5 - 1 = 4$$

2.13: Aus " $5 - 2 = 5 + (-2)$ " und
aus +schola " $5 + (-2) = 3$ "

folgt:

$$5 - 2 = 3$$

2.14: Aus " $5 - 3 = 5 + (-3)$ " und
aus +schola " $5 + (-3) = 2$ "

folgt:

$$5 - 3 = 2$$

...

Beweis **204-2** p) ...

2.15: Aus " $5 - 4 = 5 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $5 + (-4) = 1$ "

folgt:

$$5 - 4 = 1$$

2.16: Aus " $5 - 5 = 5 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $5 + (-5) = 0$ "

folgt:

$$5 - 5 = 0$$

2.17: Aus " $5 - 6 = 5 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $5 + (-6) = -1$ "

folgt:

$$5 - 6 = -1$$

2.18: Aus " $5 - 7 = 5 + (-7)$ " und
aus +**schola** " $5 + (-7) = -2$ "

folgt:

$$5 - 7 = -2$$

2.19: Aus " $5 - 8 = 5 + (-8)$ " und
aus +**schola** " $5 + (-8) = -3$ "

folgt:

$$5 - 8 = -3$$

2.20: Aus " $5 - 9 = 5 + (-9)$ " und
aus +**schola** " $5 + (-9) = -4$ "

folgt:

$$5 - 9 = -4$$

2.21: Aus " $5 - \text{ten} = 5 + (-\text{ten})$ " und
aus +**schola** " $5 + (-\text{ten}) = -5$ "

folgt:

$$5 - \text{ten} = -5$$

q)

1.1: Via **FS** $-+$ gilt:

$$6 - (-\text{ten}) = 6 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS** $-+$ gilt:

$$6 - (-9) = 6 + 9.$$

...

Beweis **204-2** q) ...

- | | |
|------------------------------|---------------------|
| 1.3: Via FS −+ gilt: | $6 - (-8) = 6 + 8.$ |
| 1.4: Via FS −+ gilt: | $6 - (-7) = 6 + 7.$ |
| 1.5: Via FS −+ gilt: | $6 - (-6) = 6 + 6.$ |
| 1.6: Via FS −+ gilt: | $6 - (-5) = 6 + 5.$ |
| 1.7: Via FS −+ gilt: | $6 - (-4) = 6 + 4.$ |
| 1.8: Via FS −+ gilt: | $6 - (-3) = 6 + 3.$ |
| 1.9: Via FS −+ gilt: | $6 - (-2) = 6 + 2.$ |
| 1.10: Via FS −+ gilt: | $6 - (-1) = 6 + 1.$ |
| 1.11: Via 98-15 gilt: | $6 - 0 = 6 + 0.$ |

- 2.1: Aus 1.1“ $6 - (-\text{ten}) = 6 + \text{ten}$ ” und
aus +**schola**“ $6 + \text{ten} = \text{ten} + 6$ ”

folgt:

$$6 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 6$$

- 2.2: Aus 1.2“ $6 - (-9) = 6 + 9$ ” und
aus +**schola**“ $6 + 9 = \text{ten} + 5$ ”

folgt:

$$6 - (-9) = \text{ten} + 5$$

- 2.3: Aus 1.3“ $6 - (-8) = 6 + 8$ ” und
aus +**schola**“ $6 + 8 = \text{ten} + 4$ ”

folgt:

$$6 - (-8) = \text{ten} + 4$$

- 2.4: Aus 1.4“ $6 - (-7) = 6 + 7$ ” und
aus +**schola**“ $6 + 7 = \text{ten} + 3$ ”

folgt:

$$6 - (-7) = \text{ten} + 3$$

- 2.5: Aus 1.5“ $6 - (-6) = 6 + 6$ ” und
aus +**schola**“ $6 + 6 = \text{ten} + 2$ ”

folgt:

$$6 - (-6) = \text{ten} + 2$$

...

Beweis 204-2 q) ...

2.6: Aus 1.6 " $6 - (-5) = 6 + 5$ " und
aus +schola " $6 + 5 = \text{ten} + 1$ "

folgt:

$$6 - (-5) = \text{ten} + 1$$

2.7: Aus 1.7 " $6 - (-4) = 6 + 4$ " und
aus +schola " $6 + 4 = \text{ten}$ "

folgt:

$$6 - (-4) = \text{ten}$$

2.8: Aus 1.8 " $6 - (-3) = 6 + 3$ " und
aus +schola " $6 + 3 = 9$ "

folgt:

$$6 - (-3) = 9$$

2.9: Aus 1.9 " $6 - (-2) = 6 + 2$ " und
aus +schola " $6 + 2 = 8$ "

folgt:

$$6 - (-2) = 8$$

2.10: Aus 1.10 " $6 - (-1) = 6 + 1$ " und
aus +schola " $6 + 1 = 7$ "

folgt:

$$6 - (-1) = 7$$

2.11: Aus 1.11 " $6 - 0 = 6 + 0$ " und
aus +schola " $6 + 0 = 6$ "

folgt:

$$6 - 0 = 6$$

2.12: Aus " $6 - 1 = 6 + (-1)$ " und
aus +schola " $6 + (-1) = 5$ "

folgt:

$$6 - 1 = 5$$

2.13: Aus " $6 - 2 = 6 + (-2)$ " und
aus +schola " $6 + (-2) = 4$ "

folgt:

$$6 - 2 = 4$$

...

Beweis **204-2** q) ...

2.14: Aus " $6 - 3 = 6 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $6 + (-3) = 3$ "

folgt:

$$6 - 3 = 3$$

2.15: Aus " $6 - 4 = 6 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $6 + (-4) = 2$ "

folgt:

$$6 - 4 = 2$$

2.16: Aus " $6 - 5 = 6 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $6 + (-5) = 1$ "

folgt:

$$6 - 5 = 1$$

2.17: Aus " $6 - 6 = 6 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $6 + (-6) = 0$ "

folgt:

$$6 - 6 = 0$$

2.18: Aus " $6 - 7 = 6 + (-7)$ " und
aus +**schola** " $6 + (-7) = -1$ "

folgt:

$$6 - 7 = -1$$

2.19: Aus " $6 - 8 = 6 + (-8)$ " und
aus +**schola** " $6 + (-8) = -2$ "

folgt:

$$6 - 8 = -2$$

2.20: Aus " $6 - 9 = 6 + (-9)$ " und
aus +**schola** " $6 + (-9) = -3$ "

folgt:

$$6 - 9 = -3$$

2.21: Aus " $6 - \text{ten} = 6 + (-\text{ten})$ " und
aus +**schola** " $6 + (-\text{ten}) = -4$ "

folgt:

$$6 - \text{ten} = -4$$

Beweis 204-2 r)

1.1: Via **FS**—+ gilt:

$$7 - (-\text{ten}) = 7 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**—+ gilt:

$$7 - (-9) = 7 + 9.$$

1.3: Via **FS**—+ gilt:

$$7 - (-8) = 7 + 8.$$

1.4: Via **FS**—+ gilt:

$$7 - (-7) = 7 + 7.$$

1.5: Via **FS**—+ gilt:

$$7 - (-6) = 7 + 6.$$

1.6: Via **FS**—+ gilt:

$$7 - (-5) = 7 + 5.$$

1.7: Via **FS**—+ gilt:

$$7 - (-4) = 7 + 4.$$

1.8: Via **FS**—+ gilt:

$$7 - (-3) = 7 + 3.$$

1.9: Via **FS**—+ gilt:

$$7 - (-2) = 7 + 2.$$

1.10: Via **FS**—+ gilt:

$$7 - (-1) = 7 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$7 - 0 = 7 + 0.$$

2.1: Aus 1.1 “ $7 - (-\text{ten}) = 7 + \text{ten}$ ” und
aus +**schola** “ $7 + \text{ten} = \text{ten} + 7$ ”

folgt:

$$7 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 7$$

2.2: Aus 1.2 “ $7 - (-9) = 7 + 9$ ” und
aus +**schola** “ $7 + 9 = \text{ten} + 6$ ”

folgt:

$$7 - (-9) = \text{ten} + 6$$

2.3: Aus 1.3 “ $7 - (-8) = 7 + 8$ ” und
aus +**schola** “ $7 + 8 = \text{ten} + 5$ ”

folgt:

$$7 - (-8) = \text{ten} + 5$$

2.4: Aus 1.4 “ $7 - (-7) = 7 + 7$ ” und
aus +**schola** “ $7 + 7 = \text{ten} + 4$ ”

folgt:

$$7 - (-7) = \text{ten} + 4$$

...

Beweis 204-2 r) ...

2.5: Aus 1.5 " $7 - (-6) = 7 + 6$ " und
aus +schola " $7 + 6 = \text{ten} + 3$ "

folgt:

$$7 - (-6) = \text{ten} + 3$$

2.6: Aus 1.6 " $7 - (-5) = 7 + 5$ " und
aus +schola " $7 + 5 = \text{ten} + 2$ "

folgt:

$$7 - (-5) = \text{ten} + 2$$

2.7: Aus 1.7 " $7 - (-4) = 7 + 4$ " und
aus +schola " $7 + 4 = \text{ten} + 1$ "

folgt:

$$7 - (-4) = \text{ten} + 1$$

2.8: Aus 1.8 " $7 - (-3) = 7 + 3$ " und
aus +schola " $7 + 3 = \text{ten}$ "

folgt:

$$7 - (-3) = \text{ten}$$

2.9: Aus 1.9 " $7 - (-2) = 7 + 2$ " und
aus +schola " $7 + 2 = 9$ "

folgt:

$$7 - (-2) = 9$$

2.10: Aus 1.10 " $7 - (-1) = 7 + 1$ " und
aus +schola " $7 + 1 = 8$ "

folgt:

$$7 - (-1) = 8$$

2.11: Aus 1.11 " $7 - 0 = 7 + 0$ " und
aus +schola " $7 + 0 = 7$ "

folgt:

$$7 - 0 = 7$$

2.12: Aus " $7 - 1 = 7 + (-1)$ " und
aus +schola " $7 + (-1) = 6$ "

folgt:

$$7 - 1 = 6$$

...

Beweis 204-2 r) ...

2.13: Aus " $7 - 2 = 7 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $7 + (-2) = 5$ "

folgt:

$$7 - 2 = 5$$

2.14: Aus " $7 - 3 = 7 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $7 + (-3) = 4$ "

folgt:

$$7 - 3 = 4$$

2.15: Aus " $7 - 4 = 7 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $7 + (-4) = 3$ "

folgt:

$$7 - 4 = 3$$

2.16: Aus " $7 - 5 = 7 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $7 + (-5) = 2$ "

folgt:

$$7 - 5 = 2$$

2.17: Aus " $7 - 6 = 7 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $7 + (-6) = 1$ "

folgt:

$$7 - 6 = 1$$

2.18: Aus " $7 - 7 = 7 + (-7)$ " und
aus +**schola** " $7 + (-7) = 0$ "

folgt:

$$7 - 7 = 0$$

2.19: Aus " $7 - 8 = 7 + (-8)$ " und
aus +**schola** " $7 + (-8) = -1$ "

folgt:

$$7 - 8 = -1$$

2.20: Aus " $7 - 9 = 7 + (-9)$ " und
aus +**schola** " $7 + (-9) = -2$ "

folgt:

$$7 - 9 = -2$$

...

Beweis **204-2 r)** ...

2.21: Aus " $7 - \text{ten} = 7 + (-\text{ten})$ " und
aus +schola " $7 + (-\text{ten}) = -3$ "

folgt:

$$7 - \text{ten} = -3$$

s)

1.1: Via **FS**-+ gilt:

$$8 - (-\text{ten}) = 8 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**-+ gilt:

$$8 - (-9) = 8 + 9.$$

1.3: Via **FS**-+ gilt:

$$8 - (-8) = 8 + 8.$$

1.4: Via **FS**-+ gilt:

$$8 - (-7) = 8 + 7.$$

1.5: Via **FS**-+ gilt:

$$8 - (-6) = 8 + 6.$$

1.6: Via **FS**-+ gilt:

$$8 - (-5) = 8 + 5.$$

1.7: Via **FS**-+ gilt:

$$8 - (-4) = 8 + 4.$$

1.8: Via **FS**-+ gilt:

$$8 - (-3) = 8 + 3.$$

1.9: Via **FS**-+ gilt:

$$8 - (-2) = 8 + 2.$$

1.10: Via **FS**-+ gilt:

$$8 - (-1) = 8 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$8 - 0 = 8 + 0.$$

2.1: Aus 1.1 " $8 - (-\text{ten}) = 8 + \text{ten}$ " und
aus +schola " $8 + \text{ten} = \text{ten} + 8$ "

folgt:

$$8 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 8$$

2.2: Aus 1.2 " $8 - (-9) = 8 + 9$ " und
aus +schola " $8 + 9 = \text{ten} + 7$ "

folgt:

$$8 - (-9) = \text{ten} + 7$$

2.3: Aus 1.3 " $8 - (-8) = 8 + 8$ " und
aus +schola " $8 + 8 = \text{ten} + 6$ "

folgt:

$$8 - (-8) = \text{ten} + 6$$

...

Beweis 204-2 s) ...

2.4: Aus 1.4 " $8 - (-7) = 8 + 7$ " und
aus +schola " $8 + 7 = \text{ten} + 5$ "

folgt:

$$8 - (-7) = \text{ten} + 5$$

2.5: Aus 1.5 " $8 - (-6) = 8 + 6$ " und
aus +schola " $8 + 6 = \text{ten} + 4$ "

folgt:

$$8 - (-6) = \text{ten} + 4$$

2.6: Aus 1.6 " $8 - (-5) = 8 + 5$ " und
aus +schola " $8 + 5 = \text{ten} + 3$ "

folgt:

$$8 - (-5) = \text{ten} + 3$$

2.7: Aus 1.7 " $8 - (-4) = 8 + 4$ " und
aus +schola " $8 + 4 = \text{ten} + 2$ "

folgt:

$$8 - (-4) = \text{ten} + 2$$

2.8: Aus 1.8 " $8 - (-3) = 8 + 3$ " und
aus +schola " $8 + 3 = \text{ten} + 1$ "

folgt:

$$8 - (-3) = \text{ten} + 1$$

2.9: Aus 1.9 " $8 - (-2) = 8 + 2$ " und
aus +schola " $8 + 2 = \text{ten}$ "

folgt:

$$8 - (-2) = \text{ten}$$

2.10: Aus 1.10 " $8 - (-1) = 8 + 1$ " und
aus +schola " $8 + 1 = 9$ "

folgt:

$$8 - (-1) = 9$$

2.11: Aus 1.11 " $8 - 0 = 8 + 0$ " und
aus +schola " $8 + 0 = 8$ "

folgt:

$$8 - 0 = 8$$

...

Beweis 204-2 s) ...

2.12: Aus " $8 - 1 = 8 + (-1)$ " und
aus +**schola** " $8 + (-1) = 7$ "

folgt:

$$8 - 1 = 7$$

2.13: Aus " $8 - 2 = 8 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $8 + (-2) = 6$ "

folgt:

$$8 - 2 = 6$$

2.14: Aus " $8 - 3 = 8 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $8 + (-3) = 5$ "

folgt:

$$8 - 3 = 5$$

2.15: Aus " $8 - 4 = 8 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $8 + (-4) = 4$ "

folgt:

$$8 - 4 = 4$$

2.16: Aus " $8 - 5 = 8 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $8 + (-5) = 3$ "

folgt:

$$8 - 5 = 3$$

2.17: Aus " $8 - 6 = 8 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $8 + (-6) = 2$ "

folgt:

$$8 - 6 = 2$$

2.18: Aus " $8 - 7 = 8 + (-7)$ " und
aus +**schola** " $8 + (-7) = 1$ "

folgt:

$$8 - 7 = 1$$

2.19: Aus " $8 - 8 = 8 + (-8)$ " und
aus +**schola** " $8 + (-8) = 0$ "

folgt:

$$8 - 8 = 0$$

...

Beweis **204-2 s)** ...

2.20: Aus " $8 - 9 = 8 + (-9)$ " und
aus +schola " $8 + (-9) = -1$ "

folgt:

$$8 - 9 = -1$$

2.21: Aus " $8 - \text{ten} = 8 + (-\text{ten})$ " und
aus +schola " $8 + (-\text{ten}) = -2$ "

folgt:

$$8 - \text{ten} = -2$$

t)

1.1: Via **FS**—+ gilt:

$$9 - (-\text{ten}) = 9 + \text{ten}.$$

1.2: Via **FS**—+ gilt:

$$9 - (-9) = 9 + 9.$$

1.3: Via **FS**—+ gilt:

$$9 - (-8) = 9 + 8.$$

1.4: Via **FS**—+ gilt:

$$9 - (-7) = 9 + 7.$$

1.5: Via **FS**—+ gilt:

$$9 - (-6) = 9 + 6.$$

1.6: Via **FS**—+ gilt:

$$9 - (-5) = 9 + 5.$$

1.7: Via **FS**—+ gilt:

$$9 - (-4) = 9 + 4.$$

1.8: Via **FS**—+ gilt:

$$9 - (-3) = 9 + 3.$$

1.9: Via **FS**—+ gilt:

$$9 - (-2) = 9 + 2.$$

1.10: Via **FS**—+ gilt:

$$9 - (-1) = 9 + 1.$$

1.11: Via **98-15** gilt:

$$9 - 0 = 9 + 0.$$

2.1: Aus 1.1 " $9 - (-\text{ten}) = 9 + \text{ten}$ " und
aus +schola " $9 + \text{ten} = \text{ten} + 9$ "

folgt:

$$9 - (-\text{ten}) = \text{ten} + 9$$

2.2: Aus 1.2 " $9 - (-9) = 9 + 9$ " und
aus +schola " $9 + 9 = \text{ten} + 8$ "

folgt:

$$9 - (-9) = \text{ten} + 8$$

...

Beweis **204-2** t) ...

2.3: Aus 1.3 " $9 - (-8) = 9 + 8$ " und
aus +**schola** " $9 + 8 = \text{ten} + 7$ "

folgt:

$$9 - (-8) = \text{ten} + 7$$

2.4: Aus 1.4 " $9 - (-7) = 9 + 7$ " und
aus +**schola** " $9 + 7 = \text{ten} + 6$ "

folgt:

$$9 - (-7) = \text{ten} + 6$$

2.5: Aus 1.5 " $9 - (-6) = 9 + 6$ " und
aus +**schola** " $9 + 6 = \text{ten} + 5$ "

folgt:

$$9 - (-6) = \text{ten} + 5$$

2.6: Aus 1.6 " $9 - (-5) = 9 + 5$ " und
aus +**schola** " $9 + 5 = \text{ten} + 4$ "

folgt:

$$9 - (-5) = \text{ten} + 4$$

2.7: Aus 1.7 " $9 - (-4) = 9 + 4$ " und
aus +**schola** " $9 + 4 = \text{ten} + 3$ "

folgt:

$$9 - (-4) = \text{ten} + 3$$

2.8: Aus 1.8 " $9 - (-3) = 9 + 3$ " und
aus +**schola** " $9 + 3 = \text{ten} + 2$ "

folgt:

$$9 - (-3) = \text{ten} + 2$$

2.9: Aus 1.9 " $9 - (-2) = 9 + 2$ " und
aus +**schola** " $9 + 2 = \text{ten} + 1$ "

folgt:

$$9 - (-2) = \text{ten} + 1$$

...

Beweis 204-2 t) ...

2.10: Aus 1.10 " $9 - (-1) = 9 + 1$ " und
aus +**schola** " $9 + 1 = \text{ten}$ "

folgt:

$$9 - (-1) = \text{ten}$$

2.11: Aus 1.11 " $9 - 0 = 9 + 0$ " und
aus +**schola** " $9 + 0 = 9$ "

folgt:

$$9 - 0 = 9$$

2.12: Aus " $9 - 1 = 9 + (-1)$ " und
aus +**schola** " $9 + (-1) = 8$ "

folgt:

$$9 - 1 = 8$$

2.13: Aus " $9 - 2 = 9 + (-2)$ " und
aus +**schola** " $9 + (-2) = 7$ "

folgt:

$$9 - 2 = 7$$

2.14: Aus " $9 - 3 = 9 + (-3)$ " und
aus +**schola** " $9 + (-3) = 6$ "

folgt:

$$9 - 3 = 6$$

2.15: Aus " $9 - 4 = 9 + (-4)$ " und
aus +**schola** " $9 + (-4) = 5$ "

folgt:

$$9 - 4 = 5$$

2.16: Aus " $9 - 5 = 9 + (-5)$ " und
aus +**schola** " $9 + (-5) = 4$ "

folgt:

$$9 - 5 = 4$$

2.17: Aus " $9 - 6 = 9 + (-6)$ " und
aus +**schola** " $9 + (-6) = 3$ "

folgt:

$$9 - 6 = 3$$

...

Beweis **204-2** t) ...

2.18: Aus " $9 - 7 = 9 + (-7)$ " und
aus +schola " $9 + (-7) = 2$ "

folgt:

$$9 - 7 = 2$$

2.19: Aus " $9 - 8 = 9 + (-8)$ " und
aus +schola " $9 + (-8) = 1$ "

folgt:

$$9 - 8 = 1$$

2.20: Aus " $9 - 9 = 9 + (-9)$ " und
aus +schola " $9 + (-9) = 0$ "

folgt:

$$9 - 9 = 0$$

2.21: Aus " $9 - \text{ten} = 9 + (-\text{ten})$ " und
aus +schola " $9 + (-\text{ten}) = -1$ "

folgt:

$$9 - \text{ten} = -1$$

u)

1.1: Via **FS**-+ gilt:

$$\text{ten} - (-\text{ten}) = \text{ten} + \text{ten}.$$

1.2: Via **98-15** gilt:

$$\text{ten} - 0 = \text{ten} + 0.$$

2.1: Aus 1.1 " $\text{ten} - (-\text{ten}) = \text{ten} + \text{ten}$ " und
aus +schola " $\text{ten} + \text{ten} = 2 \cdot \text{ten}$ "
folgt:

$$\text{ten} - (-\text{ten}) = 2 \cdot \text{ten}.$$

2.2: Via **FS**-+ gilt:

$$\text{ten} - (-9) = \text{ten} + 9$$

2.3: Via **FS**-+ gilt:

$$\text{ten} - (-8) = \text{ten} + 8$$

2.4: Via **FS**-+ gilt:

$$\text{ten} - (-7) = \text{ten} + 7$$

...

Beweis **204-2** u) ...

2.5: Via **FS**−+ gilt:

$$\text{ten} - (-6) = \text{ten} + 6$$

2.6: Via **FS**−+ gilt:

$$\text{ten} - (-5) = \text{ten} + 5$$

2.7: Via **FS**−+ gilt:

$$\text{ten} - (-4) = \text{ten} + 4$$

2.8: Via **FS**−+ gilt:

$$\text{ten} - (-3) = \text{ten} + 3$$

2.9: Via **FS**−+ gilt:

$$\text{ten} - (-2) = \text{ten} + 2$$

2.10: Via **FS**−+ gilt:

$$\text{ten} - (-1) = \text{ten} + 1$$

2.11: Aus 1.11 “ $\text{ten} - 0 = \text{ten} + 0$ ” und
aus +**schola** “ $\text{ten} + 0 = \text{ten}$ ”

folgt:

$$\text{ten} - 0 = \text{ten}$$

2.12: Aus “ $\text{ten} - 1 = \text{ten} + (-1)$ ” und
aus +**schola** “ $\text{ten} + (-1) = 9$ ”

folgt:

$$\text{ten} - 1 = 9$$

2.13: Aus “ $\text{ten} - 2 = \text{ten} + (-2)$ ” und
aus +**schola** “ $\text{ten} + (-2) = 8$ ”

folgt:

$$\text{ten} - 2 = 8$$

2.14: Aus “ $\text{ten} - 3 = \text{ten} + (-3)$ ” und
aus +**schola** “ $\text{ten} + (-3) = 7$ ”

folgt:

$$\text{ten} - 3 = 7$$

...

Beweis 204-2 u) ...

2.15: Aus " $\text{ten} - 4 = \text{ten} + (-4)$ " und
aus **+schola** " $\text{ten} + (-4) = 6$ "

folgt:

$$\text{ten} - 4 = 6$$

2.16: Aus " $\text{ten} - 5 = \text{ten} + (-5)$ " und
aus **+schola** " $\text{ten} + (-5) = 5$ "

folgt:

$$\text{ten} - 5 = 5$$

2.17: Aus " $\text{ten} - 6 = \text{ten} + (-6)$ " und
aus **+schola** " $\text{ten} + (-6) = 4$ "

folgt:

$$\text{ten} - 6 = 4$$

2.18: Aus " $\text{ten} - 7 = \text{ten} + (-7)$ " und
aus **+schola** " $\text{ten} + (-7) = 3$ "

folgt:

$$\text{ten} - 7 = 3$$

2.19: Aus " $\text{ten} - 8 = \text{ten} + (-8)$ " und
aus **+schola** " $\text{ten} + (-8) = 2$ "

folgt:

$$\text{ten} - 8 = 2$$

2.20: Aus " $\text{ten} - 9 = \text{ten} + (-9)$ " und
aus **+schola** " $\text{ten} + (-9) = 1$ "

folgt:

$$\text{ten} - 9 = 1$$

2.21: Aus " $\text{ten} - \text{ten} = \text{ten} + (-\text{ten})$ " und
aus **+schola** " $\text{ten} + (-\text{ten}) = 0$ "

folgt:

$$\text{ten} - \text{ten} = 0$$

□

$3 \cdot x = x + 2 \cdot x$ und so weiter.

$(-1) \cdot (-x) = x$ genau dann, wenn x Zahl oder $x = \mathcal{U}$.

FSD-1: FundamentalSatz Division-1.

DKR* \mathbb{R} : Divisions-KürzungsRegeln* \mathbb{R} .

AGM* \mathbb{T} : AssoziativGesetz Multiplikation* \mathbb{T} .

Ersterstellung: 05/07/12

Letzte Änderung: 02/08/12

205-1. Die nun vorliegenden Gleichungen ersparen an späteren Stellen einige Fallunterscheidungen:

205-1(Satz)

a) $1 \cdot x + y = x + y.$

b) $x \cdot 1 + y = x + y.$

c) $x + 1 \cdot y = x + y.$

d) $x + y \cdot 1 = x + y.$

e) $1 \cdot x + 1 \cdot y = x + y.$

f) $1 \cdot x + y \cdot 1 = x + y.$

g) $x \cdot 1 + 1 \cdot y = x + y.$

h) $x \cdot 1 + y \cdot 1 = x + y.$

RECH-Notation.

Beweis **205-1 a)**

1.1: Via **95-6** gilt:

$$(x \text{ Zahl}) \vee (x \notin \mathbb{A}).$$

Fallunterscheidung

1.1.1.Fall

$$x \text{ Zahl.}$$

2: Aus 1.1.1.Fall " $x \text{ Zahl}$ "
folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot x = x.$$

3: Aus 2 " $1 \cdot x = x$ "
folgt:

$$1 \cdot x + y = x + y.$$

1.1.2.Fall

$$x \notin \mathbb{A}.$$

2.1: Aus 1.1.2.Fall " $x \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **96-16**:

$$1 \cdot x = \mathcal{U}.$$

2.2: Aus 1.1.2.Fall " $x \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **96-14**:

$$x + y = \mathcal{U}.$$

3:

$$1 \cdot x + y \stackrel{2.1}{=} \mathcal{U} + y \stackrel{96-19}{=} \mathcal{U} \stackrel{2.2}{=} x + y.$$

4: Aus 3
folgt:

$$1 \cdot x + y = x + y.$$

Ende Fallunterscheidung

In beiden Fällen gilt:

$$1 \cdot x + y = x + y.$$

b)

1:

$$x \cdot 1 + y \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot x + y \stackrel{\text{a)}}{=} x + y.$$

2: Aus 1
folgt:

$$x \cdot 1 + y = x + y.$$

c)

1:

$$x + 1 \cdot y \stackrel{\text{FSA}}{=} 1 \cdot y + x \stackrel{\text{a)}}{=} y + x \stackrel{\text{FSA}}{=} x + y.$$

2: Aus 1
folgt:

$$x + 1 \cdot y = x + y.$$

d)

1:

$$x + y \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} x + 1 \cdot y \stackrel{\text{c)}}{=} x + y.$$

2: Aus 1
folgt:

$$x + y \cdot 1 = x + y.$$

Beweis 205-1 e)

$$1: \quad 1 \cdot x + 1 \cdot y \stackrel{\text{a)}}{=} x + 1 \cdot y \stackrel{\text{c)}}{=} x + y.$$

$$2: \text{ Aus 1} \\ \text{folgt:} \quad 1 \cdot x + 1 \cdot y = x + y.$$

f)

$$1: \quad 1 \cdot x + y \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot x + 1 \cdot y \stackrel{\text{e)}}{=} x + y.$$

$$2: \text{ Aus 1} \\ \text{folgt:} \quad 1 \cdot x + y \cdot 1 = x + y.$$

g)

$$1: \quad x \cdot 1 + 1 \cdot y \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot x + 1 \cdot y \stackrel{\text{e)}}{=} x + y.$$

$$2: \text{ Aus 1} \\ \text{folgt:} \quad x \cdot 1 + 1 \cdot y = x + y.$$

h)

$$1: \quad x \cdot 1 + y \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} x \cdot 1 + 1 \cdot y \stackrel{\text{g)}}{=} x + y.$$

$$2: \text{ Aus 1} \\ \text{folgt:} \quad x \cdot 1 + y \cdot 1 = x + y.$$

□

205-2. Wie im vorliegenden Satz bewiesen, stehen hinter den Gleichungen $2 = 1+1$, $3 = 1+2$ und so weiter tiefer liegende Prinzipien. Unter anderem ist die Gleichung $2 \cdot x = x + x$ bereits via **144-1** verfügbar und wird hier der Vollständigkeit halber nochmals aufgenommen:

205-2(Satz)

- a) " $1 \cdot x = x + 0 \cdot x$ " und " $2 \cdot x = x + x$ " und " $3 \cdot x = x + 2 \cdot x$ "
 und " $4 \cdot x = x + 3 \cdot x$ " und " $5 \cdot x = x + 4 \cdot x$ "
 und " $6 \cdot x = x + 5 \cdot x$ " und " $7 \cdot x = x + 6 \cdot x$ "
 und " $8 \cdot x = x + 7 \cdot x$ " und " $9 \cdot x = x + 8 \cdot x$ "
 und "**ten** $\cdot x = x + 9 \cdot x$ ".
- b) $0 \cdot x = 0 \cdot x + 0 \cdot x$.
- c) " $(-1) \cdot x = -x$ " und " $(-2) \cdot x = -x - x$ " und " $(-3) \cdot x = -x - 2 \cdot x$ "
 und " $(-4) \cdot x = -x - 3 \cdot x$ " und " $(-5) \cdot x = -x - 4 \cdot x$ "
 und " $(-6) \cdot x = -x - 5 \cdot x$ " und " $(-7) \cdot x = -x - 6 \cdot x$ "
 und " $(-8) \cdot x = -x - 7 \cdot x$ " und " $(-9) \cdot x = -x - 8 \cdot x$ "
 und " $(-ten) \cdot x = -x - 9 \cdot x$ ".

RECH-Notation.

Beweis 205-2

≤-Notation.

Beweis **205-2** a)

1.1: Via **95-6** gilt:

$$(x \text{ Zahl}) \vee (x \notin \mathbb{A}).$$

Fallunterscheidung

1.1.1.Fall

$$x \text{ Zahl.}$$

2.1: Aus 1.1.1.Fall " $x \text{ Zahl}$ "
folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot x = x.$$

2.2: Aus 1.1.1.Fall " $x \text{ Zahl}$ "
folgt via **FSA0**:

$$x = x + 0.$$

2.3: Aus 1.1.1.Fall " $x \text{ Zahl}$ "
folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot x = 0.$$

3:

$$1 \cdot x \stackrel{2.1}{=} x \stackrel{2.2}{=} x + 0 \stackrel{2.3}{=} x + 0 \cdot x.$$

4: Aus 3

folgt:

$$1 \cdot x = x + 0 \cdot x.$$

1.1.2.Fall

$$x \notin \mathbb{A}.$$

2.1: Aus 1.1.2.Fall " $x \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **96-16**:

$$1 \cdot x = \mathcal{U}.$$

2.2: Aus 1.1.2.Fall " $x \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **96-16**:

$$0 \cdot x = \mathcal{U}.$$

3:

$$1 \cdot x \stackrel{2.1}{=} \mathcal{U} \stackrel{96-19}{=} x + \mathcal{U} \stackrel{2.2}{=} x + 0 \cdot x.$$

4: Aus 3

folgt:

$$1 \cdot x = x + 0 \cdot x.$$

Ende Fallunterscheidung In beiden Fällen gilt:

$$1 \cdot x = x + 0 \cdot x$$

1.2: Via **144-1** gilt:

$$2 \cdot x = x + x$$

1.3: Aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 1"$ und
aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 2"$
folgt via **DGVZ**:

$$x \cdot (1 + 2) = x \cdot 1 + x \cdot 2.$$

1.4: Aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 1"$ und
aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 3"$
folgt via **DGVZ**:

$$x \cdot (1 + 3) = x \cdot 1 + x \cdot 3.$$

...

Beweis 205-2 a) ...

1.5: Aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 1"$ und
aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 4"$
folgt via **DGVZ**:

$$x \cdot (1 + 4) = x \cdot 1 + x \cdot 4.$$

1.6: Aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 1"$ und
aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 5"$
folgt via **DGVZ**:

$$x \cdot (1 + 5) = x \cdot 1 + x \cdot 5.$$

1.7: Aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 1"$ und
aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 6"$
folgt via **DGVZ**:

$$x \cdot (1 + 6) = x \cdot 1 + x \cdot 6.$$

1.8: Aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 1"$ und
aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 7"$
folgt via **DGVZ**:

$$x \cdot (1 + 7) = x \cdot 1 + x \cdot 7.$$

1.9: Aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 1"$ und
aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 8"$
folgt via **DGVZ**:

$$x \cdot (1 + 8) = x \cdot 1 + x \cdot 8.$$

1.10: Aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 1"$ und
aus $\leq_{\text{schola}} "0 \leq 9"$
folgt via **DGVZ**:

$$x \cdot (1 + 9) = x \cdot 1 + x \cdot 9.$$

$$2.1: 3 \cdot x \stackrel{\text{KGM}}{=} x \cdot 3 \stackrel{+\text{schola}}{=} x \cdot (1 + 2) \stackrel{1.3}{=} x \cdot 1 + x \cdot 2 \stackrel{205-1}{=} x + x \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} x + 2 \cdot x.$$

$$2.2: 4 \cdot x \stackrel{\text{KGM}}{=} x \cdot 4 \stackrel{+\text{schola}}{=} x \cdot (1 + 3) \stackrel{1.4}{=} x \cdot 1 + x \cdot 3 \stackrel{205-1}{=} x + x \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} x + 3 \cdot x.$$

$$2.3: 5 \cdot x \stackrel{\text{KGM}}{=} x \cdot 5 \stackrel{+\text{schola}}{=} x \cdot (1 + 4) \stackrel{1.5}{=} x \cdot 1 + x \cdot 4 \stackrel{205-1}{=} x + x \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} x + 4 \cdot x.$$

$$2.4: 6 \cdot x \stackrel{\text{KGM}}{=} x \cdot 6 \stackrel{+\text{schola}}{=} x \cdot (1 + 5) \stackrel{1.6}{=} x \cdot 1 + x \cdot 5 \stackrel{205-1}{=} x + x \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} x + 5 \cdot x.$$

$$2.5: 7 \cdot x \stackrel{\text{KGM}}{=} x \cdot 7 \stackrel{+\text{schola}}{=} x \cdot (1 + 6) \stackrel{1.7}{=} x \cdot 1 + x \cdot 6 \stackrel{205-1}{=} x + x \cdot 6 \stackrel{\text{KGM}}{=} x + 6 \cdot x.$$

$$2.6: 8 \cdot x \stackrel{\text{KGM}}{=} x \cdot 8 \stackrel{+\text{schola}}{=} x \cdot (1 + 7) \stackrel{1.8}{=} x \cdot 1 + x \cdot 7 \stackrel{205-1}{=} x + x \cdot 7 \stackrel{\text{KGM}}{=} x + 7 \cdot x.$$

$$2.7: 9 \cdot x \stackrel{\text{KGM}}{=} x \cdot 9 \stackrel{+\text{schola}}{=} x \cdot (1 + 8) \stackrel{1.9}{=} x \cdot 1 + x \cdot 8 \stackrel{205-1}{=} x + x \cdot 8 \stackrel{\text{KGM}}{=} x + 8 \cdot x.$$

$$2.8: \text{ten} \cdot x \stackrel{\text{KGM}}{=} x \cdot \text{ten} \stackrel{+\text{schola}}{=} x \cdot (1 + 9) \stackrel{1.10}{=} x \cdot 1 + x \cdot 9 \stackrel{205-1}{=} x + x \cdot 9 \stackrel{\text{KGM}}{=} x + 9 \cdot x.$$

...

Beweis 205-2 a) ...

3.1: Aus 2.1

folgt:

$$3 \cdot x = x + 2 \cdot x$$

3.2: Aus 2.2

folgt:

$$4 \cdot x = x + 3 \cdot x$$

3.3: Aus 2.3

folgt:

$$5 \cdot x = x + 4 \cdot x$$

3.4: Aus 2.4

folgt:

$$6 \cdot x = x + 5 \cdot x$$

3.5: Aus 2.5

folgt:

$$7 \cdot x = x + 6 \cdot x$$

3.6: Aus 2.6

folgt:

$$8 \cdot x = x + 7 \cdot x$$

3.7: Aus 2.7

folgt:

$$9 \cdot x = x + 8 \cdot x$$

3.8: Aus 2.8

folgt:

$$\text{ten} \cdot x = x + 9 \cdot x$$

Beweis **205-2** b)

1.1: Via **95-6** gilt:

$$(x \text{ Zahl}) \vee (x \notin \mathbb{A}).$$

Fallunterscheidung

1.1.1.Fall

$$x \text{ Zahl.}$$

2: Aus 1.1.1.Fall " $x \text{ Zahl}$ "
folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot x = 0.$$

3:

$$0 \cdot x \stackrel{2}{=} 0 \stackrel{+schola}{=} 0 + 0 \stackrel{2}{=} 0 \cdot x + 0 \cdot x.$$

4: Aus 3

folgt:

$$0 \cdot x = 0 \cdot x + 0 \cdot x.$$

1.1.2.Fall

$$x \notin \mathbb{A}.$$

2: Aus 1.1.2.Fall " $x \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **96-16**:

$$0 \cdot x = \mathcal{U}.$$

3:

$$0 \cdot x \stackrel{2}{=} \mathcal{U} \stackrel{96-19}{=} \mathcal{U} + \mathcal{U} \stackrel{2}{=} 0 \cdot x + 0 \cdot x.$$

4: Aus 3

folgt:

$$0 \cdot x = 0 \cdot x + 0 \cdot x.$$

Ende Fallunterscheidung

In beiden Fällen gilt:

$$0 \cdot x = 0 \cdot x + 0 \cdot x.$$

c)

1.1: Via **FSM-1** gilt:

$$(-1) \cdot x = -x$$

$$1.2: \quad (-2) \cdot x \stackrel{\text{FS-}}{=} -2 \cdot x \stackrel{a)}{=} -(x + x) \stackrel{\text{FS-}+}{=} -x - x.$$

$$1.3: \quad (-3) \cdot x \stackrel{\text{FS-}}{=} -3 \cdot x \stackrel{a)}{=} -(x + 2 \cdot x) \stackrel{\text{FS-}+}{=} -x - 2 \cdot x.$$

$$1.4: \quad (-4) \cdot x \stackrel{\text{FS-}}{=} -4 \cdot x \stackrel{a)}{=} -(x + 3 \cdot x) \stackrel{\text{FS-}+}{=} -x - 3 \cdot x.$$

$$1.5: \quad (-5) \cdot x \stackrel{\text{FS-}}{=} -5 \cdot x \stackrel{a)}{=} -(x + 4 \cdot x) \stackrel{\text{FS-}+}{=} -x - 4 \cdot x.$$

$$1.6: \quad (-6) \cdot x \stackrel{\text{FS-}}{=} -6 \cdot x \stackrel{a)}{=} -(x + 5 \cdot x) \stackrel{\text{FS-}+}{=} -x - 5 \cdot x.$$

$$1.7: \quad (-7) \cdot x \stackrel{\text{FS-}}{=} -7 \cdot x \stackrel{a)}{=} -(x + 6 \cdot x) \stackrel{\text{FS-}+}{=} -x - 6 \cdot x.$$

$$1.8: \quad (-8) \cdot x \stackrel{\text{FS-}}{=} -8 \cdot x \stackrel{a)}{=} -(x + 7 \cdot x) \stackrel{\text{FS-}+}{=} -x - 7 \cdot x.$$

...

Beweis 205-2 c) ...

$$1.9: \quad (-9) \cdot x \stackrel{\text{FS-}}{=} -9 \cdot x \stackrel{\text{a)}}{=} -(x + 8 \cdot x) \stackrel{\text{FS-+}}{=} -x - 8 \cdot x.$$

$$1.10: \quad (-\text{ten}) \cdot x \stackrel{\text{FS-}}{=} -\text{ten} \cdot x \stackrel{\text{a)}}{=} -(x + 9 \cdot x) \stackrel{\text{FS-+}}{=} -x - 9 \cdot x.$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-2) \cdot x = -x - x$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-3) \cdot x = -x - 2 \cdot x$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-4) \cdot x = -x - 3 \cdot x$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-5) \cdot x = -x - 4 \cdot x$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-6) \cdot x = -x - 5 \cdot x$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-7) \cdot x = -x - 6 \cdot x$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-8) \cdot x = -x - 7 \cdot x$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$(-9) \cdot x = -x - 8 \cdot x$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot x = -x - 9 \cdot x$$

□

205-3. Die Gleichung $(-1) \cdot (-x) = x$ gilt genau dann, wenn x Zahl oder $x = \mathcal{U}$:

205-3(Satz)

Die Aussagen i), ii) sind äquivalent:

- i) $(-1) \cdot (-x) = x$.
- ii) " x Zahl" oder " $x = \mathcal{U}$ ".

RECH-Notation.

Beweis **205-3** \Rightarrow VS gleich

$$(-1) \cdot (-x) = x.$$

1: Via **95-6** gilt:

$$(x \text{ Zahl}) \vee (x \notin \mathbb{A}).$$

Fallunterscheidung

1.1.Fall

$$x \text{ Zahl.}$$

1.2.Fall

$$x \notin \mathbb{A}.$$

2: Aus **1.2.Fall** " $x \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **96-12**:

$$-x = \mathcal{U}.$$

$$3: \quad (-1) \cdot (-x) \stackrel{2}{=} (-1) \cdot \mathcal{U} \stackrel{\mathbf{96-19}}{=} \mathcal{U}.$$

4: Aus 3 " $(-1) \cdot (-x) = \dots = \mathcal{U}$ " und
aus VS gleich " $(-1) \cdot (-x) = x$ "
folgt:

$$x = \mathcal{U}.$$

Ende Fallunterscheidung In beiden Fällen gilt:

$$(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U}).$$

\Leftarrow VS gleich

$$(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U}).$$

1: Aus VS gleich " $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ "
folgt via **FS--**:

$$-(-x) = x.$$

2: Via **FSM-1** gilt:

$$(-1) \cdot (-x) = -(-x).$$

3: Aus 2 " $(-1) \cdot (-x) = -(-x)$ " und
aus 1 " $-(-x) = x$ "
folgt:

$$(-1) \cdot (-x) = x.$$

□

205-4. Interessanter Weise gilt parallel zum **FSM-1** ein **FSD-1**:

205-4(Satz) (FSD-1: FundamentalSatz Division-1)

$$x : (-1) = -x.$$

RECH-Notation.

Beweis **205-4**

$$1: \quad x : (-1) \stackrel{\mathbf{136-1}}{=} x \cdot (1 : (-1)) \stackrel{\mathbf{FS-1}}{=} x \cdot (-1 : 1) \stackrel{\mathbf{139-4}}{=} x \cdot (-1) \stackrel{\mathbf{FSM-1}}{=} -x.$$

2: Aus 1
folgt:

$$x : (-1) = -x.$$

□

205-5. Da die Division via **136-1** auf eine Multiplikation zurückgeführt wird, ist es es nicht verwunderlich, dass für klassische DistributivGesetze - hier **DGi** - “Divisions-Versionen” verfügbar sind:

205-5(Satz)

Aus “ $a \in \mathbb{T}$ ” und “ $b \in \mathbb{T}$ ” folgt “ $(a + i \cdot b) : x = a : x + i \cdot (b : x)$ ”.

RECH-Notation.

Beweis 205-5 VS gleich

$$(a \in \mathbb{T}) \wedge (b \in \mathbb{T}).$$

1: Aus VS gleich “ $a \in \mathbb{T} \dots$ ” und
aus VS gleich “ $\dots b \in \mathbb{T}$ ”
folgt via **DGi**:

$$(1 : x) \cdot (a + i \cdot b) = (1 : x) \cdot a + i \cdot ((1 : x) \cdot b).$$

2:

$$(a + i \cdot b) : x$$

$$\stackrel{\mathbf{136-1}}{=} (a + i \cdot b) \cdot (1 : x)$$

$$\stackrel{\mathbf{KGM}}{=} (1 : x) \cdot (a + i \cdot b)$$

$$\stackrel{\mathbf{1}}{=} (1 : x) \cdot a + i \cdot ((1 : x) \cdot b)$$

$$\stackrel{\mathbf{136-1}}{=} a : x + i \cdot ((1 : x) \cdot b)$$

$$\stackrel{\mathbf{136-1}}{=} a : x + i \cdot (b : x).$$

3: Aus 2
folgt:

$$(a + i \cdot b) : x = a : x + i \cdot (b : x).$$

□

205-6. Warum mir *diese* Divisions-KürzungsRegeln in #145 nicht auffielen, bleibt im Unklaren. Weil die Regeln mit weniger Voraussetzungen als **DKRT** auskommen, werden sie mit einem * versehen. Die Beweis-Reihenfolge ist c) - a) - b):

205-6(Satz) (DKR* \mathbb{R} : Dvisions-KürzungsRegeln* \mathbb{R})

- a) Aus " $0 \neq a \in \mathbb{R}$ " und " $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ " folgt " $(a \cdot x) : a = x$ ".
- b) Aus " $0 \neq a \in \mathbb{R}$ " folgt " $a : (a \cdot x) = 1 : x$ ".
- c) Aus " $0 \neq a \in \mathbb{R}$ " folgt " $(a \cdot x) : (a \cdot y) = x : y$ ".

RECH-Notation.

Beweis 205-6 c) VS gleich

$0 \neq a \in \mathbb{R}$.

1.1: Es gilt:

$(x \notin \mathbb{A}) \vee (y \notin \mathbb{A}) \vee ((x \in \mathbb{A}) \wedge (y \in \mathbb{A})).$

Fallunterscheidung

1.1.1.Fall

$x \notin \mathbb{A}$.

2.1: Aus 1.1.1.Fall " $x \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **96-16**:

$a \cdot x = \mathcal{U}$.

2.2: Aus 1.1.1.Fall " $x \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **96-18**:

$x : y = \mathcal{U}$.

3: $(a \cdot x) : (a \cdot y) \stackrel{2.1}{=} \mathcal{U} : (a \cdot y) \stackrel{96-19}{=} \mathcal{U} \stackrel{2.2}{=} x : y.$

4: Aus 3
folgt:

$(a \cdot x) : (a \cdot y) = x : y.$

1.1.2.Fall

$y \notin \mathbb{A}$.

2.1: Aus 1.1.2.Fall " $y \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **96-16**:

$a \cdot y = \mathcal{U}$.

2.2: Aus 1.1.2.Fall " $y \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **96-18**:

$x : y = \mathcal{U}$.

3: $(a \cdot x) : (a \cdot y) \stackrel{2.1}{=} (a \cdot x) : \mathcal{U} \stackrel{96-19}{=} \mathcal{U} \stackrel{2.2}{=} x : y.$

4: Aus 3
folgt:

$(a \cdot x) : (a \cdot y) = x : y.$

...

Beweis **205-6** c) VS gleich $0 \neq a \in \mathbb{R}$.

...

Fallunterscheidung

...

1.1.3.Fall	$(x \in \mathbb{A}) \wedge (y \in \mathbb{A}).$
2.1: Aus 1.1.3.Fall " $x \in \mathbb{A} \dots$ " folgt via 95-4(Def) :	x Zahl.
2.2: Aus 1.1.3.Fall " $\dots y \in \mathbb{A}$ " folgt via 95-4(Def) :	y Zahl.
2.3: Aus VS gleich " $\dots a \in \mathbb{R}$ " folgt via ∈SZ :	$a \in \mathbb{T}.$
2.4: Aus VS gleich " $\dots a \in \mathbb{R}$ " und aus VS gleich " $\dots a \in \mathbb{R}$ " folgt via ·SZ :	$a \cdot a \in \mathbb{R}.$
3.1: Aus 2.1 " x Zahl" folgt via 96-9 :	$(\text{Re}x \in \mathbb{T}) \wedge (\text{Im}x \in \mathbb{T}).$
3.2: Aus 2.2 " y Zahl" folgt via 96-9 :	$(\text{Re}y \in \mathbb{T}) \wedge (\text{Im}y \in \mathbb{T}).$
3.3: Aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ " folgt via FST :	$\text{Im}a = 0.$
3.4: Aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ " folgt via 145-7 :	$\text{ab2}(a \cdot y) = \text{ab2}(a) \cdot \text{ab2}(y).$
3.5: Aus VS gleich " $0 \neq a \dots$ " und aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ " folgt via 111-5 :	$0 \neq a \cdot a.$
3.6: Aus 2.4 " $a \cdot a \in \mathbb{R}$ " folgt via DGR :	$(a \cdot a) \cdot ((\text{Re}x) \cdot (\text{Re}y) + (\text{Im}x) \cdot (\text{Im}y))$ $= (a \cdot a) \cdot ((\text{Re}x) \cdot (\text{Re}y)) + (a \cdot a) \cdot ((\text{Im}x) \cdot (\text{Im}y)).$
3.7: Aus 2.4 " $a \cdot a \in \mathbb{R}$ " folgt via DGR :	$(a \cdot a) \cdot (-(\text{Re}x) \cdot (\text{Im}y) + (\text{Im}x) \cdot (\text{Re}y))$ $= -(a \cdot a) \cdot ((\text{Re}x) \cdot (\text{Im}y)) + (a \cdot a) \cdot ((\text{Im}x) \cdot (\text{Re}y)).$
3.8: Aus 2.2 " y Zahl" folgt via 128-11 :	$\text{ab2}(y) \in \mathbb{T}.$

...

...

Beweis **205-6** c) VS gleich $0 \neq a \in \mathbb{R}$.

...

Fallunterscheidung

...

1.1.3.Fall

$$(x \in \mathbb{A}) \wedge (y \in \mathbb{A}).$$

...

4.1: Aus 3.3 "lma = 0"
folgt via **130-3**:

$$\operatorname{Re}(a \cdot x) = a \cdot \operatorname{Re}x.$$

4.2: Aus 3.3 "lma = 0"
folgt via **130-3**:

$$\operatorname{Im}(a \cdot x) = a \cdot \operatorname{Im}x.$$

4.3: Aus 3.3 "lma = 0"
folgt via **130-3**:

$$\operatorname{Re}(a \cdot y) = a \cdot \operatorname{Re}y.$$

4.4: Aus 3.3 "lma = 0"
folgt via **130-3**:

$$\operatorname{Im}(a \cdot y) = a \cdot \operatorname{Im}y.$$

4.5: Aus 3.3 "lma = 0"
folgt via **130-3**:

$$\operatorname{ab2}(a) = a \cdot a.$$

4.6: Aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ ",
aus 3.1 " $\operatorname{Re}x \in \mathbb{T} \dots$ ",
aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ " und
aus 3.2 " $\operatorname{Re}y \in \mathbb{T} \dots$ "
folgt via **113-18**:

$$(a \cdot \operatorname{Re}x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re}y) = (a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re}x) \cdot (\operatorname{Re}y)).$$

4.7: Aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ ",
aus 3.1 " $\dots \operatorname{Im}x \in \mathbb{T}$ ",
aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ " und
aus 3.2 " $\dots \operatorname{Im}y \in \mathbb{T}$ "
folgt via **113-18**:

$$(a \cdot \operatorname{Im}x) \cdot (a \cdot \operatorname{Im}y) = (a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Im}x) \cdot (\operatorname{Im}y)).$$

4.8: Aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ ",
aus 3.1 " $\operatorname{Re}x \in \mathbb{T} \dots$ ",
aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ " und
aus 3.2 " $\dots \operatorname{Im}y \in \mathbb{T}$ "
folgt via **113-18**:

$$(a \cdot \operatorname{Re}x) \cdot (a \cdot \operatorname{Im}y) = (a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re}x) \cdot (\operatorname{Im}y)).$$

4.9: Aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ ",
aus 3.1 " $\dots \operatorname{Im}x \in \mathbb{T}$ ",
aus 2.3 " $a \in \mathbb{T}$ " und
aus 3.2 " $\operatorname{Re}y \in \mathbb{T} \dots$ "
folgt via **113-18**:

$$(a \cdot \operatorname{Im}x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re}y) = (a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Im}x) \cdot (\operatorname{Re}y)).$$

...

...

Beweis **205-6** c) VS gleich $0 \neq a \in \mathbb{R}$.

...

Fallunterscheidung

...

1.1.3.Fall

$$(x \in \mathbb{A}) \wedge (y \in \mathbb{A}).$$

...

4.10: Aus 3.1 " $\text{Re}x \in \mathbb{T} \dots$ " und
 aus 3.2 " $\text{Re}y \in \mathbb{T} \dots$ "
 folgt via **SZ**:

$$(\text{Re}x) \cdot (\text{Re}y) \in \mathbb{T}.$$

4.11: Aus 3.1 " $\dots \text{Im}x \in \mathbb{T}$ " und
 aus 3.2 " $\dots \text{Im}y \in \mathbb{T}$ "
 folgt via **SZ**:

$$(\text{Im}x) \cdot (\text{Im}y) \in \mathbb{T}.$$

4.12: Aus 3.1 " $\text{Re}x \in \mathbb{T} \dots$ " und
 aus 3.2 " $\dots \text{Im}y \in \mathbb{T}$ "
 folgt via **SZ**:

$$(\text{Re}x) \cdot (\text{Im}y) \in \mathbb{T}.$$

4.13: Aus 3.1 " $\dots \text{Im}x \in \mathbb{T}$ " und
 aus 3.2 " $\text{Re}y \in \mathbb{T} \dots$ "
 folgt via **SZ**:

$$(\text{Im}x) \cdot (\text{Re}y) \in \mathbb{T}.$$

4.14: Aus 3.5 " $0 \neq a \cdot a$ " und
 aus 2.4 " $a \cdot a \in \mathbb{R}$ "
 folgt:

$$0 \neq a \cdot a \in \mathbb{R}.$$

5: Aus 4.12 " $(\text{Re}x) \cdot (\text{Im}y) \in \mathbb{T}$ "
 folgt via **117-4**:

$$-(\text{Re}x) \cdot (\text{Im}y) \in \mathbb{T}.$$

6.1: Aus 4.10 " $(\text{Re}x) \cdot (\text{Re}y) \in \mathbb{T}$ " und
 aus 4.11 " $(\text{Im}x) \cdot (\text{Im}y) \in \mathbb{T}$ "
 folgt via **+SZ**:

$$(\text{Re}x) \cdot (\text{Re}y) + (\text{Im}x) \cdot (\text{Im}y) \in \mathbb{T}.$$

6.2: Aus 5 " $-(\text{Re}x) \cdot (\text{Im}y) \in \mathbb{T}$ " und
 aus 4.13 " $(\text{Im}x) \cdot (\text{Re}y) \in \mathbb{T}$ "
 folgt via **+SZ**:

$$-(\text{Re}x) \cdot (\text{Im}y) + (\text{Im}x) \cdot (\text{Re}y) \in \mathbb{T}.$$

6.3: Aus 3.4 " $\text{ab2}(a \cdot y) = \text{ab2}(a) \cdot \text{ab2}(y)$ " und
 aus 4.5 " $\text{ab2}(a) = a \cdot a$ "
 folgt:

$$\text{ab2}(a \cdot y) = (a \cdot a) \cdot \text{ab2}(y).$$

...

...

Beweis 205-6 c) VS gleich

 $0 \neq a \in \mathbb{R}$.

...

Fallunterscheidung

...

1.1.3.Fall

 $(x \in \mathbb{A}) \wedge (y \in \mathbb{A})$.

...

7.1: Aus 4.14 " $0 \neq a \cdot a \in \mathbb{R}$ ",
 aus 6.1 " $(\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y) \in \mathbb{T}$ " und
 aus 3.8 " $\operatorname{ab}2(y) \in \mathbb{T}$ "
 folgt via **DKRT**:

$$\begin{aligned} & ((a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y))) : ((a \cdot a) \cdot \operatorname{ab}2(y)) \\ & = ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y)) : \operatorname{ab}2(y). \end{aligned}$$

7.2: Aus 4.14 " $0 \neq a \cdot a \in \mathbb{R}$ ",
 aus 6.2 " $-(\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y) \in \mathbb{T}$ " und
 aus 3.8 " $\operatorname{ab}2(y) \in \mathbb{T}$ "
 folgt via **DKRT**:

$$\begin{aligned} & ((a \cdot a) \cdot (-(\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y))) : ((a \cdot a) \cdot \operatorname{ab}2(y)) \\ & = (-(\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y)) : \operatorname{ab}2(y). \end{aligned}$$

8:

 $(a \cdot x) : (a \cdot y)$

$$\begin{aligned} & \stackrel{138-3}{=} (\operatorname{Re}(a \cdot x) \cdot \operatorname{Re}(a \cdot y) + \operatorname{Im}(a \cdot x) \cdot \operatorname{Im}(a \cdot y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y) \\ & + i \cdot ((-\operatorname{Re}(a \cdot x) \cdot \operatorname{Im}(a \cdot y) + \operatorname{Im}(a \cdot x) \cdot \operatorname{Re}(a \cdot y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{4.1}{=} ((a \cdot \operatorname{Re} x) \cdot \operatorname{Re}(a \cdot y) + \operatorname{Im}(a \cdot x) \cdot \operatorname{Im}(a \cdot y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y) \\ & + i \cdot ((-(a \cdot \operatorname{Re} x) \cdot \operatorname{Im}(a \cdot y) + \operatorname{Im}(a \cdot x) \cdot \operatorname{Re}(a \cdot y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{4.3}{=} ((a \cdot \operatorname{Re} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re} y) + \operatorname{Im}(a \cdot x) \cdot \operatorname{Im}(a \cdot y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y) \\ & + i \cdot ((-(a \cdot \operatorname{Re} x) \cdot \operatorname{Im}(a \cdot y) + \operatorname{Im}(a \cdot x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re} y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{4.2}{=} ((a \cdot \operatorname{Re} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re} y) + (a \cdot \operatorname{Im} x) \cdot \operatorname{Im}(a \cdot y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y) \\ & + i \cdot ((-(a \cdot \operatorname{Re} x) \cdot \operatorname{Im}(a \cdot y) + (a \cdot \operatorname{Im} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re} y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{4.4}{=} ((a \cdot \operatorname{Re} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re} y) + (a \cdot \operatorname{Im} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Im} y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y) \\ & + i \cdot ((-(a \cdot \operatorname{Re} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Im} y) + (a \cdot \operatorname{Im} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re} y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{4.6}{=} ((a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y)) + (a \cdot \operatorname{Im} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Im} y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y) \\ & + i \cdot ((-(a \cdot \operatorname{Re} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Im} y) + (a \cdot \operatorname{Im} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re} y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{4.7}{=} ((a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y)) + (a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y))) : \operatorname{ab}2(a \cdot y) \\ & + i \cdot ((-(a \cdot \operatorname{Re} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Im} y) + (a \cdot \operatorname{Im} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re} y)) : \operatorname{ab}2(a \cdot y)) \end{aligned}$$

...

...

Beweis **205-6** c) VS gleich $0 \neq a \in \mathbb{R}$.

...

Fallunterscheidung

...

1.1.3.Fall

 $(x \in \mathbb{A}) \wedge (y \in \mathbb{A}).$

...

8:

 $(a \cdot x) : (a \cdot y)$

$$\dots \stackrel{4.8}{=} ((a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y)) + (a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y))) : \operatorname{ab2}(a \cdot y) \\ + i \cdot ((-(a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y)) + (a \cdot \operatorname{Im} x) \cdot (a \cdot \operatorname{Re} y))) : \operatorname{ab2}(a \cdot y))$$

$$\stackrel{4.9}{=} ((a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y)) + (a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y))) : \operatorname{ab2}(a \cdot y) \\ + i \cdot ((-(a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y)) + (a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y)))) : \operatorname{ab2}(a \cdot y))$$

$$\stackrel{3.6}{=} ((a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y))) : \operatorname{ab2}(a \cdot y) \\ + i \cdot ((-(a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y)) + (a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y)))) : \operatorname{ab2}(a \cdot y))$$

$$\stackrel{3.7}{=} ((a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y))) : \operatorname{ab2}(a \cdot y) \\ + i \cdot (((a \cdot a) \cdot (-(\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y)))) : \operatorname{ab2}(a \cdot y))$$

$$\stackrel{6.3}{=} ((a \cdot a) \cdot ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y))) : ((a \cdot a) \cdot \operatorname{ab2}(y)) \\ + i \cdot (((a \cdot a) \cdot (-(\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y)))) : ((a \cdot a) \cdot \operatorname{ab2}(y)))$$

$$\stackrel{7.1}{=} ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y)) : \operatorname{ab2}(y) \\ + i \cdot (((a \cdot a) \cdot (-(\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y)))) : ((a \cdot a) \cdot \operatorname{ab2}(y)))$$

$$\stackrel{7.2}{=} ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y)) : \operatorname{ab2}(y) \\ + i \cdot ((-(\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y))) : \operatorname{ab2}(y))$$

$$\stackrel{138-3}{=} x : y.$$

Ende Fallunterscheidung

In allen Fällen gilt:

$$(a \cdot x) : (a \cdot y) = x : y.$$

Beweis 205-6 a) VS gleich

$$(0 \neq a \in \mathbb{R}) \wedge ((x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})).$$

1.1: Aus VS gleich "... $a \in \mathbb{R}$..."

folgt via **∈SZ**:

$$a \text{ Zahl.}$$

1.2: Aus VS gleich " $0 \neq a \in \mathbb{R}$..."

folgt via des bereits bewiesenen c):

$$(a \cdot x) : (a \cdot 1) = x : 1.$$

2.1: Aus 1.1 " a Zahl"

folgt via **FSM1**:

$$a \cdot 1 = a.$$

2.2: Aus VS gleich "... $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$..."

folgt via **FSD1**:

$$x : 1 = x.$$

3:

$$(a \cdot x) : a \stackrel{2.1}{=} (a \cdot x) : (a \cdot 1) \stackrel{1.2}{=} x : 1 \stackrel{2.2}{=} x.$$

4: Aus 3

folgt:

$$(a \cdot x) : a = x.$$

b) VS gleich

$$0 \neq a \in \mathbb{R}.$$

1.1: Aus VS gleich "... $a \in \mathbb{R}$..."

folgt via **∈SZ**:

$$a \text{ Zahl.}$$

1.2: Aus VS gleich " $0 \neq a \in \mathbb{R}$..."

folgt via des bereits bewiesenen c):

$$(a \cdot 1) : (a \cdot x) = 1 : x.$$

2: Aus 1.1 " a Zahl"

folgt via **FSM1**:

$$a \cdot 1 = a.$$

3:

$$a : (a \cdot x) \stackrel{2}{=} (a \cdot 1) : (a \cdot x) \stackrel{1.2}{=} 1 : x.$$

4: Aus 3

folgt:

$$a : (a \cdot x) = 1 : x.$$

□

205-7. Da ich schon beim Aufräumen fundamentaler arithmetischer Gesetze von **Suite II** bin, liegt es nahe, auch die vorliegende Verallgemeinerung von **AGMT** zu etablieren:

205-7(Satz) (AGM* \mathbb{T} : AssoziativGesetz Multiplikation* \mathbb{T})

- a) Aus " $x \in \mathbb{T}$ " und " $y \in \mathbb{T}$ " folgt " $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ ".
 b) Aus " $x \in \mathbb{T}$ " und " $z \in \mathbb{T}$ " folgt " $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ ".
 c) Aus " $y \in \mathbb{T}$ " und " $z \in \mathbb{T}$ " folgt " $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ ".

RECH-Notation.

Beweis **205-7 a)** VS gleich

$$(x \in \mathbb{T}) \wedge (y \in \mathbb{T}).$$

1.1: Aus VS gleich " $x \in \mathbb{T} \dots$ "

folgt via **∈SZ**:

$$x \text{ Zahl.}$$

1.2: Aus VS gleich " $x \in \mathbb{T} \dots$ "

folgt via **FST**:

$$x = \operatorname{Re} x.$$

1.3: Aus VS gleich " $x \in \mathbb{T} \dots$ "

folgt via **FST**:

$$\operatorname{Im} x = 0.$$

1.4: Aus VS gleich " $\dots y \in \mathbb{T}$ "

folgt via **∈SZ**:

$$y \text{ Zahl.}$$

1.5: Aus VS gleich " $\dots y \in \mathbb{T}$ "

folgt via **FST**:

$$y = \operatorname{Re} y.$$

1.6: Aus VS gleich " $\dots y \in \mathbb{T}$ "

folgt via **FST**:

$$\operatorname{Im} y = 0.$$

2.1: Aus 1.1 " x Zahl"

folgt via **FSM0**:

$$x \cdot 0 = 0.$$

2.2: Aus 1.4 " y Zahl"

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot y = 0.$$

3: Via **95-6** gilt:

$$(z \text{ Zahl}) \vee (z \notin \mathbb{A}).$$

Fallunterscheidung

...

Beweis **205-7 a)** VS gleich

$$(x \in \mathbb{T}) \wedge (y \in \mathbb{T}).$$

...

Fallunterscheidung

3.1.Fall

z Zahl.

4: Aus 3.1.Fall " z Zahl"

folgt via **96-9**: $(\text{Rez } \text{Zahl}) \wedge (\text{Rez} \in \mathbb{T}) \wedge (\text{Im } z \text{ Zahl}) \wedge (\text{Im } z \in \mathbb{T}).$

5.1: Aus 4 " $\text{Rez } \text{Zahl} \dots$ "

folgt via **FSM0**: $0 \cdot \text{Rez} = 0.$

5.2: Aus 4 " $\dots \text{Im } z \text{ Zahl} \dots$ "

folgt via **FSM0**: $0 \cdot \text{Im } z = 0.$

5.3: Aus 1.5 " y Zahl" und

aus 4 " $\text{Rez } \text{Zahl} \dots$ "

folgt via **SZ**: $y \cdot \text{Rez } \text{Zahl}.$

5.4: Aus 1.5 " y Zahl" und

aus 4 " $\dots \text{Im } z \text{ Zahl} \dots$ "

folgt via **SZ**: $y \cdot \text{Im } z \text{ Zahl}.$

5.5: Aus VS gleich " $x \in \mathbb{T} \dots$ " und

aus 4 " $\dots \text{Rez} \in \mathbb{T} \dots$ "

folgt via **AGMT**: $x \cdot (y \cdot \text{Rez}) = (x \cdot y) \cdot \text{Rez}.$

5.6: Aus VS gleich " $x \in \mathbb{T} \dots$ " und

aus 4 " $\dots \text{Im } z \in \mathbb{T}$ "

folgt via **AGMT**: $x \cdot (y \cdot \text{Im } z) = (x \cdot y) \cdot \text{Im } z.$

6.1: Aus 5.3 " $y \cdot \text{Rez } \text{Zahl}$ "

folgt via **FSM0**: $0 \cdot (y \cdot \text{Rez}) = 0.$

6.2: Aus 5.4 " $y \cdot \text{Im } z \text{ Zahl}$ "

folgt via **FSM0**: $0 \cdot (y \cdot \text{Im } z) = 0.$

...

...

Beweis **205-7 a)** VS gleich

$$(x \in \mathbb{T}) \wedge (y \in \mathbb{T}).$$

...

Fallunterscheidung

3.1.Fall

z Zahl.

...

7.1:

$$\operatorname{Re}(x \cdot (y \cdot z))$$

$$\stackrel{113-6}{=} (\operatorname{Re} x) \cdot ((\operatorname{Re} y) \cdot (\operatorname{Re} z) - (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Im} z)) \\ - (\operatorname{Im} x) \cdot ((\operatorname{Re} y) \cdot (\operatorname{Im} z) + (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Re} z))$$

$$\stackrel{1.2}{=} x \cdot ((\operatorname{Re} y) \cdot (\operatorname{Re} z) - (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Im} z)) - (\operatorname{Im} x) \cdot ((\operatorname{Re} y) \cdot (\operatorname{Im} z) + (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Re} z))$$

$$\stackrel{1.5}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Im} z)) - (\operatorname{Im} x) \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Re} z))$$

$$\stackrel{1.3}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Im} z)) - 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Re} z))$$

$$\stackrel{1.6}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - 0 \cdot (\operatorname{Im} z)) - 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + 0 \cdot (\operatorname{Re} z))$$

$$\stackrel{5.2}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - 0) - 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + 0 \cdot (\operatorname{Re} z))$$

$$\stackrel{5.1}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - 0) - 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + 0)$$

$$\stackrel{98-15}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) + 0) - 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + 0)$$

$$\stackrel{98-12}{=} x \cdot (y \cdot \operatorname{Re} z) - 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + 0)$$

$$\stackrel{98-12}{=} x \cdot (y \cdot \operatorname{Re} z) - 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z))$$

$$\stackrel{6.2}{=} x \cdot (y \cdot \operatorname{Re} z) - 0$$

$$\stackrel{98-15}{=} x \cdot (y \cdot \operatorname{Re} z) + 0$$

$$\stackrel{98-12}{=} x \cdot (y \cdot \operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{5.5}{=} (x \cdot y) \cdot \operatorname{Re} z.$$

...

...

Beweis **205-7 a)** VS gleich

$$(x \in \mathbb{T}) \wedge (y \in \mathbb{T}).$$

...

Fallunterscheidung

3.1.Fall

z Zahl.

...

7.2:

$$\operatorname{Im}(x \cdot (y \cdot z))$$

$$\stackrel{113-6}{=} (\operatorname{Re} x) \cdot ((\operatorname{Re} y) \cdot (\operatorname{Im} z) + (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Re} z)) \\ + (\operatorname{Im} x) \cdot ((\operatorname{Re} y) \cdot (\operatorname{Re} z) - (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Im} z))$$

$$\stackrel{1.2}{=} x \cdot ((\operatorname{Re} y) \cdot (\operatorname{Im} z) + (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Re} z)) + (\operatorname{Im} x) \cdot ((\operatorname{Re} y) \cdot (\operatorname{Re} z) - (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Im} z))$$

$$\stackrel{1.5}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Re} z)) + (\operatorname{Im} x) \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Im} z))$$

$$\stackrel{1.3}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Re} z)) + 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - (\operatorname{Im} y) \cdot (\operatorname{Im} z))$$

$$\stackrel{1.6}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + 0 \cdot (\operatorname{Re} z)) + 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - 0 \cdot (\operatorname{Im} z))$$

$$\stackrel{5.1}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + 0) + 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - 0 \cdot (\operatorname{Im} z))$$

$$\stackrel{5.2}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z) + 0) + 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - 0)$$

$$\stackrel{98-12}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z)) + 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) - 0)$$

$$\stackrel{98-15}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z)) + 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z) + 0)$$

$$\stackrel{98-12}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z)) + 0 \cdot (y \cdot (\operatorname{Re} z))$$

$$\stackrel{6.1}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z)) + 0$$

$$\stackrel{98-12}{=} x \cdot (y \cdot (\operatorname{Im} z))$$

$$\stackrel{5.6}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Im} z).$$

...

...

Beweis **205-7** a) VS gleich

$$(x \in \mathbb{T}) \wedge (y \in \mathbb{T}).$$

...

Fallunterscheidung

3.1.Fall

z Zahl.

...

7.3:

$$\operatorname{Re}((x \cdot y) \cdot z)$$

$$\stackrel{113-6}{=} ((\operatorname{Re}x) \cdot (\operatorname{Re}y) - (\operatorname{Im}x) \cdot (\operatorname{Im}y)) \cdot (\operatorname{Re}z) \\ - ((\operatorname{Re}x) \cdot (\operatorname{Im}y) + (\operatorname{Im}x) \cdot (\operatorname{Re}y)) \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{1.2}{=} (x \cdot (\operatorname{Re}y) - (\operatorname{Im}x) \cdot (\operatorname{Im}y)) \cdot (\operatorname{Re}z) - (x \cdot (\operatorname{Im}y) + (\operatorname{Im}x) \cdot (\operatorname{Re}y)) \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{1.5}{=} (x \cdot y - (\operatorname{Im}x) \cdot (\operatorname{Im}y)) \cdot (\operatorname{Re}z) - (x \cdot (\operatorname{Im}y) + (\operatorname{Im}x) \cdot y) \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{1.3}{=} (x \cdot y - 0 \cdot (\operatorname{Im}y)) \cdot (\operatorname{Re}z) - (x \cdot (\operatorname{Im}y) + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{1.6}{=} (x \cdot y - 0 \cdot 0) \cdot (\operatorname{Re}z) - (x \cdot 0 + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{\text{schola}}{=} (x \cdot y - 0) \cdot (\operatorname{Re}z) - (x \cdot 0 + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{98-15}{=} (x \cdot y + 0) \cdot (\operatorname{Re}z) - (x \cdot 0 + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{98-12}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Re}z) - (x \cdot 0 + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{2.1}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Re}z) - (0 + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{2.2}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Re}z) - (0 + 0) \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{+schola}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Re}z) - 0 \cdot (\operatorname{Im}z)$$

$$\stackrel{5.2}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Re}z) - 0$$

$$\stackrel{98-15}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Re}z) + 0$$

$$\stackrel{98-12}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Re}z).$$

...

...

Beweis **205-7 a)** VS gleich

$$(x \in \mathbb{T}) \wedge (y \in \mathbb{T}).$$

...

Fallunterscheidung

3.1.Fall

 z Zahl.

...

7.4:

$$\operatorname{Im}((x \cdot y) \cdot z)$$

$$\stackrel{113-6}{=} ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Re} y) - (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y)) \cdot (\operatorname{Im} z) \\ + ((\operatorname{Re} x) \cdot (\operatorname{Im} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y)) \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{1.2}{=} (x \cdot (\operatorname{Re} y) - (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y)) \cdot (\operatorname{Im} z) + (x \cdot (\operatorname{Im} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Re} y)) \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{1.5}{=} (x \cdot y - (\operatorname{Im} x) \cdot (\operatorname{Im} y)) \cdot (\operatorname{Im} z) + (x \cdot (\operatorname{Im} y) + (\operatorname{Im} x) \cdot y) \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{1.3}{=} (x \cdot y - 0 \cdot (\operatorname{Im} y)) \cdot (\operatorname{Im} z) + (x \cdot (\operatorname{Im} y) + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{1.6}{=} (x \cdot y - 0 \cdot 0) \cdot (\operatorname{Im} z) + (x \cdot 0 + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{\text{schola}}{=} (x \cdot y - 0) \cdot (\operatorname{Im} z) + (x \cdot 0 + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{98-15}{=} (x \cdot y + 0) \cdot (\operatorname{Im} z) + (x \cdot 0 + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{98-12}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Im} z) + (x \cdot 0 + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{2.1}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Im} z) + (0 + 0 \cdot y) \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{2.2}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Im} z) + (0 + 0) \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{+schola}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Im} z) + 0 \cdot (\operatorname{Re} z)$$

$$\stackrel{5.1}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Im} z) + 0$$

$$\stackrel{98-12}{=} (x \cdot y) \cdot (\operatorname{Im} z).$$

8.1: Aus 7.1 "Re($x \cdot (y \cdot z)$) = ... = $(x \cdot y) \cdot \operatorname{Re} z$ " undaus 7.3 "Re($(x \cdot y) \cdot z$) = $(x \cdot y) \cdot \operatorname{Re} z$ "

folgt:

$$\operatorname{Re}(x \cdot (y \cdot z)) = \operatorname{Re}((x \cdot y) \cdot z).$$

8.2: Aus 7.2 "Im($x \cdot (y \cdot z)$) = ... = $(x \cdot y) \cdot \operatorname{Im} z$ " undaus 7.4 "Im($(x \cdot y) \cdot z$) = $(x \cdot y) \cdot \operatorname{Im} z$ "

folgt:

$$\operatorname{Im}(x \cdot (y \cdot z)) = \operatorname{Im}((x \cdot y) \cdot z).$$

9: Aus 8.1 "Re($x \cdot (y \cdot z)$) = Re($(x \cdot y) \cdot z$)" undaus 8.2 "Im($x \cdot (y \cdot z)$) = Im($(x \cdot y) \cdot z$)"folgt via **113-7**:

$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z.$$

...

Beweis **205-7 a)** VS gleich

$$(x \in \mathbb{T}) \wedge (y \in \mathbb{T}).$$

...

Fallunterscheidung

...

3.2.Fall

$$z \notin \mathbb{A}$$

Aus 3.2.Fall " $z \notin \mathbb{A}$ "
folgt via **113-1**:

$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z.$$

Ende Fallunterscheidung In beiden Fällen gilt:

$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z.$$

b) VS gleich

$$(x \in \mathbb{T}) \wedge (z \in \mathbb{T}).$$

Aus VS gleich " $x \in \mathbb{T} \dots$ " und

aus VS gleich " $\dots z \in \mathbb{T}$ "

folgt via **AGMT**:

$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z.$$

c) VS gleich

$$(y \in \mathbb{T}) \wedge (z \in \mathbb{T}).$$

1: Aus VS gleich " $\dots z \in \mathbb{T}$ " und

aus VS gleich " $y \in \mathbb{T} \dots$ "

folgt via des bereits bewiesenen a):

$$z \cdot (y \cdot x) = (z \cdot y) \cdot x.$$

$$2: x \cdot (y \cdot z) \stackrel{\text{KGM}}{=} (y \cdot z) \cdot x \stackrel{\text{KGM}}{=} (z \cdot y) \cdot x \stackrel{1}{=} z \cdot (y \cdot x) \stackrel{\text{KGM}}{=} (y \cdot x) \cdot z \stackrel{\text{KGM}}{=} (x \cdot y) \cdot z.$$

3: Aus 2

folgt:

$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z.$$

□

205-8. Im Hinblick auf **AGM***T erhebt sich die Frage, ob nicht auch **AGM**C dahingehend verallgemeinert werden kann, dass wenn mindestens zwei der drei Klassen x, y, z komplexe Zahlen sind, bereits das AssoziativGesetz Multiplikation gilt. Dass dies *nicht* der Fall ist, wird hier bemerkt und anschließend durch Beispiele belegt:

205-8.Bemerkung

a) Die Aussage

“ $((x \in \mathbb{C}) \wedge (y \in \mathbb{C})) \Rightarrow (x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z)$ ”
ist nicht ohne Weiteres verfügbar.

b) Die Aussage

“ $((y \in \mathbb{C}) \wedge (z \in \mathbb{C})) \Rightarrow (x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z)$ ”
ist nicht ohne Weiteres verfügbar.

205-9. Vorliegendes Beispiel belegt, dass auch $x, y \in \mathbb{C}$ nicht ohne Weiteres $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ gefolgert werden kann:

205-9.BEISPIEL

Es gelte:

$$\rightarrow) x = 1 - i.$$

$$\rightarrow) y = 1 + i.$$

$$\rightarrow) z = +\infty.$$

Dann folgt:

a) $x \cdot y = 2.$

b) $y \cdot z = (+\infty) + i \cdot (+\infty).$

c) $x \cdot (y \cdot z) = (+\infty) + i \cdot \text{nan}.$

d) $(x \cdot y) \cdot z = +\infty.$

e) $x \cdot (y \cdot z) \neq (x \cdot y) \cdot z.$

205-10. Vorliegendes Beispiel belegt, dass auch $y, z \in \mathbb{C}$ nicht ohne Weiteres $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ gefolgert werden kann:

205-10.BEISPIEL

Es gelte:

$$\rightarrow) x = +\infty.$$

$$\rightarrow) y = 1 + i.$$

$$\rightarrow) z = 1 - i.$$

Dann folgt:

a) $x \cdot y = (+\infty) + i \cdot (+\infty).$

b) $y \cdot z = 2.$

c) $x \cdot (y \cdot z) = +\infty.$

d) $(x \cdot y) \cdot z = (+\infty) + i \cdot \text{nan}.$

e) $x \cdot (y \cdot z) \neq (x \cdot y) \cdot z.$

·schola.

Ersterstellung: 05/07/12

Letzte Änderung: 06/07/12

206-1. Hier werden alle Produkte von 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **ten** und deren **mns**-Werten ermittelt. Der Beweis zieht sich:

206-1(Satz) (\cdot -scola)

- a) " $0 \cdot (-\text{ten}) = 0$ " und " $0 \cdot (-9) = 0$ " und " $0 \cdot (-8) = 0$ "
 und " $0 \cdot (-7) = 0$ " und " $0 \cdot (-6) = 0$ " und " $0 \cdot (-5) = 0$ "
 und " $0 \cdot (-4) = 0$ " und " $0 \cdot (-3) = 0$ " und " $0 \cdot (-2) = 0$ "
 und " $0 \cdot (-1) = 0$ " und " $0 \cdot 0 = 0$ " und " $0 \cdot 1 = 0$ "
 und " $0 \cdot 2 = 0$ " und " $0 \cdot 3 = 0$ " und " $0 \cdot 4 = 0$ "
 und " $0 \cdot 5 = 0$ " und " $0 \cdot 6 = 0$ " und " $0 \cdot 7 = 0$ "
 und " $0 \cdot 8 = 0$ " und " $0 \cdot 9 = 0$ " und " $0 \cdot \text{ten} = 0$ ".
- b) " $1 \cdot (-\text{ten}) = -\text{ten}$ " und " $1 \cdot (-9) = -9$ " und " $1 \cdot (-8) = -8$ "
 und " $1 \cdot (-7) = -7$ " und " $1 \cdot (-6) = -6$ " und " $1 \cdot (-5) = -5$ "
 und " $1 \cdot (-4) = -4$ " und " $1 \cdot (-3) = -3$ " und " $1 \cdot (-2) = -2$ "
 und " $1 \cdot (-1) = -1$ " und " $1 \cdot 0 = 0$ " und " $1 \cdot 1 = 1$ "
 und " $1 \cdot 2 = 2$ " und " $1 \cdot 3 = 3$ " und " $1 \cdot 4 = 4$ "
 und " $1 \cdot 5 = 5$ " und " $1 \cdot 6 = 6$ " und " $1 \cdot 7 = 7$ "
 und " $1 \cdot 8 = 8$ " und " $1 \cdot 9 = 9$ " und " $1 \cdot \text{ten} = \text{ten}$ ".
- c) " $2 \cdot (-\text{ten}) = -2 \cdot \text{ten}$ " und " $2 \cdot (-9) = -(\text{ten} + 8)$ "
 und " $2 \cdot (-8) = -(\text{ten} + 6)$ " und " $2 \cdot (-7) = -(\text{ten} + 4)$ "
 und " $2 \cdot (-6) = -(\text{ten} + 2)$ " und " $2 \cdot (-5) = -\text{ten}$ "
 und " $2 \cdot (-4) = -8$ " und " $2 \cdot (-3) = -6$ " und " $2 \cdot (-2) = -4$ "
 und " $2 \cdot (-1) = -2$ " und " $2 \cdot 0 = 0$ " und " $2 \cdot 1 = 2$ "
 und " $2 \cdot 2 = 4$ " und " $2 \cdot 3 = 6$ " und " $2 \cdot 4 = 8$ "
 und " $2 \cdot 5 = \text{ten}$ " und " $2 \cdot 6 = \text{ten} + 2$ " und " $2 \cdot 7 = \text{ten} + 4$ "
 und " $2 \cdot 8 = \text{ten} + 6$ " und " $2 \cdot 9 = \text{ten} + 8$ " und " $2 \cdot \text{ten} = 2 \cdot \text{ten}$ ".

...

RECH-Notation.

206-1(Satz) (·scola)

...

d) $“3 \cdot (-\text{ten}) = -3 \cdot \text{ten}”$ und $“3 \cdot (-9) = -(2 \cdot \text{ten} + 7)”$
 und $“3 \cdot (-8) = -(2 \cdot \text{ten} + 4)”$ und $“3 \cdot (-7) = -(2 \cdot \text{ten} + 1)”$
 und $“3 \cdot (-6) = -(\text{ten} + 8)”$ und $“3 \cdot (-5) = -(\text{ten} + 5)”$
 und $“3 \cdot (-4) = -(\text{ten} + 2)”$ und $“3 \cdot (-3) = -9”$
 und $“3 \cdot (-2) = -6”$ und $“3 \cdot (-1) = -3”$ und $“3 \cdot 0 = 0”$
 und $“3 \cdot 1 = 3”$ und $“3 \cdot 2 = 6”$ und $“3 \cdot 3 = 9”$
 und $“3 \cdot 4 = \text{ten} + 2”$ und $“3 \cdot 5 = \text{ten} + 5”$
 und $“3 \cdot 6 = \text{ten} + 8”$ und $“3 \cdot 7 = 2 \cdot \text{ten} + 1”$
 und $“3 \cdot 8 = 2 \cdot \text{ten} + 4”$ und $“3 \cdot 9 = 2 \cdot \text{ten} + 7”$
 und $“3 \cdot \text{ten} = 3 \cdot \text{ten}”$.

e) $“4 \cdot (-\text{ten}) = -4 \cdot \text{ten}”$ und $“4 \cdot (-9) = -(3 \cdot \text{ten} + 6)”$
 und $“4 \cdot (-8) = -(3 \cdot \text{ten} + 2)”$ und $“4 \cdot (-7) = -(2 \cdot \text{ten} + 8)”$
 und $“4 \cdot (-6) = -(2 \cdot \text{ten} + 4)”$ und $“4 \cdot (-5) = -2 \cdot \text{ten}”$
 und $“4 \cdot (-4) = -(\text{ten} + 6)”$ und $“4 \cdot (-3) = -(\text{ten} + 2)”$
 und $“4 \cdot (-2) = -8”$ und $“4 \cdot (-1) = -4”$ und $“4 \cdot 0 = 0”$
 und $“4 \cdot 1 = 4”$ und $“4 \cdot 2 = 8”$ und $“4 \cdot 3 = \text{ten} + 2”$
 und $“4 \cdot 4 = \text{ten} + 6”$ und $“4 \cdot 5 = 2 \cdot \text{ten}”$
 und $“4 \cdot 6 = 2 \cdot \text{ten} + 4”$ und $“4 \cdot 7 = 2 \cdot \text{ten} + 8”$
 und $“4 \cdot 8 = 3 \cdot \text{ten} + 2”$ und $“4 \cdot 9 = 3 \cdot \text{ten} + 6”$
 und $“4 \cdot \text{ten} = 4 \cdot \text{ten}”$.

f) $“5 \cdot (-\text{ten}) = -5 \cdot \text{ten}”$ und $“5 \cdot (-9) = -(4 \cdot \text{ten} + 5)”$
 und $“5 \cdot (-8) = -4 \cdot \text{ten}”$ und $“5 \cdot (-7) = -(3 \cdot \text{ten} + 5)”$
 und $“5 \cdot (-6) = -3 \cdot \text{ten}”$ und $“5 \cdot (-5) = -(2 \cdot \text{ten} + 5)”$
 und $“5 \cdot (-4) = -2 \cdot \text{ten}”$ und $“5 \cdot (-3) = -(\text{ten} + 5)”$
 und $“5 \cdot (-2) = -\text{ten}”$ und $“5 \cdot (-1) = -5”$ und $“5 \cdot 0 = 0”$
 und $“5 \cdot 1 = 5”$ und $“5 \cdot 2 = \text{ten}”$ und $“5 \cdot 3 = \text{ten} + 5”$
 und $“5 \cdot 4 = 2 \cdot \text{ten}”$ und $“5 \cdot 5 = 2 \cdot \text{ten} + 5”$
 und $“5 \cdot 6 = 3 \cdot \text{ten}”$ und $“5 \cdot 7 = 3 \cdot \text{ten} + 5”$
 und $“5 \cdot 8 = 4 \cdot \text{ten}”$ und $“5 \cdot 9 = 4 \cdot \text{ten} + 5”$
 und $“5 \cdot \text{ten} = 5 \cdot \text{ten}”$.

...

RECH-Notation.

206-1(Satz) (.scola)

...

g) $“6 \cdot (-\text{ten}) = -6 \cdot \text{ten}”$ und $“6 \cdot (-9) = -(5 \cdot \text{ten} + 4)”$
 und $“6 \cdot (-8) = -(4 \cdot \text{ten} + 8)”$ und $“6 \cdot (-7) = -(4 \cdot \text{ten} + 2)”$
 und $“6 \cdot (-6) = -(3 \cdot \text{ten} + 6)”$ und $“6 \cdot (-5) = -3 \cdot \text{ten}”$
 und $“6 \cdot (-4) = -(2 \cdot \text{ten} + 4)”$ und $“6 \cdot (-3) = -(\text{ten} + 8)”$
 und $“6 \cdot (-2) = -(\text{ten} + 2)”$ und $“6 \cdot (-1) = -6”$ und $“6 \cdot 0 = 0”$
 und $“6 \cdot 1 = 6”$ und $“6 \cdot 2 = \text{ten} + 2”$ und $“6 \cdot 3 = \text{ten} + 8”$
 und $“6 \cdot 4 = 2 \cdot \text{ten} + 4”$ und $“6 \cdot 5 = 3 \cdot \text{ten}”$
 und $“6 \cdot 6 = 3 \cdot \text{ten} + 6”$ und $“6 \cdot 7 = 4 \cdot \text{ten} + 2”$
 und $“6 \cdot 8 = 4 \cdot \text{ten} + 8”$ und $“6 \cdot 9 = 5 \cdot \text{ten} + 4”$
 und $“6 \cdot \text{ten} = 6 \cdot \text{ten}”$.

h) $“7 \cdot (-\text{ten}) = -7 \cdot \text{ten}”$ und $“7 \cdot (-9) = -(6 \cdot \text{ten} + 3)”$
 und $“7 \cdot (-8) = -(5 \cdot \text{ten} + 6)”$ und $“7 \cdot (-7) = -(4 \cdot \text{ten} + 9)”$
 und $“7 \cdot (-6) = -(4 \cdot \text{ten} + 2)”$ und $“7 \cdot (-5) = -(5 \cdot \text{ten} + 5)”$
 und $“7 \cdot (-4) = -(2 \cdot \text{ten} + 8)”$ und $“7 \cdot (-3) = -(2 \cdot \text{ten} + 1)”$
 und $“7 \cdot (-2) = -(\text{ten} + 4)”$ und $“7 \cdot (-1) = -7”$ und $“7 \cdot 0 = 0”$
 und $“7 \cdot 1 = 7”$ und $“7 \cdot 2 = \text{ten} + 4”$ und $“7 \cdot 3 = 2 \cdot \text{ten} + 1”$
 und $“7 \cdot 4 = 2 \cdot \text{ten} + 8”$ und $“7 \cdot 5 = 3 \cdot \text{ten} + 5”$
 und $“7 \cdot 6 = 4 \cdot \text{ten} + 2”$ und $“7 \cdot 7 = 4 \cdot \text{ten} + 9”$
 und $“7 \cdot 8 = 5 \cdot \text{ten} + 6”$ und $“7 \cdot 9 = 6 \cdot \text{ten} + 3”$
 und $“7 \cdot \text{ten} = 7 \cdot \text{ten}”$.

i) $“8 \cdot (-\text{ten}) = -8 \cdot \text{ten}”$ und $“8 \cdot (-9) = -(7 \cdot \text{ten} + 2)”$
 und $“8 \cdot (-8) = -(6 \cdot \text{ten} + 4)”$ und $“8 \cdot (-7) = -(5 \cdot \text{ten} + 6)”$
 und $“8 \cdot (-6) = -(4 \cdot \text{ten} + 8)”$ und $“8 \cdot (-5) = -4 \cdot \text{ten}”$
 und $“8 \cdot (-4) = -(3 \cdot \text{ten} + 2)”$ und $“8 \cdot (-3) = -(2 \cdot \text{ten} + 4)”$
 und $“8 \cdot (-2) = -(\text{ten} + 6)”$ und $“8 \cdot (-1) = -8”$ und $“8 \cdot 0 = 0”$
 und $“8 \cdot 1 = 8”$ und $“8 \cdot 2 = \text{ten} + 6”$ und $“8 \cdot 3 = 2 \cdot \text{ten} + 4”$
 und $“8 \cdot 4 = 3 \cdot \text{ten} + 2”$ und $“8 \cdot 5 = 4 \cdot \text{ten}”$
 und $“8 \cdot 6 = 4 \cdot \text{ten} + 8”$ und $“8 \cdot 7 = 5 \cdot \text{ten} + 6”$
 und $“8 \cdot 8 = 6 \cdot \text{ten} + 4”$ und $“8 \cdot 9 = 7 \cdot \text{ten} + 2”$
 und $“8 \cdot \text{ten} = 8 \cdot \text{ten}”$.

...

RECH-Notation.

206-1(Satz) (·scola)

...

j) $“9 \cdot (-ten) = -9 \cdot ten”$ und $“9 \cdot (-9) = -(8 \cdot ten + 1)”$
 und $“9 \cdot (-8) = -(7 \cdot ten + 2)”$ und $“9 \cdot (-7) = -(6 \cdot ten + 3)”$
 und $“9 \cdot (-6) = -(5 \cdot ten + 4)”$ und $“9 \cdot (-5) = -(4 \cdot ten + 5)”$
 und $“9 \cdot (-4) = -(3 \cdot ten + 6)”$ und $“9 \cdot (-3) = -(2 \cdot ten + 7)”$
 und $“9 \cdot (-2) = -(ten + 8)”$ und $“9 \cdot (-1) = -9”$ und $“9 \cdot 0 = 0”$
 und $“9 \cdot 1 = 9”$ und $“9 \cdot 2 = ten + 8”$ und $“9 \cdot 3 = 2 \cdot ten + 7”$
 und $“9 \cdot 4 = 3 \cdot ten + 6”$ und $“9 \cdot 5 = 4 \cdot ten + 5”$
 und $“9 \cdot 6 = 5 \cdot ten + 4”$ und $“9 \cdot 7 = 6 \cdot ten + 3”$
 und $“9 \cdot 8 = 7 \cdot ten + 2”$ und $“9 \cdot 9 = 8 \cdot ten + 1”$
 und $“9 \cdot ten = 9 \cdot ten”$.

k) $“ten \cdot (-ten) = -ten \cdot ten”$ und $“ten \cdot (-9) = -9 \cdot ten”$
 und $“ten \cdot (-8) = -8 \cdot ten”$ und $“ten \cdot (-7) = -7 \cdot ten”$
 und $“ten \cdot (-6) = -6 \cdot ten”$ und $“ten \cdot (-5) = -5 \cdot ten”$
 und $“ten \cdot (-4) = -4 \cdot ten”$ und $“ten \cdot (-3) = -4 \cdot ten”$
 und $“ten \cdot (-2) = -2 \cdot ten”$ und $“ten \cdot (-1) = -ten”$
 und $“ten \cdot 0 = 0”$ und $“ten \cdot 1 = ten”$ und $“ten \cdot 2 = 2 \cdot ten”$
 und $“ten \cdot 3 = 3 \cdot ten”$ und $“ten \cdot 4 = 4 \cdot ten”$ und $“ten \cdot 5 = 5 \cdot ten”$
 und $“ten \cdot 6 = 6 \cdot ten”$ und $“ten \cdot 7 = 7 \cdot ten”$ und $“ten \cdot 8 = 8 \cdot ten”$
 und $“ten \cdot 9 = 9 \cdot ten”$ und $“ten \cdot ten = ten \cdot ten”$.

l) $“(-ten) \cdot (-ten) = ten \cdot ten”$ und $“(-ten) \cdot (-9) = 9 \cdot ten”$
 und $“(-ten) \cdot (-8) = 8 \cdot ten”$ und $“(-ten) \cdot (-7) = 7 \cdot ten”$
 und $“(-ten) \cdot (-6) = 6 \cdot ten”$ und $“(-ten) \cdot (-5) = 5 \cdot ten”$
 und $“(-ten) \cdot (-4) = 5 \cdot ten”$ und $“(-ten) \cdot (-3) = 3 \cdot ten”$
 und $“(-ten) \cdot (-2) = 2 \cdot ten”$ und $“(-ten) \cdot (-1) = ten”$
 und $“(-ten) \cdot 0 = 0”$ und $“(-ten) \cdot 1 = -ten”$
 und $“(-ten) \cdot 2 = -2 \cdot ten”$ und $“(-ten) \cdot 3 = -3 \cdot ten”$
 und $“(-ten) \cdot 4 = -4 \cdot ten”$ und $“(-ten) \cdot 5 = -5 \cdot ten”$
 und $“(-ten) \cdot 6 = -6 \cdot ten”$ und $“(-ten) \cdot 7 = -7 \cdot ten”$
 und $“(-ten) \cdot 8 = -8 \cdot ten”$ und $“(-ten) \cdot 9 = -9 \cdot ten”$
 und $“(-ten) \cdot ten = -ten \cdot ten”$.

...

RECH-Notation.

206-1(Satz) (·scola)

...

m) $(-9) \cdot (-\text{ten}) = 9 \cdot \text{ten}$ und $(-9) \cdot (-9) = 8 \cdot \text{ten} + 1$
 und $(-9) \cdot (-8) = 7 \cdot \text{ten} + 2$ und $(-9) \cdot (-7) = 6 \cdot \text{ten} + 3$
 und $(-9) \cdot (-6) = 5 \cdot \text{ten} + 4$ und $(-9) \cdot (-5) = 4 \cdot \text{ten} + 5$
 und $(-9) \cdot (-4) = 3 \cdot \text{ten} + 6$ und $(-9) \cdot (-3) = 2 \cdot \text{ten} + 7$
 und $(-9) \cdot (-2) = \text{ten} + 8$ und $(-9) \cdot (-1) = 9$
 und $(-9) \cdot 0 = 0$ und $(-9) \cdot 1 = -9$
 und $(-9) \cdot 2 = -(\text{ten} + 8)$ und $(-9) \cdot 3 = -(2 \cdot \text{ten} + 7)$
 und $(-9) \cdot 4 = -(3 \cdot \text{ten} + 6)$ und $(-9) \cdot 5 = -(4 \cdot \text{ten} + 5)$
 und $(-9) \cdot 6 = -(5 \cdot \text{ten} + 4)$ und $(-9) \cdot 7 = -(6 \cdot \text{ten} + 3)$
 und $(-9) \cdot 8 = -(7 \cdot \text{ten} + 2)$ und $(-9) \cdot 9 = -(8 \cdot \text{ten} + 1)$
 und $(-9) \cdot \text{ten} = -9 \cdot \text{ten}$.

n) $(-8) \cdot (-\text{ten}) = 8 \cdot \text{ten}$ und $(-8) \cdot (-9) = 7 \cdot \text{ten} + 2$
 und $(-8) \cdot (-8) = 6 \cdot \text{ten} + 4$ und $(-8) \cdot (-7) = 5 \cdot \text{ten} + 6$
 und $(-8) \cdot (-6) = 4 \cdot \text{ten} + 8$ und $(-8) \cdot (-5) = 4 \cdot \text{ten}$
 und $(-8) \cdot (-4) = 3 \cdot \text{ten} + 2$ und $(-8) \cdot (-3) = 2 \cdot \text{ten} + 4$
 und $(-8) \cdot (-2) = \text{ten} + 6$ und $(-8) \cdot (-1) = 8$
 und $(-8) \cdot 0 = 0$ und $(-8) \cdot 1 = -8$
 und $(-8) \cdot 2 = -(\text{ten} + 6)$ und $(-8) \cdot 3 = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$
 und $(-8) \cdot 4 = -(3 \cdot \text{ten} + 2)$ und $(-8) \cdot 5 = -4 \cdot \text{ten}$
 und $(-8) \cdot 6 = -(4 \cdot \text{ten} + 8)$ und $(-8) \cdot 7 = -(5 \cdot \text{ten} + 6)$
 und $(-8) \cdot 8 = -(6 \cdot \text{ten} + 4)$ und $(-8) \cdot 9 = -(7 \cdot \text{ten} + 2)$
 und $(-8) \cdot \text{ten} = -8 \cdot \text{ten}$.

...

RECH-Notation.

206-1(Satz) (·scola)

...

- o) $(-7) \cdot (-\text{ten}) = 7 \cdot \text{ten}$ und $(-7) \cdot (-9) = 6 \cdot \text{ten} + 3$
 und $(-7) \cdot (-8) = 5 \cdot \text{ten} + 6$ und $(-7) \cdot (-7) = 4 \cdot \text{ten} + 9$
 und $(-7) \cdot (-6) = 4 \cdot \text{ten} + 2$ und $(-7) \cdot (-5) = 3 \cdot \text{ten} + 5$
 und $(-7) \cdot (-4) = 2 \cdot \text{ten} + 8$ und $(-7) \cdot (-3) = 2 \cdot \text{ten} + 1$
 und $(-7) \cdot (-2) = \text{ten} + 4$ und $(-7) \cdot (-1) = 7$
 und $(-7) \cdot 0 = 0$ und $(-7) \cdot 1 = -7$
 und $(-7) \cdot 2 = -(\text{ten} + 4)$ und $(-7) \cdot 3 = -(2 \cdot \text{ten} + 1)$
 und $(-7) \cdot 4 = -(2 \cdot \text{ten} + 8)$ und $(-7) \cdot 5 = -(3 \cdot \text{ten} + 5)$
 und $(-7) \cdot 6 = -(4 \cdot \text{ten} + 2)$ und $(-7) \cdot 7 = -(4 \cdot \text{ten} + 9)$
 und $(-7) \cdot 8 = -(5 \cdot \text{ten} + 6)$ und $(-7) \cdot 9 = -(6 \cdot \text{ten} + 3)$
 und $(-7) \cdot \text{ten} = -7 \cdot \text{ten}$.

- p) $(-6) \cdot (-\text{ten}) = 6 \cdot \text{ten}$ und $(-6) \cdot (-9) = 5 \cdot \text{ten} + 4$
 und $(-6) \cdot (-8) = 4 \cdot \text{ten} + 8$ und $(-6) \cdot (-7) = 4 \cdot \text{ten} + 2$
 und $(-6) \cdot (-6) = 3 \cdot \text{ten} + 6$ und $(-6) \cdot (-5) = 3 \cdot \text{ten}$
 und $(-6) \cdot (-4) = 2 \cdot \text{ten} + 4$ und $(-6) \cdot (-3) = \text{ten} + 8$
 und $(-6) \cdot (-2) = \text{ten} + 2$ und $(-6) \cdot (-1) = 6$
 und $(-6) \cdot 0 = 0$ und $(-6) \cdot 1 = -6$
 und $(-6) \cdot 2 = -(\text{ten} + 2)$ und $(-6) \cdot 3 = -(\text{ten} + 8)$
 und $(-6) \cdot 4 = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$ und $(-6) \cdot 5 = -3 \cdot \text{ten}$
 und $(-6) \cdot 6 = -(3 \cdot \text{ten} + 6)$ und $(-6) \cdot 7 = -(4 \cdot \text{ten} + 2)$
 und $(-6) \cdot 8 = -(4 \cdot \text{ten} + 8)$ und $(-6) \cdot 9 = -(5 \cdot \text{ten} + 4)$
 und $(-6) \cdot \text{ten} = -6 \cdot \text{ten}$.

...

RECH-Notation.

206-1(Satz) (·scola)

...

q) $(-5) \cdot (-\text{ten}) = 5 \cdot \text{ten}$ und $(-5) \cdot (-9) = 4 \cdot \text{ten} + 5$
 und $(-5) \cdot (-8) = 4 \cdot \text{ten}$ und $(-5) \cdot (-7) = 3 \cdot \text{ten} + 5$
 und $(-5) \cdot (-6) = 3 \cdot \text{ten}$ und $(-5) \cdot (-5) = 2 \cdot \text{ten} + 5$
 und $(-5) \cdot (-4) = 2 \cdot \text{ten}$ und $(-5) \cdot (-3) = \text{ten} + 5$
 und $(-5) \cdot (-2) = \text{ten}$ und $(-5) \cdot (-1) = 5$
 und $(-5) \cdot 0 = 0$ und $(-5) \cdot 1 = -5$
 und $(-5) \cdot 2 = -\text{ten}$ und $(-5) \cdot 3 = -(\text{ten} + 5)$
 und $(-5) \cdot 4 = -2 \cdot \text{ten}$ und $(-5) \cdot 5 = -(2 \cdot \text{ten} + 5)$
 und $(-5) \cdot 6 = -3 \cdot \text{ten}$ und $(-5) \cdot 7 = -(3 \cdot \text{ten} + 5)$
 und $(-5) \cdot 8 = -4 \cdot \text{ten}$ und $(-5) \cdot 9 = -(4 \cdot \text{ten} + 5)$
 und $(-5) \cdot \text{ten} = -5 \cdot \text{ten}$.

r) $(-4) \cdot (-\text{ten}) = 4 \cdot \text{ten}$ und $(-4) \cdot (-9) = 3 \cdot \text{ten} + 6$
 und $(-4) \cdot (-8) = 3 \cdot \text{ten} + 2$ und $(-4) \cdot (-7) = 2 \cdot \text{ten} + 8$
 und $(-4) \cdot (-6) = 2 \cdot \text{ten} + 4$ und $(-4) \cdot (-5) = 2 \cdot \text{ten}$
 und $(-4) \cdot (-4) = \text{ten} + 6$ und $(-4) \cdot (-3) = \text{ten} + 2$
 und $(-4) \cdot (-2) = 8$ und $(-4) \cdot (-1) = 4$
 und $(-4) \cdot 0 = 0$ und $(-4) \cdot 1 = -4$
 und $(-4) \cdot 2 = -8$ und $(-4) \cdot 3 = -(\text{ten} + 2)$
 und $(-4) \cdot 4 = -(\text{ten} + 6)$ und $(-4) \cdot 5 = -2 \cdot \text{ten}$
 und $(-4) \cdot 6 = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$ und $(-4) \cdot 7 = -(2 \cdot \text{ten} + 8)$
 und $(-4) \cdot 8 = -(3 \cdot \text{ten} + 2)$ und $(-4) \cdot 9 = -(3 \cdot \text{ten} + 6)$
 und $(-4) \cdot \text{ten} = -4 \cdot \text{ten}$.

...

RECH-Notation.

206-1(Satz) (·scola)

...

s) $"(-3) \cdot (-\text{ten}) = 3 \cdot \text{ten}"$ und $"(-3) \cdot (-9) = 2 \cdot \text{ten} + 7"$
 und $"(-3) \cdot (-8) = 2 \cdot \text{ten} + 4"$ und $"(-3) \cdot (-7) = 2 \cdot \text{ten} + 1"$
 und $"(-3) \cdot (-6) = \text{ten} + 8"$ und $"(-3) \cdot (-5) = \text{ten} + 5"$
 und $"(-3) \cdot (-4) = \text{ten} + 2"$ und $"(-3) \cdot (-3) = 9"$
 und $"(-3) \cdot (-2) = 6"$ und $"(-3) \cdot (-1) = 3"$
 und $"(-3) \cdot 0 = 0"$ und $"(-3) \cdot 1 = -3"$
 und $"(-3) \cdot 2 = -6"$ und $"(-3) \cdot 3 = -9"$
 und $"(-3) \cdot 4 = -(\text{ten} + 2)"$ und $"(-3) \cdot 5 = -(\text{ten} + 5)"$
 und $"(-3) \cdot 6 = -(\text{ten} + 8)"$ und $"(-3) \cdot 7 = -(2 \cdot \text{ten} + 1)"$
 und $"(-3) \cdot 8 = -(2 \cdot \text{ten} + 4)"$ und $"(-3) \cdot 9 = -(2 \cdot \text{ten} + 7)"$
 und $"(-3) \cdot \text{ten} = -3 \cdot \text{ten}"$.

t) $"(-2) \cdot (-\text{ten}) = 2 \cdot \text{ten}"$ und $"(-2) \cdot (-9) = \text{ten} + 8"$
 und $"(-2) \cdot (-8) = \text{ten} + 6"$ und $"(-2) \cdot (-7) = \text{ten} + 4"$
 und $"(-2) \cdot (-6) = \text{ten} + 2"$ und $"(-2) \cdot (-5) = \text{ten}"$
 und $"(-2) \cdot (-4) = 8"$ und $"(-2) \cdot (-3) = 6"$
 und $"(-2) \cdot (-2) = 4"$ und $"(-2) \cdot (-1) = 2"$
 und $"(-2) \cdot 0 = 0"$ und $"(-2) \cdot 1 = -2"$
 und $"(-2) \cdot 2 = -4"$ und $"(-2) \cdot 3 = -6"$
 und $"(-2) \cdot 4 = -8"$ und $"(-2) \cdot 5 = -\text{ten}"$
 und $"(-2) \cdot 6 = -(\text{ten} + 2)"$ und $"(-2) \cdot 7 = -(\text{ten} + 4)"$
 und $"(-2) \cdot 8 = -(\text{ten} + 6)"$ und $"(-2) \cdot 9 = -(\text{ten} + 8)"$
 und $"(-2) \cdot \text{ten} = -2 \cdot \text{ten}"$.

...

RECH-Notation.

206-1(Satz) (.scola)

...

u) $(-1) \cdot (-\text{ten}) = \text{ten}$ und $(-1) \cdot (-9) = 9$
und $(-1) \cdot (-8) = 8$ und $(-1) \cdot (-7) = 7$
und $(-1) \cdot (-6) = 6$ und $(-1) \cdot (-5) = 5$
und $(-1) \cdot (-4) = 4$ und $(-1) \cdot (-3) = 3$
und $(-1) \cdot (-2) = 2$ und $(-1) \cdot (-1) = 1$
und $(-1) \cdot 0 = 0$ und $(-1) \cdot 1 = -1$
und $(-1) \cdot 2 = -2$ und $(-1) \cdot 3 = -3$
und $(-1) \cdot 4 = -4$ und $(-1) \cdot 5 = -5$
und $(-1) \cdot 6 = -6$ und $(-1) \cdot 7 = -7$
und $(-1) \cdot 8 = -8$ und $(-1) \cdot 9 = -9$
und $(-1) \cdot \text{ten} = -\text{ten}$.

RECH-Notation.

Beweis 206-1 a)

1.1: Aus $\in \text{schola}$ “ $-\text{ten}$ Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot (-\text{ten}) = 0$$

1.2: Aus $\in \text{schola}$ “ -9 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot (-9) = 0$$

1.3: Aus $\in \text{schola}$ “ -8 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot (-8) = 0$$

1.4: Aus $\in \text{schola}$ “ -7 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot (-7) = 0$$

1.5: Aus $\in \text{schola}$ “ -6 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot (-6) = 0$$

1.6: Aus $\in \text{schola}$ “ -5 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot (-5) = 0$$

1.7: Aus $\in \text{schola}$ “ -4 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot (-4) = 0$$

1.8: Aus $\in \text{schola}$ “ -3 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot (-3) = 0$$

1.9: Aus $\in \text{schola}$ “ -2 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot (-2) = 0$$

...

Beweis 206-1 a) ...

1.10: Aus $\in \text{schola}$ “-1 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot (-1) = 0$$

1.11: Aus $\in \text{schola}$ “0 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot 0 = 0$$

1.12: Aus $\in \text{schola}$ “1 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot 1 = 0$$

1.13: Aus $\in \text{schola}$ “2 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot 2 = 0$$

1.14: Aus $\in \text{schola}$ “3 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot 3 = 0$$

1.15: Aus $\in \text{schola}$ “4 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot 4 = 0$$

1.16: Aus $\in \text{schola}$ “5 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot 5 = 0$$

1.17: Aus $\in \text{schola}$ “6 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot 6 = 0$$

1.18: Aus $\in \text{schola}$ “7 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot 7 = 0$$

1.19: Aus $\in \text{schola}$ “8 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot 8 = 0$$

...

Beweis **206-1 a)** ...

1.20: Aus $\in \text{schola}$ “9 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot 9 = 0$$

1.21: Aus $\in \text{schola}$ “ten Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$0 \cdot \text{ten} = 0$$

b)

1.1: Aus $\in \text{schola}$ “-ten Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot (-\text{ten}) = -\text{ten}$$

1.2: Aus $\in \text{schola}$ “-9 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot (-9) = -9$$

1.3: Aus $\in \text{schola}$ “-8 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot (-8) = -8$$

1.4: Aus $\in \text{schola}$ “-7 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot (-7) = -7$$

1.5: Aus $\in \text{schola}$ “-6 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot (-6) = -6$$

1.6: Aus $\in \text{schola}$ “-5 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot (-5) = -5$$

1.7: Aus $\in \text{schola}$ “-4 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot (-4) = -4$$

...

Beweis 206-1 b) ...

1.8: Aus $\in \text{schola}$ “ -3 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot (-3) = -3$$

1.9: Aus $\in \text{schola}$ “ -2 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot (-2) = -2$$

1.10: Aus $\in \text{schola}$ “ -1 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot (-1) = -1$$

1.11: Aus $\in \text{schola}$ “ 0 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot 0 = 0$$

1.12: Aus $\in \text{schola}$ “ 1 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot 1 = 1$$

1.13: Aus $\in \text{schola}$ “ 2 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot 2 = 2$$

1.14: Aus $\in \text{schola}$ “ 3 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot 3 = 3$$

1.15: Aus $\in \text{schola}$ “ 4 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot 4 = 4$$

1.16: Aus $\in \text{schola}$ “ 5 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot 5 = 5$$

1.17: Aus $\in \text{schola}$ “ 6 Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot 6 = 6$$

...

Beweis **206-1** b) ...

1.18: Aus $\in \text{schola}$ "7 Zahl"

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot 7 = 7$$

1.19: Aus $\in \text{schola}$ "8 Zahl"

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot 8 = 8$$

1.20: Aus $\in \text{schola}$ "9 Zahl"

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot 9 = 9$$

1.21: Aus $\in \text{schola}$ "ten Zahl"

folgt via **FSM1**:

$$1 \cdot \text{ten} = \text{ten}$$

c)

1.1: Via **FS**— gilt:

$$2 \cdot (-\text{ten}) = -2 \cdot \text{ten}$$

1.2: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot (-9) = -9 + (-9).$$

1.3: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot (-8) = -8 + (-8).$$

1.4: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot (-7) = -7 + (-7).$$

1.5: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot (-6) = -6 + (-6).$$

1.6: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot (-5) = -5 + (-5).$$

1.7: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot (-4) = -4 + (-4).$$

1.8: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot (-3) = -3 + (-3).$$

1.9: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot (-2) = -2 + (-2).$$

1.10: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot (-1) = -1 + (-1).$$

1.11: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot 1 = 1 + 1.$$

1.12: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot 2 = 2 + 2.$$

1.13: Via **205-2** gilt:

$$2 \cdot 3 = 3 + 3.$$

...

Beweis 206-1 c) ...

1.14: Via **205-2** gilt: $2 \cdot 4 = 4 + 4.$

1.15: Via **205-2** gilt: $2 \cdot 5 = 5 + 5.$

1.16: Via **205-2** gilt: $2 \cdot 6 = 6 + 6.$

1.17: Via **205-2** gilt: $2 \cdot 7 = 7 + 7.$

1.18: Via **205-2** gilt: $2 \cdot 8 = 8 + 8.$

1.19: Via **205-2** gilt: $2 \cdot 9 = 9 + 9.$

1.20: Via **205-2** gilt: $2 \cdot \text{ten} = \text{ten} + \text{ten}.$

2.1: Aus 1.2 " $2 \cdot (-9) = -9 + (-9)$ " und
aus +schola " $-9 + (-9) = -(\text{ten} + 8)$ "
folgt:

$$2 \cdot (-9) = -(\text{ten} + 8)$$

2.2: Aus 1.3 " $2 \cdot (-8) = -8 + (-8)$ " und
aus +schola " $-8 + (-8) = -(\text{ten} + 6)$ "
folgt:

$$2 \cdot (-8) = -(\text{ten} + 6)$$

2.3: Aus 1.4 " $2 \cdot (-7) = -7 + (-7)$ " und
aus +schola " $-7 + (-7) = -(\text{ten} + 4)$ "
folgt:

$$2 \cdot (-7) = -(\text{ten} + 4)$$

2.4: Aus 1.5 " $2 \cdot (-6) = -6 + (-6)$ " und
aus +schola " $-6 + (-6) = -(\text{ten} + 2)$ "
folgt:

$$2 \cdot (-6) = -(\text{ten} + 2)$$

2.5: Aus 1.6 " $2 \cdot (-5) = -5 + (-5)$ " und
aus +schola " $-5 + (-5) = -\text{ten}$ "
folgt:

$$2 \cdot (-5) = -\text{ten}$$

...

Beweis 206-1 c) ...

2.6: Aus 1.7 " $2 \cdot (-4) = -4 + (-4)$ " und
aus +schola " $-4 + (-4) = -8$ "

folgt:

$$2 \cdot (-4) = -8$$

2.7: Aus 1.8 " $2 \cdot (-3) = -3 + (-3)$ " und
aus +schola " $-3 + (-3) = -6$ "

folgt:

$$2 \cdot (-3) = -6$$

2.8: Aus 1.9 " $2 \cdot (-2) = -2 + (-2)$ " und
aus +schola " $-2 + (-2) = -4$ "

folgt:

$$2 \cdot (-2) = -4$$

2.9: Aus 1.10 " $2 \cdot (-1) = -1 + (-1)$ " und
aus +schola " $-1 + (-1) = -2$ "

folgt:

$$2 \cdot (-1) = -2$$

2.10: Aus ∈schola "2 Zahl"

folgt via FSM0:

$$2 \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.11 " $2 \cdot 1 = 1 + 1$ " und
aus +schola " $1 + 1 = 2$ "

folgt:

$$2 \cdot 1 = 2$$

2.12: Aus 1.12 " $2 \cdot 2 = 2 + 2$ " und
aus +schola " $2 + 2 = 4$ "

folgt:

$$2 \cdot 2 = 4$$

2.13: Aus 1.13 " $2 \cdot 3 = 3 + 3$ " und
aus +schola " $3 + 3 = 6$ "

folgt:

$$2 \cdot 3 = 6$$

...

Beweis **206-1** c) ...

2.14: Aus 1.14“ $2 \cdot 4 = 4 + 4$ ” und
aus +schola“ $4 + 4 = 8$ ”

folgt:

$$2 \cdot 4 = 8$$

2.15: Aus 1.15“ $2 \cdot 5 = 5 + 5$ ” und
aus +schola“ $5 + 5 = \text{ten}$ ”

folgt:

$$2 \cdot 5 = \text{ten}$$

2.16: Aus 1.16“ $2 \cdot 6 = 6 + 6$ ” und
aus +schola“ $6 + 6 = \text{ten} + 2$ ”

folgt:

$$2 \cdot 6 = \text{ten} + 2$$

2.17: Aus 1.17“ $2 \cdot 7 = 7 + 7$ ” und
aus +schola“ $7 + 7 = \text{ten} + 4$ ”

folgt:

$$2 \cdot 7 = \text{ten} + 4$$

2.18: Aus 1.18“ $2 \cdot 8 = 8 + 8$ ” und
aus +schola“ $8 + 8 = \text{ten} + 6$ ”

folgt:

$$2 \cdot 8 = \text{ten} + 6$$

2.19: Aus 1.19“ $2 \cdot 9 = 9 + 9$ ” und
aus +schola“ $9 + 9 = \text{ten} + 8$ ”

folgt:

$$2 \cdot 9 = \text{ten} + 8$$

2.20: Es gilt:

$$2 \cdot \text{ten} = 2 \cdot \text{ten}$$

d)

1.1: Via **FS** gilt:

$$3 \cdot (-\text{ten}) = -3 \cdot \text{ten}$$

...

Beweis **206-1** d) ...

$$\begin{aligned}
 1.2: & \quad 3 \cdot (-9) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -3 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} \\
 & \quad -(9+2 \cdot 9) \stackrel{c)}{=} -(9+(\text{ten}+8)) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten}+8)+9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(\text{ten}+(8+9)) \stackrel{+schola}{=} \\
 & \quad -(\text{ten}+(\text{ten}+7)) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten}+\text{ten})+7) \stackrel{+schola}{=} -(2 \cdot \text{ten}+7).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1.3: & \quad 3 \cdot (-8) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -3 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} \\
 & \quad -(8+2 \cdot 8) \stackrel{c)}{=} -(8+(\text{ten}+6)) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten}+6)+8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(\text{ten}+(6+8)) \stackrel{+schola}{=} \\
 & \quad -(\text{ten}+(\text{ten}+4)) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten}+\text{ten})+4) \stackrel{+schola}{=} -(2 \cdot \text{ten}+4).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1.4: & \quad 3 \cdot (-7) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -3 \cdot 7 \stackrel{205-2}{=} \\
 & \quad -(7+2 \cdot 7) \stackrel{c)}{=} -(7+(\text{ten}+4)) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten}+4)+7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(\text{ten}+(4+7)) \stackrel{+schola}{=} \\
 & \quad -(\text{ten}+(\text{ten}+1)) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten}+\text{ten})+4) \stackrel{+schola}{=} -(2 \cdot \text{ten}+1).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1.5: & \quad 3 \cdot (-6) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -3 \cdot 6 \stackrel{205-2}{=} -(6+2 \cdot 6) \stackrel{c)}{=} -(6+(\text{ten}+2)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\
 & \quad -((\text{ten}+2)+6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(\text{ten}+(2+6)) \stackrel{+schola}{=} -(\text{ten}+8).
 \end{aligned}$$

$$1.6: \quad 3 \cdot (-5) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -3 \cdot 5 \stackrel{205-2}{=} -(5+2 \cdot 5) \stackrel{c)}{=} -(5+\text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(\text{ten}+5).$$

$$1.7: \quad 3 \cdot (-4) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -3 \cdot 4 \stackrel{205-2}{=} -(4+2 \cdot 4) \stackrel{c)}{=} -(4+8) \stackrel{+schola}{=} -(\text{ten}+2).$$

$$1.8: \quad 3 \cdot (-3) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -3 \cdot 3 \stackrel{205-2}{=} -(3+2 \cdot 3) \stackrel{c)}{=} -(3+6) \stackrel{+schola}{=} -9.$$

$$1.9: \quad 3 \cdot (-2) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -3 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} -2 \cdot 3 \stackrel{c)}{=} -6.$$

$$1.10: \quad 3 \cdot (-1) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -3 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} -1 \cdot 3 \stackrel{b)}{=} -3.$$

$$1.11: \quad 3 \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot 3 \stackrel{a)}{=} 0.$$

$$1.12: \quad 3 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot 3 \stackrel{b)}{=} 3.$$

$$1.13: \quad 3 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} 2 \cdot 3 \stackrel{c)}{=} 6.$$

$$1.14: \quad 3 \cdot 3 \stackrel{205-2}{=} 3+2 \cdot 3 \stackrel{c)}{=} 3+6 \stackrel{+schola}{=} 9.$$

$$1.15: \quad 3 \cdot 4 \stackrel{205-2}{=} 4+2 \cdot 4 \stackrel{c)}{=} 4+8 \stackrel{+schola}{=} \text{ten}+2.$$

$$1.16: \quad 3 \cdot 5 \stackrel{205-2}{=} 5+2 \cdot 5 \stackrel{c)}{=} 5+\text{ten} \stackrel{\text{FSA}}{=} \text{ten}+5.$$

$$1.17: \quad 3 \cdot 6 \stackrel{205-2}{=} 6+2 \cdot 6 \stackrel{c)}{=} 6+(\text{ten}+2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten}+2)+6 \stackrel{\text{FSA}}{=} \text{ten}+(2+6) \stackrel{+schola}{=} \text{ten}+8.$$

$$\begin{aligned}
 1.18: & \quad 3 \cdot 7 \stackrel{205-2}{=} 7+2 \cdot 7 \stackrel{c)}{=} 7+(\text{ten}+4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten}+4)+7 \stackrel{\text{FSA}}{=} \\
 & \quad \text{ten}+(4+7) \stackrel{+schola}{=} \text{ten}+(\text{ten}+1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten}+\text{ten})+1 \stackrel{+schola}{=} 2 \cdot \text{ten}+1.
 \end{aligned}$$

...

Beweis **206-1** d) ...

$$1.19: \quad \begin{array}{l} 3 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} 8 + 2 \cdot 8 \stackrel{c)}{=} 8 + (\text{ten} + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 6) + 8 \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ \text{ten} + (6 + 8) \stackrel{+\text{schola}}{=} \text{ten} + (\text{ten} + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + \text{ten}) + 4 \stackrel{+\text{schola}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 4. \end{array}$$

$$1.20: \quad \begin{array}{l} 3 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} 9 + 2 \cdot 9 \stackrel{c)}{=} 9 + (\text{ten} + 8) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 8) + 9 \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ \text{ten} + (8 + 9) \stackrel{+\text{schola}}{=} \text{ten} + (\text{ten} + 7) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + \text{ten}) + 7 \stackrel{+\text{schola}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 7. \end{array}$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$3 \cdot (-9) = -(2 \cdot \text{ten} + 7)$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$3 \cdot (-8) = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$3 \cdot (-7) = -(2 \cdot \text{ten} + 1)$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$3 \cdot (-6) = -(\text{ten} + 8)$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$3 \cdot (-5) = -(\text{ten} + 5)$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$3 \cdot (-4) = -(\text{ten} + 2)$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$3 \cdot (-3) = -9$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$3 \cdot (-2) = -6$$

...

Beweis 206-1 d) ...

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$3 \cdot (-1) = -3$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$3 \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$3 \cdot 1 = 3$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$3 \cdot 2 = 6$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$3 \cdot 3 = 9$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$3 \cdot 4 = \text{ten} + 2$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$3 \cdot 5 = \text{ten} + 5$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$3 \cdot 6 = \text{ten} + 8$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$3 \cdot 7 = 2 \cdot \text{ten} + 1$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$3 \cdot 8 = 2 \cdot \text{ten} + 4$$

...

Beweis **206-1** d) ...

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$3 \cdot 9 = 2 \cdot \text{ten} + 7$$

2.20: Es gilt:

$$3 \cdot \text{ten} = 3 \cdot \text{ten}$$

e)

1.1: Via **FS**- gilt:

$$4 \cdot (-\text{ten}) = -4 \cdot \text{ten}$$

$$\begin{aligned} 1.2: \quad & 4 \cdot (-9) \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} -(9 + 3 \cdot 9) \stackrel{\text{d)}}{=} -(9 + (2 \cdot \text{ten} + 7)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((2 \cdot \text{ten} + 7) + 9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + (7 + 9)) \stackrel{+schola}{=} -(2 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 6)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((2 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + 2 \cdot \text{ten}) + 6) \stackrel{205-2}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 6). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.3: \quad & 4 \cdot (-8) \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} -(8 + 3 \cdot 8) \stackrel{\text{d)}}{=} -(8 + (2 \cdot \text{ten} + 4)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((2 \cdot \text{ten} + 4) + 8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + (4 + 8)) \stackrel{+schola}{=} -(2 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 2)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((2 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + 2 \cdot \text{ten}) + 2) \stackrel{205-2}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 2). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.4: \quad & 4 \cdot (-7) \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 7 \stackrel{205-2}{=} -(7 + 3 \cdot 7) \stackrel{\text{d)}}{=} -(7 + (2 \cdot \text{ten} + 1)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((2 \cdot \text{ten} + 1) + 7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + (1 + 7)) \stackrel{+schola}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 8). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.5: \quad & 4 \cdot (-6) \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 6 \stackrel{205-2}{=} -(6 + 3 \cdot 6) \stackrel{\text{d)}}{=} -(6 + (\text{ten} + 8)) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + 8) + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -(\text{ten} + (8 + 6)) \stackrel{+schola}{=} -(\text{ten} + (\text{ten} + 4)) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + \text{ten}) + 4) \stackrel{+schola}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 4). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.6: \quad & 4 \cdot (-5) \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 5 \stackrel{205-2}{=} -(5 + 3 \cdot 5) \stackrel{\text{d)}}{=} -(5 + (\text{ten} + 5)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((\text{ten} + 5) + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(\text{ten} + (5 + 5)) \stackrel{+schola}{=} -(\text{ten} + \text{ten}) \stackrel{+schola}{=} -2 \cdot \text{ten}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.7: \quad & 4 \cdot (-4) \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 4 \stackrel{205-2}{=} -(4 + 3 \cdot 4) \stackrel{\text{d)}}{=} -(4 + (\text{ten} + 2)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((\text{ten} + 2) + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(\text{ten} + (2 + 4)) \stackrel{+schola}{=} -(\text{ten} + 6). \end{aligned}$$

$$1.8: \quad 4 \cdot (-3) \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} -3 \cdot 4 \stackrel{\text{d)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.9: \quad 4 \cdot (-2) \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} -2 \cdot 4 \stackrel{\text{c)}}{=} -8.$$

$$1.10: \quad 4 \cdot (-1) \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} -1 \cdot 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -4.$$

...

Beweis **206-1 e)** ...

$$1.11: \quad 4 \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot 4 \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad 4 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot 4 \stackrel{\text{b)}}{=} 4.$$

$$1.13: \quad 4 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} 2 \cdot 4 \stackrel{\text{c)}}{=} 8.$$

$$1.14: \quad 4 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} 3 \cdot 4 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 2.$$

$$1.15: \quad 4 \cdot 4 \stackrel{205-2}{=} 4 + 3 \cdot 4 \stackrel{\text{d)}}{=} 4 + (\text{ten} + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 2) + 4 \stackrel{\text{FSA}}{=} \text{ten} + (2 + 4) \stackrel{+schola}{=} \text{ten} + 6.$$

$$1.16: \quad 4 \cdot 5 \stackrel{205-2}{=} 5 + 3 \cdot 5 \stackrel{\text{d)}}{=} 5 + (\text{ten} + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 5) + 5 \stackrel{\text{FSA}}{=} \text{ten} + (5 + 5) \stackrel{+schola}{=} \text{ten} + \text{ten} \stackrel{+schola}{=} 2 \cdot \text{ten}.$$

$$1.17: \quad 4 \cdot 6 \stackrel{205-2}{=} 6 + 3 \cdot 6 \stackrel{\text{d)}}{=} 6 + (\text{ten} + 8) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 8) + 6 \stackrel{\text{FSA}}{=} \text{ten} + (8 + 6) \stackrel{+schola}{=} \text{ten} + (\text{ten} + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + \text{ten}) + 4 \stackrel{+schola}{=} 2 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.18: \quad 4 \cdot 7 \stackrel{205-2}{=} 7 + 3 \cdot 7 \stackrel{\text{d)}}{=} 7 + (2 \cdot \text{ten} + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 \cdot \text{ten} + 1) + 7 \stackrel{\text{FSA}}{=} 2 \cdot \text{ten} + (1 + 7) \stackrel{+schola}{=} 2 \cdot \text{ten} + 8.$$

$$1.19: \quad 4 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} 8 + 3 \cdot 8 \stackrel{\text{d)}}{=} 8 + (2 \cdot \text{ten} + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 \cdot \text{ten} + 4) + 8 \stackrel{\text{FSA}}{=} 2 \cdot \text{ten} + (4 + 8) \stackrel{+schola}{=} 2 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 2 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 2 \cdot \text{ten}) + 2 \stackrel{205-2}{=} 3 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.20: \quad 4 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} 9 + 3 \cdot 9 \stackrel{\text{d)}}{=} 9 + (2 \cdot \text{ten} + 7) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 \cdot \text{ten} + 7) + 9 \stackrel{\text{FSA}}{=} 2 \cdot \text{ten} + (7 + 9) \stackrel{+schola}{=} 2 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 6 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 2 \cdot \text{ten}) + 6 \stackrel{205-2}{=} 3 \cdot \text{ten} + 6.$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$4 \cdot (-9) = -(3 \cdot \text{ten} + 6)$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$4 \cdot (-8) = -(3 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$4 \cdot (-7) = -(2 \cdot \text{ten} + 8)$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$4 \cdot (-6) = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$$

...

Beweis 206-1 e) ...

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$4 \cdot (-5) = -2 \cdot \text{ten}$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$4 \cdot (-4) = -(\text{ten} + 6)$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$4 \cdot (-3) = -(\text{ten} + 2)$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$4 \cdot (-2) = -8$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$4 \cdot (-1) = -4$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$4 \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$4 \cdot 1 = 4$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$4 \cdot 2 = 8$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$4 \cdot 3 = \text{ten} + 2$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$4 \cdot 4 = \text{ten} + 6$$

...

Beweis **206-1 e)** ...

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$4 \cdot 5 = 2 \cdot \text{ten}$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$4 \cdot 6 = 2 \cdot \text{ten} + 4$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$4 \cdot 7 = 2 \cdot \text{ten} + 8$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$4 \cdot 8 = 3 \cdot \text{ten} + 2$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$4 \cdot 9 = 3 \cdot \text{ten} + 6$$

2.20: Es gilt:

$$4 \cdot \text{ten} = 4 \cdot \text{ten}$$

f)

1.1: Via $\mathbf{FS-}$ gilt:

$$5 \cdot (-\text{ten}) = -5 \cdot \text{ten}$$

$$\begin{aligned} 1.2: \quad & 5 \cdot (-9) \stackrel{\mathbf{FS-}}{=} -5 \cdot 9 \stackrel{205-1}{=} -(9 + 4 \cdot 9) \stackrel{e)}{=} -(9 + (3 \cdot \text{ten} + 6)) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} \\ & -((3 \cdot \text{ten} + 6) + 9) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + (6 + 9)) \stackrel{+schola}{=} -(3 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 5)) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} \\ & -((3 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 5) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -((\text{ten} + 3 \cdot \text{ten}) + 5) \stackrel{205-2}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 5). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.2: \quad & 5 \cdot (-8) \stackrel{\mathbf{FS-}}{=} -5 \cdot 8 \stackrel{205-1}{=} -(8 + 4 \cdot 8) \stackrel{e)}{=} \\ & -(8 + (3 \cdot \text{ten} + 2)) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -((3 \cdot \text{ten} + 2) + 8) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + (2 + 8)) \stackrel{+schola}{=} \\ & -(3 \cdot \text{ten} + \text{ten}) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -(\text{ten} + 3 \cdot \text{ten}) \stackrel{205-2}{=} -4 \cdot \text{ten}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.3: \quad & 5 \cdot (-7) \stackrel{\mathbf{FS-}}{=} -5 \cdot 7 \stackrel{205-1}{=} -(7 + 4 \cdot 7) \stackrel{e)}{=} -(7 + (2 \cdot \text{ten} + 8)) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} \\ & -((2 \cdot \text{ten} + 8) + 7) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + (8 + 7)) \stackrel{+schola}{=} -(2 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 5)) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} \\ & -((2 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 5) \stackrel{\mathbf{FSA}}{=} -((\text{ten} + 2 \cdot \text{ten}) + 5) \stackrel{205-2}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 5). \end{aligned}$$

...

Beweis 206-1 f) ...

$$1.4: \quad 5 \cdot (-6) \stackrel{\text{FS}}{=} -5 \cdot 6 \stackrel{205-1}{=} -(6 + 4 \cdot 6) \stackrel{e)}{=} \\ -(6 + (2 \cdot \text{ten} + 4)) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((2 \cdot \text{ten} + 4) + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + (4 + 6)) \stackrel{+schola}{=} \\ -(2 \cdot \text{ten} + \text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(\text{ten} + 2 \cdot \text{ten}) \stackrel{205-2}{=} -3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.5: \quad 5 \cdot (-5) \stackrel{\text{FS}}{=} -5 \cdot 5 \stackrel{205-1}{=} -(5 + 4 \cdot 5) \stackrel{e)}{=} -(5 + 2 \cdot \text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 5).$$

$$1.6: \quad 5 \cdot (-4) \stackrel{\text{FS}}{=} -5 \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} -4 \cdot 5 \stackrel{e)}{=} -2 \cdot \text{ten}.$$

$$1.7: \quad 5 \cdot (-3) \stackrel{\text{FS}}{=} -5 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} -3 \cdot 5 \stackrel{d)}{=} -(\text{ten} + 5).$$

$$1.8: \quad 5 \cdot (-2) \stackrel{\text{FS}}{=} -5 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} -2 \cdot 5 \stackrel{c)}{=} -\text{ten}.$$

$$1.9: \quad 5 \cdot (-1) \stackrel{\text{FS}}{=} -5 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} -1 \cdot 5 \stackrel{b)}{=} -5.$$

$$1.10: \quad 5 \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot 5 \stackrel{a)}{=} 0.$$

$$1.11: \quad 5 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot 5 \stackrel{b)}{=} 5.$$

$$1.12: \quad 5 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} 2 \cdot 5 \stackrel{c)}{=} \text{ten}.$$

$$1.13: \quad 5 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} 3 \cdot 5 \stackrel{d)}{=} \text{ten} + 5.$$

$$1.14: \quad 5 \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} 4 \cdot 5 \stackrel{a)}{=} 2 \cdot \text{ten}.$$

$$1.15: \quad 5 \cdot 5 \stackrel{205-2}{=} 5 + 4 \cdot 5 \stackrel{e)}{=} 5 + 2 \cdot \text{ten} \stackrel{\text{KGM}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 5.$$

$$1.16: \quad 5 \cdot 6 \stackrel{205-2}{=} 6 + 4 \cdot 6 \stackrel{e)}{=} 6 + (2 \cdot \text{ten} + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 \cdot \text{ten} + 4) + 6 \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ 2 \cdot \text{ten} + (4 + 6) \stackrel{+schola}{=} 2 \cdot \text{ten} + \text{ten} \stackrel{\text{FSA}}{=} \text{ten} + 2 \cdot \text{ten} \stackrel{205-2}{=} 3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.17: \quad 5 \cdot 7 \stackrel{205-2}{=} 7 + 4 \cdot 7 \stackrel{e)}{=} 7 + (2 \cdot \text{ten} + 8) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 \cdot \text{ten} + 8) + 7 \stackrel{\text{FSA}}{=} 2 \cdot \text{ten} + (8 + 7) \stackrel{+schola}{=} \\ 2 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} (2 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 5 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 2 \cdot \text{ten}) + 5 \stackrel{205-2}{=} 3 \cdot \text{ten} + 5.$$

$$1.18: \quad 5 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} 8 + 4 \cdot 8 \stackrel{e)}{=} 8 + (3 \cdot \text{ten} + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 \cdot \text{ten} + 2) + 8 \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ 3 \cdot \text{ten} + (2 + 8) \stackrel{+schola}{=} 3 \cdot \text{ten} + \text{ten} \stackrel{\text{FSA}}{=} \text{ten} + 3 \cdot \text{ten} \stackrel{205-2}{=} 4 \cdot \text{ten}.$$

$$1.19: \quad 5 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} 9 + 4 \cdot 9 \stackrel{e)}{=} 9 + (3 \cdot \text{ten} + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 \cdot \text{ten} + 6) + 9 \stackrel{\text{FSA}}{=} 3 \cdot \text{ten} + (6 + 9) \stackrel{+schola}{=} \\ 3 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 5 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 3 \cdot \text{ten}) + 5 \stackrel{205-2}{=} 4 \cdot \text{ten} + 5.$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$5 \cdot (-9) = -(4 \cdot \text{ten} + 5)$$

...

Beweis 206-1 f) ...

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$5 \cdot (-8) = -4 \cdot \text{ten}$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$5 \cdot (-7) = -(3 \cdot \text{ten} + 5)$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$5 \cdot (-6) = -3 \cdot \text{ten}$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$5 \cdot (-5) = -(2 \cdot \text{ten} + 5)$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$5 \cdot (-4) = -2 \cdot \text{ten}$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$5 \cdot (-3) = -(\text{ten} + 5)$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$5 \cdot (-2) = -\text{ten}$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$5 \cdot (-1) = -5$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$5 \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$5 \cdot 1 = 5$$

...

Beweis 206-1 f) ...

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$5 \cdot 2 = \text{ten}$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$5 \cdot 3 = \text{ten} + 5$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$5 \cdot 4 = 2 \cdot \text{ten}$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$5 \cdot 5 = 2 \cdot \text{ten} + 5$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$5 \cdot 6 = 3 \cdot \text{ten}$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$5 \cdot 7 = 3 \cdot \text{ten} + 5$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$5 \cdot 8 = 4 \cdot \text{ten}$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$5 \cdot 9 = 4 \cdot \text{ten} + 5$$

2.20: Es gilt:

$$5 \cdot \text{ten} = 5 \cdot \text{ten}$$

g)

1.1: Via **FS**—

gilt:

$$6 \cdot (-\text{ten}) = -6 \cdot \text{ten}$$

...

Beweis **206-1** g) ...

$$1.2: \quad 6 \cdot (-9) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -6 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} -(9 + 5 \cdot 9) \stackrel{\text{f)}}{=} -(9 + (4 \cdot \text{ten} + 5)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ -((4 \cdot \text{ten} + 5) + 9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + (5 + 9)) \stackrel{+\text{schola}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 4)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ -((4 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + 4 \cdot \text{ten}) + 4) \stackrel{205-2}{=} -(5 \cdot \text{ten} + 4).$$

$$1.3: \quad 6 \cdot (-8) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -6 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} -(8 + 5 \cdot 8) \stackrel{\text{f)}}{=} -(8 + 4 \cdot \text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 8).$$

$$1.4: \quad 6 \cdot (-7) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -6 \cdot 7 \stackrel{205-2}{=} -(7 + 5 \cdot 7) \stackrel{\text{f)}}{=} -(7 + (3 \cdot \text{ten} + 5)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ -((3 \cdot \text{ten} + 5) + 7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + (5 + 7)) \stackrel{+\text{schola}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 2)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ -((3 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + 3 \cdot \text{ten}) + 2) \stackrel{205-2}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 2).$$

$$1.5: \quad 6 \cdot (-6) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -6 \cdot 6 \stackrel{205-2}{=} -(6 + 5 \cdot 6) \stackrel{\text{f)}}{=} -(6 + 3 \cdot \text{ten}) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 6).$$

$$1.6: \quad 6 \cdot (-5) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -6 \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} -5 \cdot 6 \stackrel{\text{f)}}{=} -3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.7: \quad 6 \cdot (-4) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -6 \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} -4 \cdot 6 \stackrel{\text{e)}}{=} -2 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.8: \quad 6 \cdot (-3) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -6 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} -3 \cdot 6 \stackrel{\text{d)}}{=} -(\text{ten} + 8).$$

$$1.9: \quad 6 \cdot (-2) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -6 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} -2 \cdot 6 \stackrel{\text{c)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.10: \quad 6 \cdot (-1) \stackrel{\text{FS}\cdots}{=} -6 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} -1 \cdot 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -6.$$

$$1.11: \quad 6 \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot 6 \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad 6 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot 6 \stackrel{\text{b)}}{=} 6.$$

$$1.13: \quad 6 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} 2 \cdot 6 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 2.$$

$$1.14: \quad 6 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} 3 \cdot 6 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 8.$$

$$1.15: \quad 6 \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} 4 \cdot 6 \stackrel{\text{e)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.16: \quad 6 \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} 5 \cdot 6 \stackrel{\text{f)}}{=} 3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.17: \quad 6 \cdot 6 \stackrel{205-2}{=} 6 + 5 \cdot 6 \stackrel{\text{f)}}{=} 6 + 3 \cdot \text{ten} \stackrel{\text{FSA}}{=} 3 \cdot \text{ten} + 6.$$

$$1.18: \quad 6 \cdot 7 \stackrel{205-2}{=} 7 + 5 \cdot 7 \stackrel{\text{f)}}{=} 7 + (3 \cdot \text{ten} + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 \cdot \text{ten} + 5) + 7 \stackrel{\text{FSA}}{=} 3 \cdot \text{ten} + (5 + 7) \stackrel{+\text{schola}}{=} \\ 3 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (3 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 2 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 3 \cdot \text{ten}) + 2 \stackrel{205-2}{=} 4 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.19: \quad 6 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} 8 + 5 \cdot 8 \stackrel{\text{f)}}{=} 8 + 4 \cdot \text{ten} \stackrel{\text{FSA}}{=} 4 \cdot \text{ten} + 8.$$

...

Beweis 206-1 g) ...

$$1.20: 6 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} 9 + 5 \cdot 9 \stackrel{f)}{=} 9 + (4 \cdot \text{ten} + 5) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 \cdot \text{ten} + 5) + 9 \stackrel{\text{FSA}}{=} 4 \cdot \text{ten} + (5 + 9) \stackrel{+schola}{=} 4 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 4 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 4 \cdot \text{ten}) + 4 \stackrel{205-2}{=} 5 \cdot \text{ten} + 4.$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$6 \cdot (-9) = -(5 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$6 \cdot (-8) = -(4 \cdot \text{ten} + 8)$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$6 \cdot (-7) = -(4 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$6 \cdot (-6) = -(3 \cdot \text{ten} + 6)$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$6 \cdot (-5) = -3 \cdot \text{ten}$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$6 \cdot (-4) = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$6 \cdot (-3) = -(\text{ten} + 8)$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$6 \cdot (-2) = -(\text{ten} + 2)$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$6 \cdot (-1) = -6$$

...

Beweis 206-1 g) ...

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$6 \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$6 \cdot 1 = 6$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$6 \cdot 2 = \text{ten} + 2$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$6 \cdot 3 = \text{ten} + 8$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$6 \cdot 4 = 2 \cdot \text{ten} + 4$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$6 \cdot 5 = 3 \cdot \text{ten}$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$6 \cdot 6 = 3 \cdot \text{ten} + 6$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$6 \cdot 7 = 4 \cdot \text{ten} + 2$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$6 \cdot 8 = 4 \cdot \text{ten} + 8$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$6 \cdot 9 = 5 \cdot \text{ten} + 4$$

...

Beweis **206-1** g) ...

2.20: Es gilt:

$$6 \cdot \text{ten} = 6 \cdot \text{ten}$$

h)

1.1: Via **FS**—.

gilt:

$$7 \cdot (-\text{ten}) = -7 \cdot \text{ten}$$

$$\begin{aligned} 1.2: \quad & 7 \cdot (-9) \stackrel{\text{FS—}}{=} -7 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} -(9 + 6 \cdot 9) \stackrel{g)}{=} -(9 + (5 \cdot \text{ten} + 4)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((5 \cdot \text{ten} + 4) + 9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(5 \cdot \text{ten} + (4 + 9)) \stackrel{+schola}{=} -(5 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 3)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((5 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 3) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + 5 \cdot \text{ten}) + 3) \stackrel{205-2}{=} -(6 \cdot \text{ten} + 3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.3: \quad & 7 \cdot (-8) \stackrel{\text{FS—}}{=} -7 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} -(8 + 6 \cdot 8) \stackrel{g)}{=} -(8 + (4 \cdot \text{ten} + 8)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((4 \cdot \text{ten} + 8) + 8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + (8 + 8)) \stackrel{+schola}{=} -(4 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 6)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((4 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + 4 \cdot \text{ten}) + 6) \stackrel{205-2}{=} -(5 \cdot \text{ten} + 6). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.4: \quad & 7 \cdot (-7) \stackrel{\text{FS—}}{=} -7 \cdot 7 \stackrel{205-2}{=} -(7 + 6 \cdot 7) \stackrel{g)}{=} -(7 + (4 \cdot \text{ten} + 2)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((4 \cdot \text{ten} + 2) + 7) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + (2 + 7)) \stackrel{+schola}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 9). \end{aligned}$$

$$1.5: \quad 7 \cdot (-6) \stackrel{\text{FS—}}{=} -7 \cdot 6 \stackrel{\text{KGM}}{=} -6 \cdot 7 \stackrel{g)}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 2).$$

$$1.6: \quad 7 \cdot (-5) \stackrel{\text{FS—}}{=} -7 \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} -5 \cdot 7 \stackrel{f)}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 5).$$

$$1.7: \quad 7 \cdot (-4) \stackrel{\text{FS—}}{=} -7 \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} -4 \cdot 7 \stackrel{e)}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 8).$$

$$1.8: \quad 7 \cdot (-3) \stackrel{\text{FS—}}{=} -7 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} -3 \cdot 7 \stackrel{d)}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 1).$$

$$1.9: \quad 7 \cdot (-2) \stackrel{\text{FS—}}{=} -7 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} -2 \cdot 7 \stackrel{c)}{=} -(\text{ten} + 4).$$

$$1.10: \quad 7 \cdot (-1) \stackrel{\text{FS—}}{=} -7 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} -1 \cdot 7 \stackrel{b)}{=} -7.$$

$$1.11: \quad 7 \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot 7 \stackrel{a)}{=} 0.$$

$$1.12: \quad 7 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot 7 \stackrel{b)}{=} 7.$$

$$1.13: \quad 7 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} 2 \cdot 7 \stackrel{c)}{=} \text{ten} + 4.$$

$$1.14: \quad 7 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} 3 \cdot 7 \stackrel{d)}{=} 2 \cdot \text{ten} + 1.$$

...

Beweis **206-1 h)** ...

$$1.15: \quad 7 \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} 4 \cdot 7 \stackrel{\text{e)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 8.$$

$$1.16: \quad 7 \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} 5 \cdot 7 \stackrel{\text{f)}}{=} 3 \cdot \text{ten} + 5.$$

$$1.17: \quad 7 \cdot 6 \stackrel{\text{KGM}}{=} 6 \cdot 7 \stackrel{\text{g)}}{=} 4 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.18: \quad 7 \cdot 7 \stackrel{205-2}{=} 7 + 6 \cdot 7 \stackrel{\text{g)}}{=} 7 + (4 \cdot \text{ten} + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 \cdot \text{ten} + 2) + 7 \stackrel{\text{FSA}}{=} 4 \cdot \text{ten} + (2 + 7) \stackrel{+schola}{=} 4 \cdot \text{ten} + 9.$$

$$1.19: \quad 7 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} 8 + 6 \cdot 8 \stackrel{\text{g)}}{=} 8 + (4 \cdot \text{ten} + 8) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 \cdot \text{ten} + 8) + 8 \stackrel{\text{FSA}}{=} 4 \cdot \text{ten} + (8 + 8) \stackrel{+schola}{=} 4 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} (4 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 6 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 4 \cdot \text{ten}) + 6 \stackrel{205-2}{=} 5 \cdot \text{ten} + 6.$$

$$1.20: \quad 7 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} 9 + 6 \cdot 9 \stackrel{\text{g)}}{=} 9 + (5 \cdot \text{ten} + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 \cdot \text{ten} + 4) + 9 \stackrel{\text{FSA}}{=} 5 \cdot \text{ten} + (4 + 9) \stackrel{+schola}{=} 5 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 3) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 3 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 5 \cdot \text{ten}) + 3 \stackrel{205-2}{=} 6 \cdot \text{ten} + 3.$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$7 \cdot (-9) = -(6 \cdot \text{ten} + 3)$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$7 \cdot (-8) = -(5 \cdot \text{ten} + 6)$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$7 \cdot (-7) = -(4 \cdot \text{ten} + 9)$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$7 \cdot (-6) = -(4 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$7 \cdot (-5) = -(3 \cdot \text{ten} + 5)$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$7 \cdot (-4) = -(2 \cdot \text{ten} + 8)$$

...

Beweis 206-1 h) ...

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$7 \cdot (-3) = -(2 \cdot \text{ten} + 1)$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$7 \cdot (-2) = -(\text{ten} + 4)$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$7 \cdot (-1) = -7$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$7 \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$7 \cdot 1 = 7$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$7 \cdot 2 = \text{ten} + 4$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$7 \cdot 3 = 2 \cdot \text{ten} + 1$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$7 \cdot 4 = 2 \cdot \text{ten} + 8$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$7 \cdot 5 = 3 \cdot \text{ten} + 5$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$7 \cdot 6 = 4 \cdot \text{ten} + 2$$

...

Beweis **206-1 h)** ...

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$7 \cdot 7 = 4 \cdot \text{ten} + 9$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$7 \cdot 8 = 5 \cdot \text{ten} + 6$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$7 \cdot 9 = 6 \cdot \text{ten} + 3$$

2.20: Es gilt:

$$7 \cdot \text{ten} = 7 \cdot \text{ten}$$

i)

1.1: Via **FS**—.

gilt:

$$8 \cdot (-\text{ten}) = -8 \cdot \text{ten}$$

$$\begin{aligned} 1.2: \quad & 8 \cdot (-9) \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} -(9 + 7 \cdot 9) \stackrel{\text{h)}}{=} -(9 + (6 \cdot \text{ten} + 3)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((6 \cdot \text{ten} + 3) + 9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(6 \cdot \text{ten} + (3 + 9)) \stackrel{+schola}{=} -(6 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 2)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((6 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + 6 \cdot \text{ten}) + 2) \stackrel{205-2}{=} -(7 \cdot \text{ten} + 2). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.3: \quad & 8 \cdot (-8) \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} -(8 + 7 \cdot 8) \stackrel{\text{h)}}{=} -(8 + (5 \cdot \text{ten} + 6)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((5 \cdot \text{ten} + 6) + 8) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(5 \cdot \text{ten} + (6 + 8)) \stackrel{+schola}{=} -(5 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 4)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((5 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + 5 \cdot \text{ten}) + 4) \stackrel{205-2}{=} -(6 \cdot \text{ten} + 4). \end{aligned}$$

$$1.4: \quad 8 \cdot (-7) \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 7 \stackrel{\text{KGM}}{=} -7 \cdot 8 \stackrel{\text{h)}}{=} -(5 \cdot \text{ten} + 6).$$

$$1.5: \quad 8 \cdot (-6) \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 6 \stackrel{\text{KGM}}{=} -6 \cdot 8 \stackrel{\text{g)}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 8).$$

$$1.6: \quad 8 \cdot (-5) \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} -5 \cdot 8 \stackrel{\text{f)}}{=} -4 \cdot \text{ten}.$$

$$1.7: \quad 8 \cdot (-4) \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} -4 \cdot 8 \stackrel{\text{e)}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 2).$$

$$1.8: \quad 8 \cdot (-3) \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} -3 \cdot 8 \stackrel{\text{d)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 4).$$

$$1.9: \quad 8 \cdot (-2) \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} -2 \cdot 8 \stackrel{\text{c)}}{=} -(\text{ten} + 6).$$

...

Beweis 206-1 i) ...

$$1.10: \quad 8 \cdot (-1) \stackrel{\text{FS}}{=} -8 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} -1 \cdot 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -8.$$

$$1.11: \quad 8 \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot 8 \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad 8 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot 8 \stackrel{\text{b)}}{=} 8.$$

$$1.13: \quad 8 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} 2 \cdot 8 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 6.$$

$$1.14: \quad 8 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} 3 \cdot 8 \stackrel{\text{d)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.15: \quad 8 \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} 4 \cdot 8 \stackrel{\text{e)}}{=} 3 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.16: \quad 8 \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} 5 \cdot 8 \stackrel{\text{f)}}{=} 4 \cdot \text{ten}.$$

$$1.17: \quad 8 \cdot 6 \stackrel{\text{KGM}}{=} 6 \cdot 8 \stackrel{\text{g)}}{=} 4 \cdot \text{ten} + 8.$$

$$1.18: \quad 8 \cdot 7 \stackrel{\text{KGM}}{=} 7 \cdot 8 \stackrel{\text{h)}}{=} 5 \cdot \text{ten} + 6.$$

$$1.19: \quad 8 \cdot 8 \stackrel{205-2}{=} 8 + 7 \cdot 8 \stackrel{\text{h)}}{=} 8 + (5 \cdot \text{ten} + 6) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 \cdot \text{ten} + 6) + 8 \stackrel{\text{FSA}}{=} 5 \cdot \text{ten} + (6 + 8) \stackrel{+schola}{=} \\ 5 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 4) \stackrel{\text{FSA}}{=} (5 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 4 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 5 \cdot \text{ten}) + 4 \stackrel{205-2}{=} 6 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.20: \quad 8 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} 9 + 7 \cdot 9 \stackrel{\text{h)}}{=} 9 + (6 \cdot \text{ten} + 3) \stackrel{\text{FSA}}{=} (6 \cdot \text{ten} + 3) + 9 \stackrel{\text{FSA}}{=} 6 \cdot \text{ten} + (3 + 9) \stackrel{+schola}{=} \\ 6 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (6 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 2 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 6 \cdot \text{ten}) + 2 \stackrel{205-2}{=} 7 \cdot \text{ten} + 2.$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$8 \cdot (-9) = -(7 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$8 \cdot (-8) = -(6 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$8 \cdot (-7) = -(5 \cdot \text{ten} + 6)$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$8 \cdot (-6) = -(4 \cdot \text{ten} + 8)$$

...

Beweis 206-1 i) ...

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$8 \cdot (-5) = -4 \cdot \text{ten}$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$8 \cdot (-4) = -(3 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$8 \cdot (-3) = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$8 \cdot (-2) = -(\text{ten} + 6)$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$8 \cdot (-1) = -8$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$8 \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$8 \cdot 1 = 8$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$8 \cdot 2 = \text{ten} + 6$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$8 \cdot 3 = 2 \cdot \text{ten} + 4$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$8 \cdot 4 = 3 \cdot \text{ten} + 2$$

...

Beweis **206-1** i) ...

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$8 \cdot 5 = 4 \cdot \text{ten}$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$8 \cdot 6 = 4 \cdot \text{ten} + 8$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$8 \cdot 7 = 5 \cdot \text{ten} + 6$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$8 \cdot 8 = 6 \cdot \text{ten} + 4$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$8 \cdot 9 = 7 \cdot \text{ten} + 2$$

2.20: Es gilt:

$$8 \cdot \text{ten} = 8 \cdot \text{ten}$$

j)

1.1: Via **FS** gilt:

$$9 \cdot (-\text{ten}) = -9 \cdot \text{ten}$$

$$\begin{aligned} 1.2: \quad & 9 \cdot (-9) \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} -(9 + 8 \cdot 9) \stackrel{i)}{=} -(9 + (7 \cdot \text{ten} + 2)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((7 \cdot \text{ten} + 2) + 9) \stackrel{\text{FSA}}{=} -(7 \cdot \text{ten} + (2 + 9)) \stackrel{+schola}{=} -(7 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 1)) \stackrel{\text{FSA}}{=} \\ & -((7 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} -((\text{ten} + 7 \cdot \text{ten}) + 1) \stackrel{205-2}{=} -(8 \cdot \text{ten} + 1). \end{aligned}$$

$$1.3: \quad 9 \cdot (-8) \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 8 \stackrel{\text{KGM}}{=} -8 \cdot 9 \stackrel{i)}{=} -(7 \cdot \text{ten} + 2).$$

$$1.4: \quad 9 \cdot (-7) \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 7 \stackrel{\text{KGM}}{=} -7 \cdot 9 \stackrel{h)}{=} -(6 \cdot \text{ten} + 3).$$

$$1.5: \quad 9 \cdot (-6) \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 6 \stackrel{\text{KGM}}{=} -6 \cdot 9 \stackrel{g)}{=} -(5 \cdot \text{ten} + 4).$$

$$1.6: \quad 9 \cdot (-5) \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} -5 \cdot 9 \stackrel{f)}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 5).$$

...

Beweis **206-1** j) ...

$$1.7: \quad 9 \cdot (-4) \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} -4 \cdot 9 \stackrel{\text{e)}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 6).$$

$$1.8: \quad 9 \cdot (-3) \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} -3 \cdot 9 \stackrel{\text{d)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 7).$$

$$1.9: \quad 9 \cdot (-2) \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} -2 \cdot 9 \stackrel{\text{c)}}{=} -(\text{ten} + 8).$$

$$1.10: \quad 9 \cdot (-1) \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} -1 \cdot 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -9.$$

$$1.11: \quad 9 \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot 9 \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad 9 \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot 9 \stackrel{\text{b)}}{=} 9.$$

$$1.13: \quad 9 \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} 2 \cdot 9 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 8.$$

$$1.14: \quad 9 \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} 3 \cdot 9 \stackrel{\text{d)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 7.$$

$$1.15: \quad 9 \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} 4 \cdot 9 \stackrel{\text{e)}}{=} 3 \cdot \text{ten} + 6.$$

$$1.16: \quad 9 \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} 5 \cdot 9 \stackrel{\text{f)}}{=} 4 \cdot \text{ten} + 5.$$

$$1.17: \quad 9 \cdot 6 \stackrel{\text{KGM}}{=} 6 \cdot 9 \stackrel{\text{g)}}{=} 5 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.18: \quad 9 \cdot 7 \stackrel{\text{KGM}}{=} 7 \cdot 9 \stackrel{\text{h)}}{=} 6 \cdot \text{ten} + 3.$$

$$1.19: \quad 9 \cdot 8 \stackrel{\text{KGM}}{=} 8 \cdot 9 \stackrel{\text{i)}}{=} 7 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.20: \quad \begin{aligned} & 9 \cdot 9 \stackrel{\text{KGM}}{=} 9 \cdot 9 \stackrel{205-2}{=} \\ & 9 + 8 \cdot 9 \stackrel{\text{i)}}{=} 9 + (7 \cdot \text{ten} + 2) \stackrel{\text{FSA}}{=} (7 \cdot \text{ten} + 2) + 9 \stackrel{\text{FSA}}{=} 7 \cdot \text{ten} + (2 + 9) \stackrel{+schola}{=} \\ & 7 \cdot \text{ten} + (\text{ten} + 1) \stackrel{\text{FSA}}{=} (7 \cdot \text{ten} + \text{ten}) + 1 \stackrel{\text{FSA}}{=} (\text{ten} + 7 \cdot \text{ten}) + 1 \stackrel{205-2}{=} 8 \cdot \text{ten} + 1. \end{aligned}$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$9 \cdot (-9) = -(8 \cdot \text{ten} + 1)$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$9 \cdot (-8) = -(7 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$9 \cdot (-7) = -(6 \cdot \text{ten} + 3)$$

...

Beweis 206-1 j) ...

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$9 \cdot (-6) = -(5 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$9 \cdot (-5) = -(4 \cdot \text{ten} + 5)$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$9 \cdot (-4) = -(3 \cdot \text{ten} + 6)$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$9 \cdot (-3) = -(2 \cdot \text{ten} + 7)$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$9 \cdot (-2) = -(\text{ten} + 8)$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$9 \cdot (-1) = -9$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$9 \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$9 \cdot 1 = 9$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$9 \cdot 2 = \text{ten} + 8$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$9 \cdot 3 = 2 \cdot \text{ten} + 7$$

...

Beweis 206-1 j) ...

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$9 \cdot 4 = 3 \cdot \text{ten} + 6$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$9 \cdot 5 = 4 \cdot \text{ten} + 5$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$9 \cdot 6 = 5 \cdot \text{ten} + 4$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$9 \cdot 7 = 6 \cdot \text{ten} + 3$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$9 \cdot 8 = 7 \cdot \text{ten} + 2$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$9 \cdot 9 = 8 \cdot \text{ten} + 1$$

2.20: Es gilt:

$$9 \cdot \text{ten} = 9 \cdot \text{ten}$$

k)

1.1: Via **FS**—

gilt:

$$\text{ten} \cdot (-\text{ten}) = -\text{ten} \cdot \text{ten}$$

1.2:

$$\text{ten} \cdot (-9) \stackrel{\text{FS—}}{=} -\text{ten} \cdot 9 \stackrel{\text{KGM}}{=} -9 \cdot \text{ten}.$$

1.3:

$$\text{ten} \cdot (-8) \stackrel{\text{FS—}}{=} -\text{ten} \cdot 8 \stackrel{\text{KGM}}{=} -8 \cdot \text{ten}.$$

1.4:

$$\text{ten} \cdot (-7) \stackrel{\text{FS—}}{=} -\text{ten} \cdot 7 \stackrel{\text{KGM}}{=} -7 \cdot \text{ten}.$$

1.5:

$$\text{ten} \cdot (-6) \stackrel{\text{FS—}}{=} -\text{ten} \cdot 6 \stackrel{\text{KGM}}{=} -6 \cdot \text{ten}.$$

...

Beweis 206-1 k) ...

$$1.6: \quad \text{ten} \cdot (-5) \stackrel{\text{FS-}}{=} -\text{ten} \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} -5 \cdot \text{ten}.$$

$$1.7: \quad \text{ten} \cdot (-4) \stackrel{\text{FS-}}{=} -\text{ten} \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} -4 \cdot \text{ten}.$$

$$1.8: \quad \text{ten} \cdot (-3) \stackrel{\text{FS-}}{=} -\text{ten} \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} -3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.9: \quad \text{ten} \cdot (-2) \stackrel{\text{FS-}}{=} -\text{ten} \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} -2 \cdot \text{ten}.$$

$$1.10: \quad \text{ten} \cdot (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} -\text{ten} \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} -1 \cdot \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten}.$$

$$1.11: \quad \text{ten} \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot \text{ten} \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad \text{ten} \cdot 1 \stackrel{\text{KGM}}{=} 1 \cdot \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} \text{ten}.$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$\text{ten} \cdot (-9) = -9 \cdot \text{ten}$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$\text{ten} \cdot (-8) = -8 \cdot \text{ten}$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$\text{ten} \cdot (-7) = -7 \cdot \text{ten}$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$\text{ten} \cdot (-6) = -6 \cdot \text{ten}$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$\text{ten} \cdot (-5) = -5 \cdot \text{ten}$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$\text{ten} \cdot (-4) = -4 \cdot \text{ten}$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$\text{ten} \cdot (-3) = -3 \cdot \text{ten}$$

...

Beweis 206-1 k) ...

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$\text{ten} \cdot (-2) = -2 \cdot \text{ten}$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$\text{ten} \cdot (-1) = -\text{ten}$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$\text{ten} \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$\text{ten} \cdot 1 = \text{ten}$$

2.12: Via **KGM** gilt:

$$\text{ten} \cdot 2 = 2 \cdot \text{ten}$$

2.13: Via **KGM** gilt:

$$\text{ten} \cdot 3 = 3 \cdot \text{ten}$$

2.14: Via **KGM** gilt:

$$\text{ten} \cdot 4 = 4 \cdot \text{ten}$$

2.15: Via **KGM** gilt:

$$\text{ten} \cdot 5 = 5 \cdot \text{ten}$$

2.16: Via **KGM** gilt:

$$\text{ten} \cdot 6 = 6 \cdot \text{ten}$$

2.17: Via **KGM** gilt:

$$\text{ten} \cdot 7 = 7 \cdot \text{ten}$$

2.18: Via **KGM** gilt:

$$\text{ten} \cdot 8 = 8 \cdot \text{ten}$$

2.19: Via **KGM** gilt:

$$\text{ten} \cdot 9 = 9 \cdot \text{ten}$$

...

Beweis **206-1** k) ...

2.20: Es gilt:

$$\text{ten} \cdot \text{ten} = \text{ten} \cdot \text{ten}$$

1)

1.1: Via **FS**— gilt:

$$(-\text{ten}) \cdot (-\text{ten}) = \text{ten} \cdot \text{ten}$$

$$1.2: \quad (-\text{ten}) \cdot (-9) \stackrel{\text{FS—}}{=} \text{ten} \cdot 9 \stackrel{\text{KGM}}{=} 9 \cdot \text{ten}.$$

$$1.3: \quad (-\text{ten}) \cdot (-8) \stackrel{\text{FS—}}{=} \text{ten} \cdot 8 \stackrel{\text{KGM}}{=} 8 \cdot \text{ten}.$$

$$1.4: \quad (-\text{ten}) \cdot (-7) \stackrel{\text{FS—}}{=} \text{ten} \cdot 7 \stackrel{\text{KGM}}{=} 7 \cdot \text{ten}.$$

$$1.5: \quad (-\text{ten}) \cdot (-6) \stackrel{\text{FS—}}{=} \text{ten} \cdot 6 \stackrel{\text{KGM}}{=} 6 \cdot \text{ten}.$$

$$1.6: \quad (-\text{ten}) \cdot (-5) \stackrel{\text{FS—}}{=} \text{ten} \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} 5 \cdot \text{ten}.$$

$$1.7: \quad (-\text{ten}) \cdot (-4) \stackrel{\text{FS—}}{=} \text{ten} \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} 4 \cdot \text{ten}.$$

$$1.8: \quad (-\text{ten}) \cdot (-3) \stackrel{\text{FS—}}{=} \text{ten} \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} 3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.9: \quad (-\text{ten}) \cdot (-2) \stackrel{\text{FS—}}{=} \text{ten} \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} 2 \cdot \text{ten}.$$

$$1.10: \text{ Via } \mathbf{FS}\text{—} \text{ gilt:} \quad (-\text{ten}) \cdot (-1) = \text{ten} \cdot 1.$$

1.11: Aus **∈schola** “ten Zahl”
folgt via **FSM1**:

$$\text{ten} \cdot 1 = \text{ten}.$$

$$1.12: \quad (-\text{ten}) \cdot 2 \stackrel{\text{KGM}}{=} 2 \cdot (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS—}}{=} -2 \cdot \text{ten}.$$

$$1.13: \quad (-\text{ten}) \cdot 3 \stackrel{\text{KGM}}{=} 3 \cdot (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS—}}{=} -3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.14: \quad (-\text{ten}) \cdot 4 \stackrel{\text{KGM}}{=} 4 \cdot (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS—}}{=} -4 \cdot \text{ten}.$$

$$1.15: \quad (-\text{ten}) \cdot 5 \stackrel{\text{KGM}}{=} 5 \cdot (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS—}}{=} -5 \cdot \text{ten}.$$

$$1.16: \quad (-\text{ten}) \cdot 6 \stackrel{\text{KGM}}{=} 6 \cdot (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS—}}{=} -6 \cdot \text{ten}.$$

$$1.17: \quad (-\text{ten}) \cdot 7 \stackrel{\text{KGM}}{=} 7 \cdot (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS—}}{=} -7 \cdot \text{ten}.$$

$$1.18: \quad (-\text{ten}) \cdot 8 \stackrel{\text{KGM}}{=} 8 \cdot (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot \text{ten}.$$

...

Beweis 206-1 1) ...

$$1.19: \quad (-\text{ten}) \cdot 9 \stackrel{\text{KGM}}{=} 9 \cdot (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot \text{ten}.$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot (-9) = 9 \cdot \text{ten}$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot (-8) = 8 \cdot \text{ten}$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot (-7) = 7 \cdot \text{ten}$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot (-6) = 6 \cdot \text{ten}$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot (-5) = 5 \cdot \text{ten}$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot (-4) = 4 \cdot \text{ten}$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot (-3) = 3 \cdot \text{ten}$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot (-2) = 2 \cdot \text{ten}$$

2.9: Aus 1.10 “ $(-\text{ten}) \cdot (-1) = \text{ten} \cdot 1$ ” und
aus 1.11 “ $\text{ten} \cdot 1 = \text{ten}$ ”

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot (-1) = \text{ten}$$

...

Beweis 206-1 1) ...

2.10: Aus $\in \text{schola}$ “ $-\text{ten}$ Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$(-\text{ten}) \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus $\in \text{schola}$ “ $-\text{ten}$ Zahl”

folgt via **FSM1**:

$$(-\text{ten}) \cdot 1 = -\text{ten}$$

2.12: Aus 1.12

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot 2 = -2 \cdot \text{ten}$$

2.13: Aus 1.13

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot 3 = -3 \cdot \text{ten}$$

2.14: Aus 1.14

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot 4 = -4 \cdot \text{ten}$$

2.15: Aus 1.15

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot 5 = -5 \cdot \text{ten}$$

2.16: Aus 1.16

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot 6 = -6 \cdot \text{ten}$$

2.17: Aus 1.17

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot 7 = -7 \cdot \text{ten}$$

2.18: Aus 1.18

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot 8 = -8 \cdot \text{ten}$$

2.19: Aus 1.19

folgt:

$$(-\text{ten}) \cdot 9 = -9 \cdot \text{ten}$$

...

Beweis **206-1** 1) ...

2.20: Via **FS**— gilt:

$$(-\text{ten}) \cdot \text{ten} = -\text{ten} \cdot \text{ten}$$

m)

1.1: Via **FS**— gilt:

$$(-9) \cdot (-\text{ten}) = 9 \cdot \text{ten}$$

$$1.2: \quad (-9) \cdot (-9) \stackrel{\text{FS}—}{=} 9 \cdot 9 \stackrel{j)}{=} 8 \cdot \text{ten} + 1.$$

$$1.3: \quad (-9) \cdot (-8) \stackrel{\text{FS}—}{=} 9 \cdot 8 \stackrel{j)}{=} 7 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.4: \quad (-9) \cdot (-7) \stackrel{\text{FS}—}{=} 9 \cdot 7 \stackrel{j)}{=} 6 \cdot \text{ten} + 3.$$

$$1.5: \quad (-9) \cdot (-6) \stackrel{\text{FS}—}{=} 9 \cdot 6 \stackrel{j)}{=} 5 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.6: \quad (-9) \cdot (-5) \stackrel{\text{FS}—}{=} 9 \cdot 5 \stackrel{j)}{=} 4 \cdot \text{ten} + 5.$$

$$1.7: \quad (-9) \cdot (-4) \stackrel{\text{FS}—}{=} 9 \cdot 4 \stackrel{j)}{=} 3 \cdot \text{ten} + 6.$$

$$1.8: \quad (-9) \cdot (-3) \stackrel{\text{FS}—}{=} 9 \cdot 3 \stackrel{j)}{=} 2 \cdot \text{ten} + 7.$$

$$1.9: \quad (-9) \cdot (-2) \stackrel{\text{FS}—}{=} 9 \cdot 2 \stackrel{j)}{=} \text{ten} + 8.$$

$$1.10: \quad (-9) \cdot (-1) \stackrel{\text{FS}—}{=} 9 \cdot 1 \stackrel{j)}{=} 9.$$

$$1.11: \quad (-9) \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot (-9) \stackrel{a)}{=} 0.$$

$$1.12: \quad (-9) \cdot 1 \stackrel{\text{FS}—}{=} -9 \cdot 1 \stackrel{j)}{=} -9.$$

$$1.13: \quad (-9) \cdot 2 \stackrel{\text{FS}—}{=} -9 \cdot 2 \stackrel{j)}{=} -(\text{ten} + 8).$$

$$1.14: \quad (-9) \cdot 3 \stackrel{\text{FS}—}{=} -9 \cdot 3 \stackrel{j)}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 7).$$

$$1.15: \quad (-9) \cdot 4 \stackrel{\text{FS}—}{=} -9 \cdot 4 \stackrel{j)}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 6).$$

$$1.16: \quad (-9) \cdot 5 \stackrel{\text{FS}—}{=} -9 \cdot 5 \stackrel{j)}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 5).$$

$$1.17: \quad (-9) \cdot 6 \stackrel{\text{FS}—}{=} -9 \cdot 6 \stackrel{j)}{=} -(5 \cdot \text{ten} + 4).$$

$$1.18: \quad (-9) \cdot 7 \stackrel{\text{FS}—}{=} -9 \cdot 7 \stackrel{j)}{=} -(6 \cdot \text{ten} + 3).$$

...

Beweis 206-1 m) ...

$$1.19: \quad (-9) \cdot 8 \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 8 \stackrel{j)}{=} -(7 \cdot \text{ten} + 2).$$

$$1.20: \quad (-9) \cdot 9 \stackrel{\text{FS}}{=} -9 \cdot 9 \stackrel{j)}{=} -(8 \cdot \text{ten} + 1).$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-9) \cdot (-9) = 8 \cdot \text{ten} + 1$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-9) \cdot (-8) = 7 \cdot \text{ten} + 2$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-9) \cdot (-7) = 6 \cdot \text{ten} + 3$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-9) \cdot (-6) = 5 \cdot \text{ten} + 4$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-9) \cdot (-5) = 4 \cdot \text{ten} + 5$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-9) \cdot (-4) = 3 \cdot \text{ten} + 6$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-9) \cdot (-3) = 2 \cdot \text{ten} + 7$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$(-9) \cdot (-2) = \text{ten} + 8$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$(-9) \cdot (-1) = 9$$

...

Beweis 206-1 m) ...

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$(-9) \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$(-9) \cdot 1 = -9$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$(-9) \cdot 2 = -(\text{ten} + 8)$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$(-9) \cdot 3 = -(2 \cdot \text{ten} + 7)$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$(-9) \cdot 4 = -(3 \cdot \text{ten} + 6)$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$(-9) \cdot 5 = -(4 \cdot \text{ten} + 5)$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$(-9) \cdot 6 = -(5 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$(-9) \cdot 7 = -(6 \cdot \text{ten} + 3)$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$(-9) \cdot 8 = -(7 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$(-9) \cdot 9 = -(8 \cdot \text{ten} + 1)$$

...

Beweis **206-1** m) ...

2.20: Via **FS**— gilt:

$$(-9) \cdot \text{ten} = -9 \cdot \text{ten}.$$

n)

1.1: Via **FS**— gilt:

$$(-8) \cdot (-\text{ten}) = 8 \cdot \text{ten}$$

$$1.2: \quad (-8) \cdot (-9) \stackrel{\text{FS—}}{=} 8 \cdot 9 \stackrel{i)}{=} 7 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.3: \quad (-8) \cdot (-8) \stackrel{\text{FS—}}{=} 8 \cdot 8 \stackrel{i)}{=} 6 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.4: \quad (-8) \cdot (-7) \stackrel{\text{FS—}}{=} 8 \cdot 7 \stackrel{i)}{=} 5 \cdot \text{ten} + 6.$$

$$1.5: \quad (-8) \cdot (-6) \stackrel{\text{FS—}}{=} 8 \cdot 6 \stackrel{i)}{=} 4 \cdot \text{ten} + 8.$$

$$1.6: \quad (-8) \cdot (-5) \stackrel{\text{FS—}}{=} 8 \cdot 5 \stackrel{i)}{=} 4 \cdot \text{ten}.$$

$$1.7: \quad (-8) \cdot (-4) \stackrel{\text{FS—}}{=} 8 \cdot 4 \stackrel{i)}{=} 3 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.8: \quad (-8) \cdot (-3) \stackrel{\text{FS—}}{=} 8 \cdot 3 \stackrel{i)}{=} 2 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.9: \quad (-8) \cdot (-2) \stackrel{\text{FS—}}{=} 8 \cdot 2 \stackrel{i)}{=} \text{ten} + 6.$$

$$1.10: \quad (-8) \cdot (-1) \stackrel{\text{FS—}}{=} 8 \cdot 1 \stackrel{i)}{=} 8.$$

$$1.11: \quad (-8) \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot (-8) \stackrel{a)}{=} 0.$$

$$1.12: \quad (-8) \cdot 1 \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 1 \stackrel{i)}{=} -8.$$

$$1.13: \quad (-8) \cdot 2 \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 2 \stackrel{i)}{=} -(\text{ten} + 6).$$

$$1.14: \quad (-8) \cdot 3 \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 3 \stackrel{i)}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 4).$$

$$1.15: \quad (-8) \cdot 4 \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 4 \stackrel{i)}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 2).$$

$$1.16: \quad (-8) \cdot 5 \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 5 \stackrel{i)}{=} -4 \cdot \text{ten}.$$

$$1.17: \quad (-8) \cdot 6 \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 6 \stackrel{i)}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 8).$$

$$1.18: \quad (-8) \cdot 7 \stackrel{\text{FS—}}{=} -8 \cdot 7 \stackrel{i)}{=} -(5 \cdot \text{ten} + 6).$$

...

Beweis 206-1 n) ...

$$1.19: \quad (-8) \cdot 8 \stackrel{\text{FS}}{=} -8 \cdot 8 \stackrel{i)}{=} -(6 \cdot \text{ten} + 4).$$

$$1.20: \quad (-8) \cdot 9 \stackrel{\text{FS}}{=} -8 \cdot 9 \stackrel{i)}{=} -(7 \cdot \text{ten} + 2).$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-8) \cdot (-9) = 7 \cdot \text{ten} + 2$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-8) \cdot (-8) = 6 \cdot \text{ten} + 4$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-8) \cdot (-7) = 5 \cdot \text{ten} + 6$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-8) \cdot (-6) = 4 \cdot \text{ten} + 8$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-8) \cdot (-5) = 4 \cdot \text{ten}$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-8) \cdot (-4) = 3 \cdot \text{ten} + 2$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-8) \cdot (-3) = 2 \cdot \text{ten} + 4$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$(-8) \cdot (-2) = \text{ten} + 6$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$(-8) \cdot (-1) = 8$$

...

Beweis 206-1 n) ...

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$(-8) \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$(-8) \cdot 1 = -8$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$(-8) \cdot 2 = -(\text{ten} + 6)$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$(-8) \cdot 3 = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$(-8) \cdot 4 = -(3 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$(-8) \cdot 5 = -4 \cdot \text{ten}$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$(-8) \cdot 6 = -(4 \cdot \text{ten} + 8)$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$(-8) \cdot 7 = -(5 \cdot \text{ten} + 6)$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$(-8) \cdot 8 = -(6 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$(-8) \cdot 9 = -(7 \cdot \text{ten} + 2)$$

...

Beweis **206-1 n)**

2.20: Via **FS**— gilt:

$$(-8) \cdot \text{ten} = -8 \cdot \text{ten}.$$

o)

1.1: Via **FS**— gilt:

$$(-7) \cdot (-\text{ten}) = 7 \cdot \text{ten}$$

$$1.2: \quad (-7) \cdot (-9) \stackrel{\text{FS}}{=} 7 \cdot 9 \stackrel{\text{h)}}{=} 6 \cdot \text{ten} + 3.$$

$$1.3: \quad (-7) \cdot (-8) \stackrel{\text{FS}}{=} 7 \cdot 8 \stackrel{\text{h)}}{=} 5 \cdot \text{ten} + 6.$$

$$1.4: \quad (-7) \cdot (-7) \stackrel{\text{FS}}{=} 7 \cdot 7 \stackrel{\text{h)}}{=} 4 \cdot \text{ten} + 9.$$

$$1.5: \quad (-7) \cdot (-6) \stackrel{\text{FS}}{=} 7 \cdot 6 \stackrel{\text{h)}}{=} 4 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.6: \quad (-7) \cdot (-5) \stackrel{\text{FS}}{=} 7 \cdot 5 \stackrel{\text{h)}}{=} 3 \cdot \text{ten} + 5.$$

$$1.7: \quad (-7) \cdot (-4) \stackrel{\text{FS}}{=} 7 \cdot 4 \stackrel{\text{h)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 8.$$

$$1.8: \quad (-7) \cdot (-3) \stackrel{\text{FS}}{=} 7 \cdot 3 \stackrel{\text{h)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 1.$$

$$1.9: \quad (-7) \cdot (-2) \stackrel{\text{FS}}{=} 7 \cdot 2 \stackrel{\text{h)}}{=} \text{ten} + 4.$$

$$1.10: \quad (-7) \cdot (-1) \stackrel{\text{FS}}{=} 7 \cdot 1 \stackrel{\text{h)}}{=} 7.$$

$$1.11: \quad (-7) \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot (-7) \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad (-7) \cdot 1 \stackrel{\text{FS}}{=} -7 \cdot 1 \stackrel{\text{h)}}{=} -7.$$

$$1.13: \quad (-7) \cdot 2 \stackrel{\text{FS}}{=} -7 \cdot 2 \stackrel{\text{h)}}{=} -(\text{ten} + 4).$$

$$1.14: \quad (-7) \cdot 3 \stackrel{\text{FS}}{=} -7 \cdot 3 \stackrel{\text{h)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 1).$$

$$1.15: \quad (-7) \cdot 4 \stackrel{\text{FS}}{=} -7 \cdot 4 \stackrel{\text{h)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 8).$$

$$1.16: \quad (-7) \cdot 5 \stackrel{\text{FS}}{=} -7 \cdot 5 \stackrel{\text{h)}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 5).$$

$$1.17: \quad (-7) \cdot 6 \stackrel{\text{FS}}{=} -7 \cdot 6 \stackrel{\text{h)}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 2).$$

$$1.18: \quad (-7) \cdot 7 \stackrel{\text{FS}}{=} -7 \cdot 7 \stackrel{\text{h)}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 9).$$

...

Beweis 206-1 o) ...

$$1.19: \quad (-7) \cdot 8 \stackrel{\text{FS}}{=} -7 \cdot 8 \stackrel{\text{h)}}{=} -(5 \cdot \text{ten} + 6).$$

$$1.20: \quad (-7) \cdot 9 \stackrel{\text{FS}}{=} -7 \cdot 9 \stackrel{\text{h)}}{=} -(6 \cdot \text{ten} + 3).$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-7) \cdot (-9) = 6 \cdot \text{ten} + 3$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-7) \cdot (-8) = 5 \cdot \text{ten} + 6$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-7) \cdot (-7) = 4 \cdot \text{ten} + 9$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-7) \cdot (-6) = 4 \cdot \text{ten} + 2$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-7) \cdot (-5) = 3 \cdot \text{ten} + 5$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-7) \cdot (-4) = 2 \cdot \text{ten} + 8$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-7) \cdot (-3) = 2 \cdot \text{ten} + 1$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$(-7) \cdot (-2) = \text{ten} + 4$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$(-7) \cdot (-1) = 7$$

...

Beweis 206-1 o) ...

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$(-7) \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$(-7) \cdot 1 = -7$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$(-7) \cdot 2 = -(\text{ten} + 6)$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$(-7) \cdot 3 = -(2 \cdot \text{ten} + 1)$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$(-7) \cdot 4 = -(2 \cdot \text{ten} + 8)$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$(-7) \cdot 5 = -(3 \cdot \text{ten} + 5)$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$(-7) \cdot 6 = -(4 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$(-7) \cdot 7 = -(4 \cdot \text{ten} + 9)$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$(-7) \cdot 8 = -(5 \cdot \text{ten} + 6)$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$(-7) \cdot 9 = -(6 \cdot \text{ten} + 3)$$

...

Beweis **206-1** o) ...

2.20: Via **FS**— gilt:

$$(-7) \cdot \text{ten} = -7 \cdot \text{ten}.$$

p)

1.1: Via **FS**— gilt:

$$(-6) \cdot (-\text{ten}) = 6 \cdot \text{ten}$$

$$1.2: \quad (-6) \cdot (-9) \stackrel{\text{FS—}}{=} 6 \cdot 9 \stackrel{\text{g)}}{=} 5 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.3: \quad (-6) \cdot (-8) \stackrel{\text{FS—}}{=} 6 \cdot 8 \stackrel{\text{g)}}{=} 4 \cdot \text{ten} + 8.$$

$$1.4: \quad (-6) \cdot (-7) \stackrel{\text{FS—}}{=} 6 \cdot 7 \stackrel{\text{g)}}{=} 4 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.5: \quad (-6) \cdot (-6) \stackrel{\text{FS—}}{=} 6 \cdot 6 \stackrel{\text{g)}}{=} 3 \cdot \text{ten} + 6.$$

$$1.6: \quad (-6) \cdot (-5) \stackrel{\text{FS—}}{=} 6 \cdot 5 \stackrel{\text{g)}}{=} 3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.7: \quad (-6) \cdot (-4) \stackrel{\text{FS—}}{=} 6 \cdot 4 \stackrel{\text{g)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.8: \quad (-6) \cdot (-3) \stackrel{\text{FS—}}{=} 6 \cdot 3 \stackrel{\text{g)}}{=} \text{ten} + 8.$$

$$1.9: \quad (-6) \cdot (-2) \stackrel{\text{FS—}}{=} 6 \cdot 2 \stackrel{\text{g)}}{=} \text{ten} + 2.$$

$$1.10: \quad (-6) \cdot (-1) \stackrel{\text{FS—}}{=} 6 \cdot 1 \stackrel{\text{g)}}{=} 6.$$

$$1.11: \quad (-6) \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot (-6) \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad (-6) \cdot 1 \stackrel{\text{FS—}}{=} -6 \cdot 1 \stackrel{\text{g)}}{=} -6.$$

$$1.13: \quad (-6) \cdot 2 \stackrel{\text{FS—}}{=} -6 \cdot 2 \stackrel{\text{g)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.14: \quad (-6) \cdot 3 \stackrel{\text{FS—}}{=} -6 \cdot 3 \stackrel{\text{g)}}{=} -(\text{ten} + 8).$$

$$1.15: \quad (-6) \cdot 4 \stackrel{\text{FS—}}{=} -6 \cdot 4 \stackrel{\text{g)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 4).$$

$$1.16: \quad (-6) \cdot 5 \stackrel{\text{FS—}}{=} -6 \cdot 5 \stackrel{\text{g)}}{=} -3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.17: \quad (-6) \cdot 6 \stackrel{\text{FS—}}{=} -6 \cdot 6 \stackrel{\text{g)}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 6).$$

$$1.18: \quad (-6) \cdot 7 \stackrel{\text{FS—}}{=} -6 \cdot 7 \stackrel{\text{g)}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 2).$$

...

Beweis 206-1 p) ...

$$1.19: \quad (-6) \cdot 8 \stackrel{\text{FS}}{=} -6 \cdot 8 \stackrel{\text{g)}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 8).$$

$$1.20: \quad (-6) \cdot 9 \stackrel{\text{FS}}{=} -6 \cdot 9 \stackrel{\text{g)}}{=} -(5 \cdot \text{ten} + 4).$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-6) \cdot (-9) = 5 \cdot \text{ten} + 4$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-6) \cdot (-8) = 4 \cdot \text{ten} + 8$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-6) \cdot (-7) = 4 \cdot \text{ten} + 2$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-6) \cdot (-6) = 3 \cdot \text{ten} + 6$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-6) \cdot (-5) = 3 \cdot \text{ten}$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-6) \cdot (-4) = 2 \cdot \text{ten} + 4$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-6) \cdot (-3) = \text{ten} + 8$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$(-6) \cdot (-2) = \text{ten} + 2$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$(-6) \cdot (-1) = 6$$

...

Beweis 206-1 p) ...

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$(-6) \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$(-6) \cdot 1 = -6$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$(-6) \cdot 2 = -(\text{ten} + 2)$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$(-6) \cdot 3 = -(\text{ten} + 8)$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$(-6) \cdot 4 = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$(-6) \cdot 5 = -3 \cdot \text{ten}$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$(-6) \cdot 6 = -(3 \cdot \text{ten} + 6)$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$(-6) \cdot 7 = -(4 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$(-6) \cdot 8 = -(4 \cdot \text{ten} + 8)$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$(-6) \cdot 9 = -(5 \cdot \text{ten} + 4)$$

...

Beweis 206-1 p) ...

2.20: Via **FS**— gilt:

$$(-6) \cdot \text{ten} = -6 \cdot \text{ten}.$$

q)

1.1: Via **FS**— gilt:

$$(-5) \cdot (-\text{ten}) = 5 \cdot \text{ten}$$

$$1.2: \quad (-5) \cdot (-9) \stackrel{\text{FS—}}{=} 5 \cdot 9 \stackrel{\text{f)}}{=} 4 \cdot \text{ten} + 5.$$

$$1.3: \quad (-5) \cdot (-8) \stackrel{\text{FS—}}{=} 5 \cdot 8 \stackrel{\text{f)}}{=} 4 \cdot \text{ten}.$$

$$1.4: \quad (-5) \cdot (-7) \stackrel{\text{FS—}}{=} 5 \cdot 7 \stackrel{\text{f)}}{=} 3 \cdot \text{ten} + 5.$$

$$1.5: \quad (-5) \cdot (-6) \stackrel{\text{FS—}}{=} 5 \cdot 6 \stackrel{\text{f)}}{=} 3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.6: \quad (-5) \cdot (-5) \stackrel{\text{FS—}}{=} 5 \cdot 5 \stackrel{\text{f)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 5.$$

$$1.7: \quad (-5) \cdot (-4) \stackrel{\text{FS—}}{=} 5 \cdot 4 \stackrel{\text{f)}}{=} 2 \cdot \text{ten}.$$

$$1.8: \quad (-5) \cdot (-3) \stackrel{\text{FS—}}{=} 5 \cdot 3 \stackrel{\text{f)}}{=} \text{ten} + 5.$$

$$1.9: \quad (-5) \cdot (-2) \stackrel{\text{FS—}}{=} 5 \cdot 2 \stackrel{\text{f)}}{=} \text{ten}.$$

$$1.10: \quad (-5) \cdot (-1) \stackrel{\text{FS—}}{=} 5 \cdot 1 \stackrel{\text{f)}}{=} 5.$$

$$1.11: \quad (-5) \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot (-5) \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad (-5) \cdot 1 \stackrel{\text{FS—}}{=} -5 \cdot 1 \stackrel{\text{f)}}{=} -5.$$

$$1.13: \quad (-5) \cdot 2 \stackrel{\text{FS—}}{=} -5 \cdot 2 \stackrel{\text{f)}}{=} -\text{ten}.$$

$$1.14: \quad (-5) \cdot 3 \stackrel{\text{FS—}}{=} -5 \cdot 3 \stackrel{\text{f)}}{=} -(\text{ten} + 5).$$

$$1.15: \quad (-5) \cdot 4 \stackrel{\text{FS—}}{=} -5 \cdot 4 \stackrel{\text{f)}}{=} -2 \cdot \text{ten}.$$

$$1.16: \quad (-5) \cdot 5 \stackrel{\text{FS—}}{=} -5 \cdot 5 \stackrel{\text{f)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 5).$$

$$1.17: \quad (-5) \cdot 6 \stackrel{\text{FS—}}{=} -5 \cdot 6 \stackrel{\text{f)}}{=} -3 \cdot \text{ten}.$$

$$1.18: \quad (-5) \cdot 7 \stackrel{\text{FS—}}{=} -5 \cdot 7 \stackrel{\text{f)}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 5).$$

...

Beweis 206-1 q) ...

$$1.19: \quad (-5) \cdot 8 \stackrel{\text{FS}}{=} -5 \cdot 8 \stackrel{\text{f)}}{=} -4 \cdot \text{ten}.$$

$$1.20: \quad (-5) \cdot 9 \stackrel{\text{FS}}{=} -5 \cdot 9 \stackrel{\text{f)}}{=} -(4 \cdot \text{ten} + 5).$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-5) \cdot (-9) = 4 \cdot \text{ten} + 5$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-5) \cdot (-8) = 4 \cdot \text{ten}$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-5) \cdot (-7) = 3 \cdot \text{ten} + 5$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-5) \cdot (-6) = 3 \cdot \text{ten}$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-5) \cdot (-5) = 2 \cdot \text{ten} + 5$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-5) \cdot (-4) = 2 \cdot \text{ten}$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-5) \cdot (-3) = \text{ten} + 5$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$(-5) \cdot (-2) = \text{ten}$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$(-5) \cdot (-1) = 5$$

...

Beweis 206-1 q) ...

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$(-5) \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$(-5) \cdot 1 = -5$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$(-5) \cdot 2 = -\text{ten}$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$(-5) \cdot 3 = -(\text{ten} + 5)$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$(-5) \cdot 4 = -2 \cdot \text{ten}$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$(-5) \cdot 5 = -(2 \cdot \text{ten} + 5)$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$(-5) \cdot 6 = -3 \cdot \text{ten}$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$(-5) \cdot 7 = -(3 \cdot \text{ten} + 5)$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$(-5) \cdot 8 = -4 \cdot \text{ten}$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$(-5) \cdot 9 = -(4 \cdot \text{ten} + 5)$$

...

Beweis **206-1** q) ...

2.20: Via **FS**— gilt:

$$(-5) \cdot \text{ten} = -5 \cdot \text{ten}.$$

r)

1.1: Via **FS**— gilt:

$$(-4) \cdot (-\text{ten}) = 4 \cdot \text{ten}$$

$$1.2: \quad (-4) \cdot (-9) \stackrel{\text{FS—}}{=} 4 \cdot 9 \stackrel{\text{e)}}{=} 3 \cdot \text{ten} + 6.$$

$$1.3: \quad (-4) \cdot (-8) \stackrel{\text{FS—}}{=} 4 \cdot 8 \stackrel{\text{e)}}{=} 3 \cdot \text{ten} + 2.$$

$$1.4: \quad (-4) \cdot (-7) \stackrel{\text{FS—}}{=} 4 \cdot 7 \stackrel{\text{e)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 8.$$

$$1.5: \quad (-4) \cdot (-6) \stackrel{\text{FS—}}{=} 4 \cdot 6 \stackrel{\text{e)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.6: \quad (-4) \cdot (-5) \stackrel{\text{FS—}}{=} 4 \cdot 5 \stackrel{\text{e)}}{=} 2 \cdot \text{ten}.$$

$$1.7: \quad (-4) \cdot (-4) \stackrel{\text{FS—}}{=} 4 \cdot 4 \stackrel{\text{e)}}{=} \text{ten} + 6.$$

$$1.8: \quad (-4) \cdot (-3) \stackrel{\text{FS—}}{=} 4 \cdot 3 \stackrel{\text{e)}}{=} \text{ten} + 2.$$

$$1.9: \quad (-4) \cdot (-2) \stackrel{\text{FS—}}{=} 4 \cdot 2 \stackrel{\text{e)}}{=} 8.$$

$$1.10: \quad (-4) \cdot (-1) \stackrel{\text{FS—}}{=} 4 \cdot 1 \stackrel{\text{e)}}{=} 4.$$

$$1.11: \quad (-4) \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot (-4) \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad (-4) \cdot 1 \stackrel{\text{FS—}}{=} -4 \cdot 1 \stackrel{\text{e)}}{=} -4.$$

$$1.13: \quad (-4) \cdot 2 \stackrel{\text{FS—}}{=} -4 \cdot 2 \stackrel{\text{e)}}{=} -8.$$

$$1.14: \quad (-4) \cdot 3 \stackrel{\text{FS—}}{=} -4 \cdot 3 \stackrel{\text{e)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.15: \quad (-4) \cdot 4 \stackrel{\text{FS—}}{=} -4 \cdot 4 \stackrel{\text{e)}}{=} -(\text{ten} + 6).$$

$$1.16: \quad (-4) \cdot 5 \stackrel{\text{FS—}}{=} -4 \cdot 5 \stackrel{\text{e)}}{=} -2 \cdot \text{ten}.$$

$$1.17: \quad (-4) \cdot 6 \stackrel{\text{FS—}}{=} -4 \cdot 6 \stackrel{\text{e)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 4).$$

$$1.18: \quad (-4) \cdot 7 \stackrel{\text{FS—}}{=} -4 \cdot 7 \stackrel{\text{e)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 8).$$

...

Beweis 206-1 r) ...

$$1.19: \quad (-4) \cdot 8 \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 8 \stackrel{\text{e)}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 2).$$

$$1.20: \quad (-4) \cdot 9 \stackrel{\text{FS}}{=} -4 \cdot 9 \stackrel{\text{e)}}{=} -(3 \cdot \text{ten} + 6).$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-4) \cdot (-9) = 3 \cdot \text{ten} + 6$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-4) \cdot (-8) = 3 \cdot \text{ten} + 2$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-4) \cdot (-7) = 2 \cdot \text{ten} + 8$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-4) \cdot (-6) = 2 \cdot \text{ten} + 4$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-4) \cdot (-5) = 2 \cdot \text{ten}$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-4) \cdot (-4) = \text{ten} + 6$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-4) \cdot (-3) = \text{ten} + 2$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$(-4) \cdot (-2) = 8$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$(-4) \cdot (-1) = 4$$

...

Beweis 206-1 r) ...

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$(-4) \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$(-4) \cdot 1 = -4$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$(-4) \cdot 2 = -8$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$(-4) \cdot 3 = -(\text{ten} + 2)$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$(-4) \cdot 4 = -(\text{ten} + 6)$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$(-4) \cdot 5 = -2 \cdot \text{ten}$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$(-4) \cdot 6 = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$(-4) \cdot 7 = -(2 \cdot \text{ten} + 8)$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$(-4) \cdot 8 = -(3 \cdot \text{ten} + 2)$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$(-4) \cdot 9 = -(3 \cdot \text{ten} + 6)$$

...

Beweis **206-1 r)** ...

2.20: Via **FS**— gilt:

$$(-4) \cdot \text{ten} = -4 \cdot \text{ten}.$$

s)

1.1: Via **FS**— gilt:

$$(-3) \cdot (-\text{ten}) = 3 \cdot \text{ten}$$

$$1.2: \quad (-3) \cdot (-9) \stackrel{\text{FS—}}{=} 3 \cdot 9 \stackrel{\text{d)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 7.$$

$$1.3: \quad (-3) \cdot (-8) \stackrel{\text{FS—}}{=} 3 \cdot 8 \stackrel{\text{d)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 4.$$

$$1.4: \quad (-3) \cdot (-7) \stackrel{\text{FS—}}{=} 3 \cdot 7 \stackrel{\text{d)}}{=} 2 \cdot \text{ten} + 1.$$

$$1.5: \quad (-3) \cdot (-6) \stackrel{\text{FS—}}{=} 3 \cdot 6 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 8.$$

$$1.6: \quad (-3) \cdot (-5) \stackrel{\text{FS—}}{=} 3 \cdot 5 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 5.$$

$$1.7: \quad (-3) \cdot (-4) \stackrel{\text{FS—}}{=} 3 \cdot 4 \stackrel{\text{d)}}{=} \text{ten} + 2.$$

$$1.8: \quad (-3) \cdot (-3) \stackrel{\text{FS—}}{=} 3 \cdot 3 \stackrel{\text{d)}}{=} 9.$$

$$1.9: \quad (-3) \cdot (-2) \stackrel{\text{FS—}}{=} 3 \cdot 2 \stackrel{\text{d)}}{=} 6.$$

$$1.10: \quad (-3) \cdot (-1) \stackrel{\text{FS—}}{=} 3 \cdot 1 \stackrel{\text{d)}}{=} 3.$$

$$1.11: \quad (-3) \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot (-3) \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad (-3) \cdot 1 \stackrel{\text{FS—}}{=} -3 \cdot 1 \stackrel{\text{d)}}{=} -3.$$

$$1.13: \quad (-3) \cdot 2 \stackrel{\text{FS—}}{=} -3 \cdot 2 \stackrel{\text{d)}}{=} -6.$$

$$1.14: \quad (-3) \cdot 3 \stackrel{\text{FS—}}{=} -3 \cdot 3 \stackrel{\text{d)}}{=} -9.$$

$$1.15: \quad (-3) \cdot 4 \stackrel{\text{FS—}}{=} -3 \cdot 4 \stackrel{\text{d)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.16: \quad (-3) \cdot 5 \stackrel{\text{FS—}}{=} -3 \cdot 5 \stackrel{\text{d)}}{=} -(\text{ten} + 5).$$

$$1.17: \quad (-3) \cdot 6 \stackrel{\text{FS—}}{=} -3 \cdot 6 \stackrel{\text{d)}}{=} -(\text{ten} + 8).$$

$$1.18: \quad (-3) \cdot 7 \stackrel{\text{FS—}}{=} -3 \cdot 7 \stackrel{\text{d)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 1).$$

...

Beweis 206-1 s) ...

$$1.19: \quad (-3) \cdot 8 \stackrel{\text{FS}}{=} -3 \cdot 8 \stackrel{\text{d)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 4).$$

$$1.20: \quad (-3) \cdot 9 \stackrel{\text{FS}}{=} -3 \cdot 9 \stackrel{\text{d)}}{=} -(2 \cdot \text{ten} + 7).$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-3) \cdot (-9) = 2 \cdot \text{ten} + 7$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-3) \cdot (-8) = 2 \cdot \text{ten} + 4$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-3) \cdot (-7) = 2 \cdot \text{ten} + 1$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-3) \cdot (-6) = \text{ten} + 8$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-3) \cdot (-5) = \text{ten} + 5$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-3) \cdot (-4) = \text{ten} + 2$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-3) \cdot (-3) = 9$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$(-3) \cdot (-2) = 6$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$(-3) \cdot (-1) = 3$$

...

Beweis 206-1 s) ...

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$(-3) \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$(-3) \cdot 1 = -3$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$(-3) \cdot 2 = -6$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$(-3) \cdot 3 = -9$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$(-3) \cdot 4 = -(\text{ten} + 2)$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$(-3) \cdot 5 = -(\text{ten} + 5)$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$(-3) \cdot 6 = -(\text{ten} + 8)$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$(-3) \cdot 7 = -(2 \cdot \text{ten} + 1)$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$(-3) \cdot 8 = -(2 \cdot \text{ten} + 4)$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$(-3) \cdot 9 = -(2 \cdot \text{ten} + 7)$$

...

Beweis **206-1 s)** ...

2.20: Via **FS**— gilt:

$$(-3) \cdot \text{ten} = -3 \cdot \text{ten}.$$

t)

1.1: Via **FS**— gilt:

$$(-2) \cdot (-\text{ten}) = 2 \cdot \text{ten}$$

$$1.2: \quad (-2) \cdot (-9) \stackrel{\text{FS}—}{=} 2 \cdot 9 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 8.$$

$$1.3: \quad (-2) \cdot (-8) \stackrel{\text{FS}—}{=} 2 \cdot 8 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 6.$$

$$1.4: \quad (-2) \cdot (-7) \stackrel{\text{FS}—}{=} 2 \cdot 7 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 4.$$

$$1.5: \quad (-2) \cdot (-6) \stackrel{\text{FS}—}{=} 2 \cdot 6 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten} + 2.$$

$$1.6: \quad (-2) \cdot (-5) \stackrel{\text{FS}—}{=} 2 \cdot 5 \stackrel{\text{c)}}{=} \text{ten}.$$

$$1.7: \quad (-2) \cdot (-4) \stackrel{\text{FS}—}{=} 2 \cdot 4 \stackrel{\text{c)}}{=} 8.$$

$$1.8: \quad (-2) \cdot (-3) \stackrel{\text{FS}—}{=} 2 \cdot 3 \stackrel{\text{c)}}{=} 6.$$

$$1.9: \quad (-2) \cdot (-2) \stackrel{\text{FS}—}{=} 2 \cdot 2 \stackrel{\text{c)}}{=} 4.$$

$$1.10: \quad (-2) \cdot (-1) \stackrel{\text{FS}—}{=} 2 \cdot 1 \stackrel{\text{c)}}{=} 2.$$

$$1.11: \quad (-2) \cdot 0 \stackrel{\text{KGM}}{=} 0 \cdot (-2) \stackrel{\text{a)}}{=} 0.$$

$$1.12: \quad (-2) \cdot 1 \stackrel{\text{FS}—}{=} -2 \cdot 1 \stackrel{\text{c)}}{=} -2.$$

$$1.13: \quad (-2) \cdot 2 \stackrel{\text{FS}—}{=} -2 \cdot 2 \stackrel{\text{c)}}{=} -4.$$

$$1.14: \quad (-2) \cdot 3 \stackrel{\text{FS}—}{=} -2 \cdot 3 \stackrel{\text{c)}}{=} -6.$$

$$1.15: \quad (-2) \cdot 4 \stackrel{\text{FS}—}{=} -2 \cdot 4 \stackrel{\text{c)}}{=} -8.$$

$$1.16: \quad (-2) \cdot 5 \stackrel{\text{FS}—}{=} -2 \cdot 5 \stackrel{\text{c)}}{=} -\text{ten}.$$

$$1.17: \quad (-2) \cdot 6 \stackrel{\text{FS}—}{=} -2 \cdot 6 \stackrel{\text{c)}}{=} -(\text{ten} + 2).$$

$$1.18: \quad (-2) \cdot 7 \stackrel{\text{FS}—}{=} -2 \cdot 7 \stackrel{\text{c)}}{=} -(\text{ten} + 4).$$

...

Beweis 206-1 t) ...

$$1.19: \quad (-2) \cdot 8 \stackrel{\text{FS}}{=} -2 \cdot 8 \stackrel{\text{c)}}{=} -(\text{ten} + 6).$$

$$1.20: \quad (-2) \cdot 9 \stackrel{\text{FS}}{=} -2 \cdot 9 \stackrel{\text{c)}}{=} -(\text{ten} + 8).$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-2) \cdot (-9) = \text{ten} + 8$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-2) \cdot (-8) = \text{ten} + 6$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-2) \cdot (-7) = \text{ten} + 4$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-2) \cdot (-6) = \text{ten} + 2$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-2) \cdot (-5) = \text{ten}$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-2) \cdot (-4) = 8$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-2) \cdot (-3) = 6$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$(-2) \cdot (-2) = 4$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$(-2) \cdot (-1) = 2$$

...

Beweis 206-1 t) ...

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$(-2) \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$(-2) \cdot 1 = -2$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$(-2) \cdot 2 = -4$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$(-2) \cdot 3 = -6$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$(-2) \cdot 4 = -8$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$(-2) \cdot 5 = -\text{ten}$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$(-2) \cdot 6 = -(\text{ten} + 2)$$

2.17: Aus 1.18

folgt:

$$(-2) \cdot 7 = -(\text{ten} + 4)$$

2.18: Aus 1.19

folgt:

$$(-2) \cdot 8 = -(\text{ten} + 6)$$

2.19: Aus 1.20

folgt:

$$(-2) \cdot 9 = -(\text{ten} + 8)$$

...

Beweis **206-1** t) ...

2.20: Via **FS**– gilt:

$$(-2) \cdot \text{ten} = -2 \cdot \text{ten}.$$

u)

1.1: Aus **schola** “–ten Zahl”

folgt via **205-3**:

$$(-1) \cdot (-\text{ten}) = \text{ten}$$

1.2:

$$(-1) \cdot 1 \stackrel{\text{FS}}{=} -1 \cdot 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -1.$$

1.3:

$$(-1) \cdot 2 \stackrel{\text{FS}}{=} -1 \cdot 2 \stackrel{\text{b)}}{=} -2.$$

1.4:

$$(-1) \cdot 3 \stackrel{\text{FS}}{=} -1 \cdot 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -3.$$

1.5:

$$(-1) \cdot 4 \stackrel{\text{FS}}{=} -1 \cdot 4 \stackrel{\text{b)}}{=} -4.$$

1.6:

$$(-1) \cdot 5 \stackrel{\text{FS}}{=} -1 \cdot 5 \stackrel{\text{b)}}{=} -5.$$

1.7:

$$(-1) \cdot 6 \stackrel{\text{FS}}{=} -1 \cdot 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -6.$$

1.8:

$$(-1) \cdot 7 \stackrel{\text{FS}}{=} -1 \cdot 7 \stackrel{\text{b)}}{=} -7.$$

1.9:

$$(-1) \cdot 8 \stackrel{\text{FS}}{=} -1 \cdot 8 \stackrel{\text{b)}}{=} -8.$$

1.10:

$$(-1) \cdot 9 \stackrel{\text{FS}}{=} -1 \cdot 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -9.$$

1.11:

$$(-1) \cdot \text{ten} \stackrel{\text{FS}}{=} -1 \cdot \text{ten} \stackrel{\text{b)}}{=} -\text{ten}.$$

2.1: Aus **schola** “–9 Zahl”

folgt via **205-3**:

$$(-1) \cdot (-9) = 9$$

2.2: Aus **schola** “–8 Zahl”

folgt via **205-3**:

$$(-1) \cdot (-8) = 8$$

2.3: Aus **schola** “–7 Zahl”

folgt via **205-3**:

$$(-1) \cdot (-7) = 7$$

□

Beweis 206-1 u) ...

2.4: Aus $\in \text{schola}$ “ -6 Zahl”

folgt via **205-3**:

$$(-1) \cdot (-6) = 6$$

2.5: Aus $\in \text{schola}$ “ -5 Zahl”

folgt via **205-3**:

$$(-1) \cdot (-5) = 5$$

2.6: Aus $\in \text{schola}$ “ -4 Zahl”

folgt via **205-3**:

$$(-1) \cdot (-4) = 4$$

2.7: Aus $\in \text{schola}$ “ -3 Zahl”

folgt via **205-3**:

$$(-1) \cdot (-3) = 3$$

2.8: Aus $\in \text{schola}$ “ -2 Zahl”

folgt via **205-3**:

$$(-1) \cdot (-2) = 2$$

2.9: Aus $\in \text{schola}$ “ -1 Zahl”

folgt via **205-3**:

$$(-1) \cdot (-1) = 1$$

2.10: Aus $\in \text{schola}$ “ -1 Zahl”

folgt via **FSM0**:

$$(-1) \cdot 0 = 0$$

2.11: Aus 1.2

folgt:

$$(-1) \cdot 1 = -1$$

2.12: Aus 1.3

folgt:

$$(-1) \cdot 2 = -2$$

...

Beweis 206-1 u) ...

2.13: Aus 1.4

folgt:

$$(-1) \cdot 3 = -3$$

2.14: Aus 1.5

folgt:

$$(-1) \cdot 4 = -4$$

2.15: Aus 1.6

folgt:

$$(-1) \cdot 5 = -5$$

2.16: Aus 1.7

folgt:

$$(-1) \cdot 6 = -6$$

2.17: Aus 1.8

folgt:

$$(-1) \cdot 7 = -7$$

2.18: Aus 1.9

folgt:

$$(-1) \cdot 8 = -8$$

2.19: Aus 1.10

folgt:

$$(-1) \cdot 9 = -9$$

2.20: Aus 1.11

folgt:

$$(-1) \cdot \text{ten} = -\text{ten}$$

□

:schola.

Ersterstellung: 09/07/12

Letzte Änderung: 06/08/12

207-1. Mit Hilfe von **DKR*** \mathbb{R} lassen sich leicht die vorliegenden Kürzungs-Regeln, die 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **ten** und deren **mns**-Werte involvieren, beweisen:

207-1(Satz)

Es gelte:

$$\rightarrow) (x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U}).$$

Dann folgt:

- a) “ $((-\text{ten}) \cdot x) : (-\text{ten}) = x$ ” und “ $((-9) \cdot x) : (-9) = x$ ”
 und “ $((-8) \cdot x) : (-8) = x$ ” und “ $((-7) \cdot x) : (-7) = x$ ”
 und “ $((-6) \cdot x) : (-6) = x$ ” und “ $((-5) \cdot x) : (-5) = x$ ”
 und “ $((-4) \cdot x) : (-4) = x$ ” und “ $((-3) \cdot x) : (-3) = x$ ”
 und “ $((-2) \cdot x) : (-2) = x$ ” und “ $((-1) \cdot x) : (-1) = x$ ”.
- b) “ $(\text{ten} \cdot x) : \text{ten} = x$ ” und “ $(9 \cdot x) : 9 = x$ ” und “ $(8 \cdot x) : 8 = x$ ”
 und “ $(7 \cdot x) : 7 = x$ ” und “ $(6 \cdot x) : 6 = x$ ” und “ $(5 \cdot x) : 5 = x$ ”
 und “ $(4 \cdot x) : 4 = x$ ” und “ $(3 \cdot x) : 3 = x$ ” und “ $(2 \cdot x) : 2 = x$ ”
 und “ $(1 \cdot x) : 1 = x$ ”.

RECH-Notation.

Beweis 207-1 a)

- 1.1: Aus $\neq \text{schola}$ “ $0 \neq -\text{ten}$ ”,
 aus $\in \text{schola}$ “ $-\text{ten} \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-\text{ten}) \cdot x) : (-\text{ten}) = x$$

- 1.2: Aus $\neq \text{schola}$ “ $0 \neq -9$ ”,
 aus $\in \text{schola}$ “ $-9 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-9) \cdot x) : (-9) = x$$

...

Beweis 207-1 a) ...

- 1.3: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq -8$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $-8 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-8) \cdot x) : (-8) = x$$

- 1.4: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq -7$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $-7 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-7) \cdot x) : (-7) = x$$

- 1.5: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq -6$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $-6 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-6) \cdot x) : (-6) = x$$

- 1.6: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq -5$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $-5 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-5) \cdot x) : (-5) = x$$

- 1.7: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq -4$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $-4 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-4) \cdot x) : (-4) = x$$

- 1.8: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq -3$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $-3 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-3) \cdot x) : (-3) = x$$

...

Beweis 207-1 a) ...

1.9: Aus $\neq\text{schola}$ " $0 \neq -2$ ",
 aus $\in\text{schola}$ " $-2 \in \mathbb{R}$ " und
 aus \rightarrow " $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ "

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-2) \cdot x) : (-2) = x$$

1.10: Aus $\neq\text{schola}$ " $0 \neq -1$ ",
 aus $\in\text{schola}$ " $-1 \in \mathbb{R}$ " und
 aus \rightarrow " $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ "

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-1) \cdot x) : (-1) = x$$

b)

1.1: Aus $\neq\text{schola}$ " $0 \neq \text{ten}$ ",
 aus $\in\text{schola}$ " $\text{ten} \in \mathbb{R}$ " und
 aus \rightarrow " $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ "

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(\text{ten} \cdot x) : \text{ten} = x$$

1.2: Aus $\neq\text{schola}$ " $0 \neq 9$ ",
 aus $\in\text{schola}$ " $9 \in \mathbb{R}$ " und
 aus \rightarrow " $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ "

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(9 \cdot x) : 9 = x$$

1.3: Aus $\neq\text{schola}$ " $0 \neq 8$ ",
 aus $\in\text{schola}$ " $8 \in \mathbb{R}$ " und
 aus \rightarrow " $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ "

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(8 \cdot x) : 8 = x$$

1.4: Aus $\neq\text{schola}$ " $0 \neq 7$ ",
 aus $\in\text{schola}$ " $7 \in \mathbb{R}$ " und
 aus \rightarrow " $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ "

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(7 \cdot x) : 7 = x$$

...

Beweis 207-1 b) ...

- 1.5: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq 6$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $6 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(6 \cdot x) : 6 = x$$

- 1.6: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq 5$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $5 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(5 \cdot x) : 5 = x$$

- 1.7: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq 4$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $4 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(4 \cdot x) : 4 = x$$

- 1.8: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq 3$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $3 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(3 \cdot x) : 3 = x$$

- 1.9: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq 2$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $2 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(2 \cdot x) : 2 = x$$

- 1.10: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq 1$ ”,
 aus $\in\text{schola}$ “ $1 \in \mathbb{R}$ ” und
 aus \rightarrow) “ $(x \text{ Zahl}) \vee (x = \mathcal{U})$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(1 \cdot x) : 1 = x$$

□

207-2. Auch die vorliegenden Kürzungs-Regeln, die 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ten und deren mns-Werte involvieren, lassen sich leicht mit Hilfe von **DKR*** \mathbb{R} beweisen. Im Vergleich mit **207-1** fällt auf, dass *hier keine* Forderungen an x erhoben werden:

207-2(Satz)

- a) “ $(-\text{ten}) : ((-\text{ten}) \cdot x) = 1 : x$ ” und “ $(-9) : ((-9) \cdot x) = 1 : x$ ”
 und “ $(-8) : ((-8) \cdot x) = 1 : x$ ” und “ $(-7) : ((-7) \cdot x) = 1 : x$ ”
 und “ $(-6) : ((-6) \cdot x) = 1 : x$ ” und “ $(-5) : ((-5) \cdot x) = 1 : x$ ”
 und “ $(-4) : ((-4) \cdot x) = 1 : x$ ” und “ $(-3) : ((-3) \cdot x) = 1 : x$ ”
 und “ $(-2) : ((-2) \cdot x) = 1 : x$ ” und “ $(-1) : ((-1) \cdot x) = 1 : x$ ”.
- b) “ $\text{ten} : (\text{ten} \cdot x) = 1 : x$ ” und “ $9 : (9 \cdot x) = 1 : x$ ” und “ $8 : (8 \cdot x) = 1 : x$ ”
 und “ $7 : (7 \cdot x) = 1 : x$ ” und “ $6 : (6 \cdot x) = 1 : x$ ”
 und “ $5 : (5 \cdot x) = 1 : x$ ” und “ $4 : (4 \cdot x) = 1 : x$ ”
 und “ $3 : (3 \cdot x) = 1 : x$ ” und “ $2 : (2 \cdot x) = 1 : x$ ”
 und “ $1 : (1 \cdot x) = 1 : x$ ”.

RECH-Notation.

Beweis **207-2 a)**

1.1: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq -\text{ten}$ ” und
 aus $\in\text{schola}$ “ $-\text{ten} \in \mathbb{R}$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(-\text{ten}) : ((-\text{ten}) \cdot x) = 1 : x$$

1.2: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq -9$ ” und
 aus $\in\text{schola}$ “ $-9 \in \mathbb{R}$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(-9) : ((-9) \cdot x) = 1 : x$$

1.3: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq -8$ ” und
 aus $\in\text{schola}$ “ $-8 \in \mathbb{R}$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(-8) : ((-8) \cdot x) = 1 : x$$

...

Beweis 207-2 a) ...

1.4: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -7"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-7 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(-7) : ((-7) \cdot x) = 1 : x$$

1.5: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -6"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-6 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(-6) : ((-6) \cdot x) = 1 : x$$

1.6: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -5"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-5 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(-5) : ((-5) \cdot x) = 1 : x$$

1.7: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -4"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-4 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(-4) : ((-4) \cdot x) = 1 : x$$

1.8: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -3"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-3 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(-3) : ((-3) \cdot x) = 1 : x$$

1.9: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -2"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-2 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(-2) : ((-2) \cdot x) = 1 : x$$

1.10: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -1"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-1 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(-1) : ((-1) \cdot x) = 1 : x$$

Beweis **207-2** b)

1.1: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq \text{ten}"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "ten \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$\text{ten} : (\text{ten} \cdot x) = 1 : x$$

1.2: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 9"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "9 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$9 : (9 \cdot x) = 1 : x$$

1.3: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 8"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "8 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$8 : (8 \cdot x) = 1 : x$$

1.4: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 7"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "7 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$7 : (7 \cdot x) = 1 : x$$

1.5: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 6"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "6 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$6 : (6 \cdot x) = 1 : x$$

1.6: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 5"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "5 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$5 : (5 \cdot x) = 1 : x$$

1.7: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 4"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "4 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$4 : (4 \cdot x) = 1 : x$$

1.8: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 3"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "3 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$3 : (3 \cdot x) = 1 : x$$

...

Beweis 207-2 b) ...

1.9: Aus $\neg \text{schola}$ “ $0 \neq 2$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $2 \in \mathbb{R}$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$2 : (2 \cdot x) = 1 : x$$

1.10: Aus $\neg \text{schola}$ “ $0 \neq 1$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $1 \in \mathbb{R}$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$1 : (1 \cdot x) = 1 : x$$

□

207-3. Dass nach all den teilweise recht umfangreichen Fallunterscheidungen die aus der Schule vertrauten Kürzungs-Regeln mit 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **ten** und deren **mns**-Werten *ohne Weiteres* gültig sind, habe ich mir am Beginn von **Suite II - Die Arithmetische** nicht vorgestellt. Im Speziellen ist doch ein wenig verblüffend, dass $(1 \cdot x) : (1 \cdot y) = x : y$ gilt, ohne dass $1 \cdot x = x$ oder $1 \cdot y = y$ gelten müsste:

207-3(Satz)

- a) " $((-\text{ten}) \cdot x) : ((-\text{ten}) \cdot y) = x : y$ " und " $((-9) \cdot x) : ((-9) \cdot y) = x : y$ "
 und " $((-8) \cdot x) : ((-8) \cdot y) = x : y$ "
 und " $((-7) \cdot x) : ((-7) \cdot y) = x : y$ "
 und " $((-6) \cdot x) : ((-6) \cdot y) = x : y$ "
 und " $((-5) \cdot x) : ((-5) \cdot y) = x : y$ "
 und " $((-4) \cdot x) : ((-4) \cdot y) = x : y$ "
 und " $((-3) \cdot x) : ((-3) \cdot y) = x : y$ "
 und " $((-2) \cdot x) : ((-2) \cdot y) = x : y$ "
 und " $((-1) \cdot x) : ((-1) \cdot y) = x : y$ ".
- b) " $(\text{ten} \cdot x) : (\text{ten} \cdot y) = x : y$ " und " $(9 \cdot x) : (9 \cdot y) = x : y$ "
 und " $(8 \cdot x) : (8 \cdot y) = x : y$ " und " $(7 \cdot x) : (7 \cdot y) = x : y$ "
 und " $(6 \cdot x) : (6 \cdot y) = x : y$ " und " $(5 \cdot x) : (5 \cdot y) = x : y$ "
 und " $(4 \cdot x) : (4 \cdot y) = x : y$ " und " $(3 \cdot x) : (3 \cdot y) = x : y$ "
 und " $(2 \cdot x) : (2 \cdot y) = x : y$ " und " $(1 \cdot x) : (1 \cdot y) = x : y$ ".

RECH-Notation.

Beweis 207-3 a)

1.1: Aus $\neq\text{schola}$ " $0 \neq -\text{ten}$ " und
 aus $\in\text{schola}$ " $-\text{ten} \in \mathbb{R}$ "

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-\text{ten}) \cdot x) : ((-\text{ten}) \cdot y) = x : y$$

1.2: Aus $\neq\text{schola}$ " $0 \neq -9$ " und
 aus $\in\text{schola}$ " $-9 \in \mathbb{R}$ "

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-9) \cdot x) : ((-9) \cdot y) = x : y$$

...

Beweis 207-3 a) ...

1.3: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -8"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-8 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-8) \cdot x) : ((-8) \cdot y) = x : y$$

1.4: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -7"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-7 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-7) \cdot x) : ((-7) \cdot y) = x : y$$

1.5: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -6"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-6 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-6) \cdot x) : ((-6) \cdot y) = x : y$$

1.6: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -5"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-5 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-5) \cdot x) : ((-5) \cdot y) = x : y$$

1.7: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -4"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-4 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-4) \cdot x) : ((-4) \cdot y) = x : y$$

1.8: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -3"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-3 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-3) \cdot x) : ((-3) \cdot y) = x : y$$

1.9: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -2"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-2 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-2) \cdot x) : ((-2) \cdot y) = x : y$$

1.10: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq -1"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "-1 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$((-1) \cdot x) : ((-1) \cdot y) = x : y$$

Beweis **207-3** b)

1.1: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq \text{ten}"$ und
aus $\in_{\text{schola}} " \text{ten} \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(\text{ten} \cdot x) : (\text{ten} \cdot y) = x : y$$

1.2: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 9"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "9 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(9 \cdot x) : (9 \cdot y) = x : y$$

1.3: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 8"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "8 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(8 \cdot x) : (8 \cdot y) = x : y$$

1.4: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 7"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "7 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(7 \cdot x) : (7 \cdot y) = x : y$$

1.5: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 6"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "6 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(6 \cdot x) : (6 \cdot y) = x : y$$

1.6: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 5"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "5 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(5 \cdot x) : (5 \cdot y) = x : y$$

1.7: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 4"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "4 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(4 \cdot x) : (4 \cdot y) = x : y$$

1.8: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 3"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "3 \in \mathbb{R}"$

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(3 \cdot x) : (3 \cdot y) = x : y$$

...

Beweis 207-3 b) ...

1.9: Aus $\neg \text{schola}$ “ $0 \neq 2$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $2 \in \mathbb{R}$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(2 \cdot x) : (2 \cdot y) = x : y$$

1.10: Aus $\neg \text{schola}$ “ $0 \neq 1$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $1 \in \mathbb{R}$ ”

folgt via **DKR*** \mathbb{R} :

$$(1 \cdot x) : (1 \cdot y) = x : y$$

□

207-4. Mit dem vorliegenden, nett anzusehenden Resultat wird der Beweis von **207-6** angenehm verkürzt:

207-4(Satz)

$$x : 1 = x \cdot 1.$$

RECH-Notation.

Beweis **207-4**

1:

$$x : 1 \stackrel{\mathbf{136-1}}{=} x \cdot (1 : 1) \stackrel{\mathbf{123-11}}{=} x \cdot 1.$$

2: Aus 1
folgt:

$$x : 1 = x \cdot 1.$$

□

207-5. Die nun vorliegende Äquivalenz vereinfacht Einiges im Beweis von **207-6**:

207-5(Satz)

Die Aussagen i), ii), iii), iv) sind äquivalent:

i) $(-x) : x = -1.$

ii) $x : (-x) = -1.$

iii) $-x : x = -1.$

iv) $0 \neq x \in \mathbb{C}.$

RECH-Notation.

Beweis **207-5** $\boxed{\boxed{\text{i)} \Rightarrow \text{ii)}}}$ VS gleich

$$(-x) : x = -1.$$

1:

$$x : (-x) \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-x) : x \stackrel{\mathbf{VS}}{=} -1.$$

2: Aus 1
folgt:

$$x : (-x) = -1.$$

$\boxed{\boxed{\text{ii)} \Rightarrow \text{iii)}}}$ VS gleich

$$x : (-x) = -1.$$

1:

$$-x : x \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} x : (-x) \stackrel{\mathbf{VS}}{=} -1.$$

2: Aus 1
folgt:

$$-x : x = -1.$$

$\boxed{\boxed{\text{iii)} \Rightarrow \text{iv)}}}$ VS gleich

$$-x : x = -1.$$

1:

$$x : x \stackrel{\mathbf{100-4}}{=} -(-x : x) \stackrel{\mathbf{VS}}{=} -(-1) \stackrel{\mathbf{--scola}}{=} 1.$$

2: Aus 1 “ $x : x = \dots = 1$ ”
folgt via **139-3**:

$$0 \neq x \in \mathbb{C}.$$

$\boxed{\boxed{\text{iv)} \Rightarrow \text{v)}}}$ VS gleich

$$0 \neq x \in \mathbb{C}.$$

1: Aus **VS** gleich “ $0 \neq x \in \mathbb{C}$ ”
folgt via **139-3**:

$$x : x = 1.$$

2:

$$(-x) : x \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} -x : x \stackrel{\mathbf{1}}{=} -1.$$

3: Aus 2
folgt:

$$(-x) : x = -1.$$

□

207-6. Hier werden die Möglichkeiten, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ten durch diese Zahlen - inclusive mns-Versionen - zu "kürzen" zusammengefasst:

207-6(Satz) (:schola)

- a) $"(-\text{ten}) : (-\text{ten}) = 1"$ und $"(-\text{ten}) : (-8) = 5 : 4"$
und $"(-\text{ten}) : (-6) = 5 : 3"$ und $"(-\text{ten}) : (-5) = 2"$
und $"(-\text{ten}) : (-4) = 5 : 2"$ und $"(-\text{ten}) : (-2) = 5"$
und $"(-\text{ten}) : (-1) = \text{ten}"$ und $"(-\text{ten}) : 0 = 0"$
und $"(-\text{ten}) : 1 = -\text{ten}"$ und $"(-\text{ten}) : 2 = -5"$
und $"(-\text{ten}) : 4 = -5 : 2"$ und $"(-\text{ten}) : 5 = -2"$
und $"(-\text{ten}) : 6 = -5 : 3"$ und $"(-\text{ten}) : 8 = -5 : 4"$
und $"(-\text{ten}) : \text{ten} = -1"$.
- b) $"(-9) : (-9) = 1"$ und $"(-9) : (-6) = 3 : 2"$ und $"(-9) : (-3) = 3"$
und $"(-9) : (-1) = 9"$ und $"(-9) : 0 = 0"$
und $"(-9) : 1 = -9"$ und $"(-9) : 3 = -3"$
und $"(-9) : 6 = -3 : 2"$ und $"(-9) : 9 = -1"$.
- c) $"(-8) : (-\text{ten}) = 4 : 5"$ und $"(-8) : (-8) = 1"$
und $"(-8) : (-6) = 4 : 3"$ und $"(-8) : (-4) = 2"$
und $"(-8) : (-2) = 4"$ und $"(-8) : (-1) = 8"$
und $"(-8) : 0 = 0"$ und $"(-8) : 1 = -8"$
und $"(-8) : 2 = -4"$ und $"(-8) : 4 = -2"$
und $"(-8) : 6 = -4 : 3"$ und $"(-8) : 8 = -1"$
und $"(-8) : \text{ten} = -4 : 5"$.
- d) $"(-7) : (-7) = 1"$ und $"(-7) : (-1) = 7"$ und $"(-7) : 0 = 0"$
und $"(-7) : 1 = -7"$ und $"(-7) : 7 = -1"$.
- e) $"(-6) : (-\text{ten}) = 3 : 5"$ und $"(-6) : (-9) = 2 : 3"$
und $"(-6) : (-8) = 3 : 4"$ und $"(-6) : (-6) = 1"$
und $"(-6) : (-4) = 3 : 2"$ und $"(-6) : (-3) = 2"$
und $"(-6) : (-2) = 3"$ und $"(-6) : (-1) = 6"$ und $"(-6) : 0 = 0"$
und $"(-6) : 1 = -6"$ und $"(-6) : 2 = -3"$
und $"(-6) : 3 = -2"$ und $"(-6) : 4 = -3 : 2"$
und $"(-6) : 6 = -1"$ und $"(-6) : 8 = -3 : 4"$
und $"(-6) : 9 = -2 : 3"$ und $"(-6) : \text{ten} = -3 : 5"$.

...

RECH-Notation.

207-6(Satz) (:schola) ...

f) $"(-5) : (-\text{ten}) = 1 : 2"$ und $"(-5) : (-5) = 1"$
 und $"(-5) : (-1) = 5"$ und $"(-5) : 0 = 0"$
 und $"(-5) : 1 = -5"$ und $"(-5) : 5 = -1"$
 und $"(-5) : \text{ten} = -1 : 2"$.

g) $"(-4) : (-\text{ten}) = 2 : 5"$ und $"(-4) : (-8) = 1 : 2"$
 und $"(-4) : (-6) = 2 : 3"$ und $"(-4) : (-4) = 1"$
 und $"(-4) : (-2) = 2"$ und $"(-4) : (-1) = 4"$
 und $"(-4) : 0 = 0"$ und $"(-4) : 1 = -4"$
 und $"(-4) : 2 = -2"$ und $"(-4) : 4 = -1"$
 und $"(-4) : 6 = -2 : 3"$ und $"(-4) : 8 = -1 : 2"$
 und $"(-4) : \text{ten} = -2 : 5"$.

h) $"(-3) : (-9) = 1 : 3"$ und $"(-3) : (-6) = 1 : 2"$
 und $"(-3) : (-3) = 1"$ und $"(-3) : (-1) = 3"$
 und $"(-3) : 0 = 0"$ und $"(-3) : 1 = -3"$ und $"(-3) : 3 = -1"$
 und $"(-3) : 6 = -1 : 2"$ und $"(-3) : 9 = -1 : 3"$.

i) $"(-2) : (-\text{ten}) = 1 : 5"$ und $"(-2) : (-8) = 1 : 4"$
 und $"(-2) : (-6) = 1 : 3"$ und $"(-2) : (-4) = 1 : 2"$
 und $"(-2) : (-2) = 1"$ und $"(-2) : (-1) = 2"$
 und $"(-2) : 0 = 0"$ und $"(-2) : 1 = -2"$
 und $"(-2) : 2 = -1"$ und $"(-2) : 4 = -1 : 2"$
 und $"(-2) : 6 = -1 : 3"$ und $"(-2) : 8 = -1 : 4"$
 und $"(-2) : \text{ten} = -1 : 5"$.

j) $"(-1) : (-1) = 1"$ und $"(-1) : 0 = 0"$ und $"(-1) : 1 = -1"$.

k) $"0 : (-\text{ten}) = 0"$ und $"0 : (-9) = 0"$ und $"0 : (-8) = 0"$
 und $"0 : (-7) = 0"$ und $"0 : (-6) = 0"$ und $"0 : (-5) = 0"$
 und $"0 : (-4) = 0"$ und $"0 : (-3) = 0"$ und $"0 : (-2) = 0"$
 und $"0 : (-1) = 0"$ und $"0 : 0 = 0"$ und $"0 : 1 = 0"$
 und $"0 : 2 = 0"$ und $"0 : 3 = 0"$ und $"0 : 4 = 0"$ und $"0 : 5 = 0"$
 und $"0 : 6 = 0"$ und $"0 : 7 = 0"$ und $"0 : 8 = 0"$ und $"0 : 9 = 0"$
 und $"0 : \text{ten} = 0"$.

...

RECH-Notation.

207-6(Satz) (:schola) ...

l) $"1 : (-1) = -1"$ und $"1 : 0 = 0"$ und $"1 : 1 = 1"$.

m) $"2 : (-\text{ten}) = -1 : 5"$ und $"2 : (-8) = -1 : 4"$
 und $"2 : (-6) = -1 : 3"$ und $"2 : (-4) = -1 : 2"$
 und $"2 : (-2) = -1"$ und $"2 : (-1) = -2"$
 und $"2 : 0 = 0"$ und $"2 : 1 = 2"$ und $"2 : 2 = 1"$
 und $"2 : 4 = 1 : 2"$ und $"2 : 6 = 1 : 3"$ und $"2 : 8 = 1 : 4"$
 und $"2 : \text{ten} = 1 : 5"$.

n) $"3 : (-9) = -1 : 3"$ und $"3 : (-6) = -1 : 2"$
 und $"3 : (-3) = -1"$ und $"3 : (-1) = -3"$
 und $"3 : 0 = 0"$ und $"3 : 1 = 3"$ und $"3 : 3 = 1"$
 und $"3 : 6 = 1 : 2"$ und $"3 : 9 = 1 : 3"$.

o) $"4 : (-\text{ten}) = -2 : 5"$ und $"4 : (-8) = -1 : 2"$
 und $"4 : (-6) = -2 : 3"$ und $"4 : (-4) = -1"$
 und $"4 : (-2) = -2"$ und $"4 : (-1) = -4"$
 und $"4 : 0 = 0"$ und $"4 : 1 = 4"$ und $"4 : 2 = 2"$
 und $"4 : 4 = 1"$ und $"4 : 6 = 2 : 3"$ und $"4 : 8 = 1 : 2"$
 und $"4 : \text{ten} = 2 : 5"$.

p) $"5 : (-\text{ten}) = -1 : 2"$ und $"5 : (-5) = -1"$ und $"5 : (-1) = -5"$
 und $"5 : 0 = 0"$ und $"5 : 1 = 5"$ und $"5 : 5 = 1"$
 und $"5 : \text{ten} = 1 : 2"$.

q) $"6 : (-\text{ten}) = -3 : 5"$ und $"6 : (-9) = -2 : 3"$
 und $"6 : (-8) = -3 : 4"$ und $"6 : (-6) = -1"$
 und $"6 : (-4) = -3 : 2"$ und $"6 : (-3) = -2"$
 und $"6 : (-2) = -3"$ und $"6 : (-1) = -6"$ und $"6 : 0 = 0"$
 und $"6 : 1 = 6"$ und $"6 : 2 = 3"$ und $"6 : 3 = 2"$
 und $"6 : 4 = 3 : 2"$ und $"6 : 6 = 1"$ und $"6 : 8 = 3 : 4"$
 und $"6 : 9 = 2 : 3"$ und $"6 : \text{ten} = 3 : 5"$.

r) $"7 : (-7) = -1"$ und $"7 : (-1) = -7"$ und $"7 : 0 = 0"$
 und $"7 : 1 = 7"$ und $"7 : 7 = 1"$.

...

RECH-Notation.

207-6(Satz) (:schola) ...

s) " $8 : (-\text{ten}) = -4 : 5$ " und " $8 : (-8) = -1$ "
 und " $8 : (-6) = -4 : 3$ " und " $8 : (-4) = -2$ "
 und " $8 : (-2) = -4$ " und " $8 : (-1) = -8$ "
 und " $8 : 0 = 0$ " und " $8 : 1 = 8$ " und " $8 : 2 = 4$ "
 und " $8 : 4 = 2$ " und " $8 : 6 = 4 : 3$ " und " $8 : 8 = 1$ "
 und " $8 : \text{ten} = 4 : 5$."

t) " $9 : (-9) = -1$ " und " $9 : (-6) = -3 : 2$ "
 und " $9 : (-3) = -3$ " und " $9 : (-1) = -9$ "
 und " $9 : 0 = 0$ " und " $9 : 1 = 9$ " und " $9 : 3 = 3$ "
 und " $9 : 6 = 3 : 2$ " und " $9 : 9 = 1$ ".

u) " $\text{ten} : (-\text{ten}) = -1$ " und " $\text{ten} : (-8) = -5 : 4$ "
 und " $\text{ten} : (-6) = -5 : 3$ " und " $\text{ten} : (-5) = -2$ "
 und " $\text{ten} : (-4) = -5 : 2$ " und " $\text{ten} : (-2) = -5$ "
 und " $\text{ten} : (-1) = -\text{ten}$ " und " $\text{ten} : 0 = 0$ "
 und " $\text{ten} : 1 = \text{ten}$ " und " $\text{ten} : 2 = 5$ " und " $\text{ten} : 4 = 5 : 2$ "
 und " $\text{ten} : 5 = 2$ " und " $\text{ten} : 6 = 5 : 3$ " und " $\text{ten} : 8 = 5 : 4$ "
 und " $\text{ten} : \text{ten} = 1$ ".

RECH-Notation.

Beweis **207-6** a)

1.1: Aus $\neq\text{schola}$ “ $-\text{ten} \neq 0$ ” und
aus $\in\text{schola}$ “ $-\text{ten} \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **139-3**:

$$(-\text{ten}) : (-\text{ten}) = 1$$

$$1.2: \quad (-\text{ten}) : (-8) \stackrel{\text{FS-}}{=} \text{ten} : 8 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot 5) : 8 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot 5) : (2 \cdot 4) \stackrel{207-3}{=} 5 : 4.$$

$$1.3: \quad (-\text{ten}) : (-6) \stackrel{\text{FS-}}{=} \text{ten} : 6 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot 5) : 6 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot 5) : (2 \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} 5 : 3.$$

$$1.4: \quad \begin{aligned} (-\text{ten}) : (-5) &\stackrel{\text{FS-}}{=} \text{ten} : 5 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (5 \cdot 2) : 5 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (5 \cdot 2) : (5 \cdot 1) \\ &\stackrel{207-3}{=} 2 : 1 \stackrel{207-4}{=} 2 \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} 2. \end{aligned}$$

$$1.5: \quad (-\text{ten}) : (-4) \stackrel{\text{FS-}}{=} \text{ten} : 4 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot 5) : 4 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot 5) : (2 \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} 5 : 2.$$

$$1.6: \quad \begin{aligned} (-\text{ten}) : (-2) &\stackrel{\text{FS-}}{=} \text{ten} : 2 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot 5) : 2 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot 5) : (2 \cdot 1) \\ &\stackrel{207-3}{=} 5 : 1 \stackrel{207-4}{=} 5 \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} 5. \end{aligned}$$

$$1.7: \quad (-\text{ten}) : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} \text{ten} : 1 \stackrel{207-4}{=} \text{ten} \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} \text{ten}.$$

1.8: Aus $\in\text{schola}$ “ $-\text{ten}$ Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$(-\text{ten}) : 0 = 0$$

$$1.9: \quad (-\text{ten}) : 1 \stackrel{207-4}{=} (-\text{ten}) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} -\text{ten}.$$

$$1.10: \quad \begin{aligned} (-\text{ten}) : 2 &\stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-5)) : 2 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-5)) : (2 \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} (-5) : 1 \\ &\stackrel{207-4}{=} (-5) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} -5. \end{aligned}$$

$$1.11: \quad \begin{aligned} (-\text{ten}) : 4 &\stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-5)) : 4 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-5)) : (2 \cdot 2) \stackrel{207-4}{=} (-5) : 2 \\ &\stackrel{\text{FS-}}{=} -5 : 2. \end{aligned}$$

$$1.12: \quad \begin{aligned} (-\text{ten}) : 5 &\stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (5 \cdot (-2)) : 5 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (5 \cdot (-2)) : (5 \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} (-2) : 1 \\ &\stackrel{207-4}{=} (-2) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} -2. \end{aligned}$$

$$1.13: \quad \begin{aligned} (-\text{ten}) : 6 &\stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-5)) : 6 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-5)) : (2 \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} (-5) : 3 \\ &\stackrel{\text{FS-}}{=} -5 : 3. \end{aligned}$$

$$1.14: \quad \begin{aligned} (-\text{ten}) : 8 &\stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-5)) : 8 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-5)) : (2 \cdot 4) \stackrel{207-3}{=} (-5) : 4 \\ &\stackrel{\text{FS-}}{=} -5 : 4. \end{aligned}$$

...

Beweis 207-6 a) ...

1.15: Aus $\neg \text{schola} "0 \neq \text{ten}"$ und
aus $\in \text{schola} "ten \in \mathbb{C}"$

folgt via **207-5**:

$$(-\text{ten}) : \text{ten} = -1$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-\text{ten}) : (-8) = 5 : 4$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-\text{ten}) : (-6) = 5 : 3$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-\text{ten}) : (-5) = 2$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-\text{ten}) : (-4) = 5 : 2$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-\text{ten}) : (-2) = 5$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-\text{ten}) : (-1) = \text{ten}$$

2.7: Aus 1.9

folgt:

$$(-\text{ten}) : 1 = -\text{ten}$$

2.8: Aus 1.10

folgt:

$$(-\text{ten}) : 2 = -5$$

...

Beweis **207-6** a) ...

2.9: Aus 1.11

folgt:

$$(-\text{ten}) : 4 = -5 : 2$$

2.10: Aus 1.12

folgt:

$$(-\text{ten}) : 5 = -2$$

2.11: Aus 1.13

folgt:

$$(-\text{ten}) : 6 = -5 : 3$$

2.12: Aus 1.14

folgt:

$$(-\text{ten}) : 8 = -5 : 4$$

b)

1.1: Aus $\neq \text{schola}$ “ $-9 \neq 0$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $-9 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **139-3**:

$$(-9) : (-9) = 1$$

$$1.2: \quad (-9) : (-6) \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} ((-3) \cdot 3) : (-6) \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} ((-3) \cdot 3) : ((-3) \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} 3 : 2.$$

$$1.3: \quad (-9) : (-3) \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} ((-3) \cdot 3) : (-3) \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} ((-3) \cdot 3) : ((-3) \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} 3 : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} 3 \cdot 1 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} 3.$$

$$1.4: \quad (-9) : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} 9 : 1 \stackrel{207-4}{=} 9 \cdot 1 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} 9.$$

1.5: Aus $\in \text{schola}$ “ -9 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$(-9) : 0 = 0$$

$$1.6: \quad (-9) : 1 \stackrel{207-4}{=} (-9) \cdot 1 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} -9.$$

$$1.7: \quad (-9) : 3 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} (3 \cdot (-3)) : 3 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} (3 \cdot (-3)) : (3 \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} (-3) : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} (-3) \cdot 1 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} -3.$$

...

Beweis **207-6** b) ...

$$1.8: \quad (-9) : 6 \stackrel{\text{schola}}{=} (3 \cdot (-3)) : 6 \stackrel{\text{schola}}{=} (3 \cdot (-3)) : (3 \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} (-3) : 2 \\ \stackrel{\text{FS-}}{=} -3 : 2.$$

1.9: Aus $\neq \text{schola}$ “ $0 \neq 9$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $9 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **207-5**:

$$(-9) : 9 = -1$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-9) : (-6) = 3 : 2$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-9) : (-3) = 3$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-9) : (-1) = 9$$

2.4: Aus 1.6

folgt:

$$(-9) : 1 = -9$$

2.5: Aus 1.7

folgt:

$$(-9) : 3 = -3$$

2.6: Aus 1.8

folgt:

$$(-9) : 6 = -3 : 2$$

c)

$$1.1: \quad (-8) : (-\text{ten}) \stackrel{\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 4) : (-\text{ten}) \stackrel{\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 4) : ((-2) \cdot 5) \stackrel{207-3}{=} 4 : 5.$$

1.2: Aus $\neq \text{schola}$ “ $-8 \neq 0$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $-8 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **139-3**:

$$(-8) : (-8) = 1$$

...

Beweis 207-6 c) ...

$$1.3: \quad (-8) : (-6) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 4) : (-6) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 4) : ((-2) \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} 4 : 3.$$

$$1.4: \quad (-8) : (-4) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-4) \cdot 2) : (-4) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-4) \cdot 2) : ((-4) \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} 2 : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} 2 \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} 2.$$

$$1.5: \quad (-8) : (-2) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 4) : (-2) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 4) : ((-2) \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} 4 : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} 4 \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} 4.$$

$$1.6: \quad (-8) : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} 8 : 1 \stackrel{207-4}{=} 8 \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} 8.$$

1.7: Aus $\in\text{schola}$ “-8 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$(-8) : 0 = 0$$

$$1.8: \quad (-8) : 1 \stackrel{207-4}{=} (-8) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} -8.$$

$$1.9: \quad (-8) : 2 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-4)) : 2 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-4)) : (2 \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} (-4) : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} (-4) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} -4.$$

$$1.10: \quad (-8) : 4 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (4 \cdot (-2)) : 4 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (4 \cdot (-2)) : (4 \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} (-2) : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} (-2) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} -2.$$

$$1.11: \quad (-8) : 6 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-4)) : 6 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-4)) : (2 \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} (-4) : 3 \stackrel{\text{FS-}}{=} -4 : 3.$$

1.12: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq 8$ ” und
aus $\in\text{schola}$ “ $8 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **207-5**:

$$(-8) : 8 = -1$$

$$1.13: \quad (-8) : \text{ten} \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-4)) : \text{ten} \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-4)) : (2 \cdot 5) \stackrel{207-3}{=} (-4) : 5 \\ \stackrel{\text{FS-}}{=} -4 : 5.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$(-8) : (-\text{ten}) = 4 : 5$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-8) : (-6) = 4 : 3$$

...

Beweis 207-6 c) ...

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-8) : (-4) = 2$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-8) : (-2) = 4$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-8) : (-1) = 8$$

2.6: Aus 1.8

folgt:

$$(-8) : 1 = -8$$

2.7: Aus 1.9

folgt:

$$(-8) : 2 = -4$$

2.8: Aus 1.10

folgt:

$$(-8) : 4 = -2$$

2.9: Aus 1.11

folgt:

$$(-8) : 6 = -4 : 3$$

2.10: Aus 1.13

folgt:

$$(-8) : \text{ten} = -4 : 5$$

d)

1.1: Aus \neq schola " $-7 \neq 0$ " und
aus \in schola " $-7 \in \mathbb{C}$ "

folgt via 139-3:

$$(-7) : (-7) = 1$$

...

Beweis 207-6 d) ...

$$1.2: \quad (-7) : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} 7 : 1 \stackrel{207-4}{=} 7 \cdot 1 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} 7.$$

1.3: Aus $\in \text{schola}$ “ -7 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$(-7) : 0 = 0$$

$$1.4: \quad (-7) : 1 \stackrel{207-4}{=} (-7) \cdot 1 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} -7.$$

1.5: Aus $\neq \text{schola}$ “ $0 \neq 7$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $7 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **207-5**:

$$(-7) : 7 = -1$$

2.1: Aus 1.2

folgt:

$$(-7) : (-1) = 7$$

2.2: Aus 1.4

folgt:

$$(-7) : 1 = -7$$

e)

$$1.1: \quad (-6) : (-\text{ten}) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-2) \cdot 3) : (-\text{ten}) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-2) \cdot 3) : ((-2) \cdot 5) \stackrel{207-3}{=} 3 : 5.$$

$$1.2: \quad (-6) : (-9) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-3) \cdot 2) : (-9) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-3) \cdot 2) : ((-3) \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} 2 : 3.$$

$$1.3: \quad (-6) : (-8) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-2) \cdot 3) : (-8) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-2) \cdot 3) : ((-2) \cdot 4) \stackrel{207-3}{=} 3 : 4.$$

1.4: Aus $\neq \text{schola}$ “ $-6 \neq 0$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $-6 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **139-3**:

$$(-6) : (-6) = 1$$

$$1.5: \quad (-6) : (-4) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-2) \cdot 3) : (-4) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-2) \cdot 3) : ((-2) \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} 3 : 2.$$

$$1.6: \quad (-6) : (-3) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-3) \cdot 2) : (-3) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-3) \cdot 2) : ((-3) \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} 2 : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} 2 \cdot 1 \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} 2.$$

$$1.7: \quad (-6) : (-2) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-2) \cdot 3) : (-2) \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} ((-2) \cdot 3) : ((-2) \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} 3 : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} 3 \cdot 1 \stackrel{\cdot \text{scola}}{=} 3.$$

...

Beweis **207-6 e)** ...

$$1.8: \quad (-6) : (-1) \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} 6 : 1 \stackrel{207-4}{=} 6 \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} 6.$$

1.9: Aus $\in\text{schola}$ “-6 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$(-6) : 0 = 0$$

$$1.10: \quad (-6) : 1 \stackrel{207-4}{=} (-6) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} -6.$$

$$1.11: \quad (-6) : 2 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (2 \cdot (-3)) : 2 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (2 \cdot (-3)) : (2 \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} (-3) : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} (-3) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} -3.$$

$$1.12: \quad (-6) : 3 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (3 \cdot (-2)) : 3 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (3 \cdot (-2)) : (3 \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} (-2) : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} (-2) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} -2.$$

$$1.13: \quad (-6) : 4 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (2 \cdot (-3)) : 4 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (2 \cdot (-3)) : (2 \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} (-3) : 2 \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} -3 : 2.$$

1.14: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq 6$ ” und
aus $\in\text{schola}$ “ $6 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **207-5**:

$$(-6) : 6 = -1$$

$$1.15: \quad (-6) : 8 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (2 \cdot (-3)) : 8 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (2 \cdot (-3)) : (2 \cdot 4) \stackrel{207-3}{=} (-3) : 4 \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} -3 : 4.$$

$$1.16: \quad (-6) : 9 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (3 \cdot (-2)) : 9 \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (3 \cdot (-2)) : (3 \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} (-2) : 3 \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} -2 : 3.$$

$$1.17: \quad (-6) : \text{ten} \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (2 \cdot (-3)) : \text{ten} \stackrel{\cdot\text{scola}}{=} (2 \cdot (-3)) : (2 \cdot 5) \stackrel{207-3}{=} (-3) : 5 \\ \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} -3 : 5.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$(-6) : (-\text{ten}) = 3 : 5$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$(-6) : (-9) = 2 : 3$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$(-6) : (-8) = 3 : 4$$

...

Beweis 207-6 e) ...

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-6) : (-4) = 3 : 2$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-6) : (-3) = 2$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$(-6) : (-2) = 3$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$(-6) : (-1) = 6$$

2.8: Aus 1.10

folgt:

$$(-6) : 1 = -6$$

2.9: Aus 1.11

folgt:

$$(-6) : 2 = -3$$

2.10: Aus 1.12

folgt:

$$(-6) : 3 = -2$$

2.11: Aus 1.13

folgt:

$$(-6) : 4 = -3 : 2$$

2.12: Aus 1.15

folgt:

$$(-6) : 8 = -3 : 4$$

2.13: Aus 1.16

folgt:

$$(-6) : 9 = -2 : 3$$

...

Beweis **207-6 e)** ...

2.14: Aus 1.17

folgt:

$$(-6) : \text{ten} = -3 : 5$$

f)

$$1.1: (-5) : (-\text{ten}) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-5) \cdot 1) : (-\text{ten}) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-5) \cdot 1) : ((-5) \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} 1 : 2.$$

1.2: Aus $\neq\text{schola}$ “ $-5 \neq 0$ ” und
aus $\in\text{schola}$ “ $-5 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **139-3**:

$$(-5) : (-5) = 1$$

1.3:

$$(-5) : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} 5 : 1 \stackrel{207-4}{=} 5 \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} 5.$$

1.4: Aus $\in\text{schola}$ “ -5 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$(-5) : 0 = 0$$

1.5:

$$(-5) : 1 \stackrel{207-4}{=} (-5) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} -5.$$

1.6: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq 5$ ” und
aus $\in\text{schola}$ “ $5 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **207-5**:

$$(-5) : 5 = -1$$

$$1.7: (-5) : \text{ten} \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (5 \cdot (-1)) : \text{ten} \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (5 \cdot (-1)) : (5 \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} (-1) : 2 \stackrel{\text{FS-}}{=} -1 : 2.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$(-5) : (-\text{ten}) = 1 : 2$$

2.2: Aus 1.3

folgt:

$$(-5) : (-1) = 5$$

2.3: Aus 1.5

folgt:

$$(-5) : 1 = -5$$

□

Beweis **207-6 f)** ...

2.4: Aus 1.7

folgt:

$$(-5) : \text{ten} = -1 : 2$$

g)

$$1.1: (-4) : (-\text{ten}) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 2) : (-\text{ten}) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 2) : ((-2) \cdot 5) \stackrel{207-3}{=} 2 : 5.$$

$$1.2: (-4) : (-8) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-4) \cdot 1) : (-8) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-4) \cdot 1) : ((-4) \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} 1 : 2.$$

$$1.3: (-4) : (-6) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 2) : (-6) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 2) : ((-2) \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} 2 : 3.$$

1.4: Aus $\neq\text{schola}$ “ $-4 \neq 0$ ” und
aus $\in\text{schola}$ “ $-4 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **139-3**:

$$(-4) : (-4) = 1$$

$$1.5: (-4) : (-2) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 2) : (-2) \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 2) : ((-2) \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} 2 : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} 2 \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} 2.$$

$$1.6: (-4) : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} 4 : 1 \stackrel{207-4}{=} 4 \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} 4.$$

1.7: Aus $\in\text{schola}$ “ -4 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$(-4) : 0 = 0$$

$$1.8: (-4) : 1 \stackrel{207-4}{=} (-4) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} -4.$$

$$1.9: (-4) : 2 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-2)) : 2 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-2)) : (2 \cdot 1) \stackrel{207-3}{=} (-2) : 1 \\ \stackrel{207-4}{=} (-2) \cdot 1 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} -2.$$

1.10: Aus $\neq\text{schola}$ “ $0 \neq 4$ ” und
aus $\in\text{schola}$ “ $4 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **207-5**:

$$(-4) : 4 = -1$$

$$1.11: (-4) : 6 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-2)) : 6 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (2 \cdot (-2)) : (2 \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} (-2) : 3 \stackrel{\text{FS-}}{=} -2 : 3.$$

$$1.12: (-4) : 8 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (4 \cdot (-1)) : 8 \stackrel{\cdot\text{schola}}{=} (4 \cdot (-1)) : (4 \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} (-1) : 2 \stackrel{\text{FS-}}{=} -1 : 2.$$

...

Beweis 207-6 g) ...

$$1.13: \quad (-4) : \text{ten} \stackrel{\text{schola}}{=} (2 \cdot (-2)) : \text{ten} \stackrel{\text{schola}}{=} (2 \cdot (-2)) : (2 \cdot 5) \stackrel{207-3}{=} (-2) : 5 \\ \stackrel{\text{FS-}}{=} -2 : 5.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$(-4) : (-\text{ten}) = 2 : 5$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$(-4) : (-8) = 1 : 2$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$(-4) : (-6) = 2 : 3$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$(-4) : (-2) = 2$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-4) : (-1) = 4$$

2.6: Aus 1.8

folgt:

$$(-4) : 1 = -4$$

2.7: Aus 1.9

folgt:

$$(-4) : 2 = -2$$

2.8: Aus 1.11

folgt:

$$(-4) : 6 = -2 : 3$$

2.9: Aus 1.12

folgt:

$$(-4) : 8 = -1 : 2$$

...

Beweis **207-6** g) ...

2.10: Aus 1.13

folgt:

$$(-4) : \text{ten} = -2 : 5$$

h)

$$1.1: (-3) : (-9) \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} ((-3) \cdot 1) : (-9) \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} ((-3) \cdot 1) \cdot ((-3) \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} 1 : 3.$$

$$1.2: (-3) : (-6) \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} ((-3) \cdot 1) : (-6) \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} ((-3) \cdot 1) \cdot ((-3) \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} 1 : 2.$$

1.3: Aus $\neq \text{schola}$ “ $-3 \neq 0$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $-3 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **139-3**:

$$(-3) : (-3) = 1$$

$$1.4: (-3) : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} 3 : 1 \stackrel{207-4}{=} 3 \cdot 1 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} 3.$$

1.5: Aus $\in \text{schola}$ “ -3 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$(-3) : 0 = 0$$

$$1.6: (-3) : 1 \stackrel{207-4}{=} (-3) \cdot 1 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} -3.$$

1.7: Aus $\neq \text{schola}$ “ $0 \neq 3$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $3 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **207-5**:

$$(-3) : 3 = -1$$

$$1.8: (-3) : 6 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} (3 \cdot (-1)) : 6 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} (3 \cdot (-1)) : (3 \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} (-1) : 2 \stackrel{\text{FS-}}{=} -1 : 2.$$

$$1.9: (-3) : 9 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} (3 \cdot (-1)) : 9 \stackrel{\cdot \text{schola}}{=} (3 \cdot (-1)) : (3 \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} (-1) : 3 \stackrel{\text{FS-}}{=} -1 : 3.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$(-3) : (-9) = 1 : 3$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$(-3) : (-6) = 1 : 2$$

...

Beweis **207-6 h)** ...

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$(-3) : (-1) = 3$$

2.4: Aus 1.6

folgt:

$$(-3) : 1 = -3$$

2.5: Aus 1.8

folgt:

$$(-3) : 6 = -1 : 2$$

2.6: Aus 1.9

folgt:

$$(-3) : 9 = -1 : 3$$

i)

$$1.1: (-2) : (-10) \stackrel{\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 1) : (-10) \stackrel{\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 1) : ((-2) \cdot 5) \stackrel{207-3}{=} 1 : 5.$$

$$1.2: (-2) : (-8) \stackrel{\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 1) : (-8) \stackrel{\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 1) : ((-2) \cdot 4) \stackrel{207-3}{=} 1 : 4.$$

$$1.3: (-2) : (-6) \stackrel{\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 1) : (-6) \stackrel{\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 1) : ((-2) \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} 1 : 3.$$

$$1.4: (-2) : (-4) \stackrel{\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 1) : (-4) \stackrel{\text{schola}}{=} ((-2) \cdot 1) : ((-2) \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} 1 : 2.$$

1.5: Aus $\neq \text{schola}$ “ $-2 \neq 0$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $-2 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **139-3**:

$$(-2) : (-2) = 1$$

$$1.6: (-2) : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} 2 : 1 \stackrel{207-2}{=} 2 \cdot 1 \stackrel{\text{schola}}{=} 2.$$

1.7: Aus $\in \text{schola}$ “ -2 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$(-2) : 0 = 0$$

$$1.8: (-2) : 1 \stackrel{207-2}{=} (-2) \cdot 1 \stackrel{\text{schola}}{=} -2.$$

...

Beweis **207-6** i)

1.9: Aus $\neq_{\text{schola}} "0 \neq 2"$ und
aus $\in_{\text{schola}} "2 \in \mathbb{C}"$

folgt via **207-5**:

$$(-2) : 2 = -1$$

$$1.10: (-2) : 4 \stackrel{\cdot_{\text{schola}}}{=} (2 \cdot (-1)) : 4 \stackrel{\cdot_{\text{schola}}}{=} (2 \cdot (-1)) : (2 \cdot 2) \stackrel{207-3}{=} (-1) : 2 \stackrel{\text{FS-}}{=} -1 : 2.$$

$$1.11: (-2) : 6 \stackrel{\cdot_{\text{schola}}}{=} (2 \cdot (-1)) : 6 \stackrel{\cdot_{\text{schola}}}{=} (2 \cdot (-1)) : (2 \cdot 3) \stackrel{207-3}{=} (-1) : 3 \stackrel{\text{FS-}}{=} -1 : 3.$$

$$1.12: (-2) : 8 \stackrel{\cdot_{\text{schola}}}{=} (2 \cdot (-1)) : 8 \stackrel{\cdot_{\text{schola}}}{=} (2 \cdot (-1)) : (2 \cdot 4) \stackrel{207-3}{=} (-1) : 4 \stackrel{\text{FS-}}{=} -1 : 4.$$

$$1.13: \quad (-2) : \text{ten} \stackrel{\cdot_{\text{schola}}}{=} (2 \cdot (-1)) : \text{ten} \stackrel{\cdot_{\text{schola}}}{=} (2 \cdot (-1)) : (2 \cdot 5) \stackrel{207-3}{=} (-1) : 5 \stackrel{\text{FS-}}{=} -1 : 5.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$(-2) : (-\text{ten}) = 1 : 5$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$(-2) : (-8) = 1 : 4$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$(-2) : (-6) = 1 : 3$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$(-2) : (-4) = 1 : 2$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$(-2) : (-1) = 2$$

2.6: Aus 1.8

folgt:

$$(-2) : 1 = -2$$

...

Beweis 207-6 i) ...

2.7: Aus 1.10

folgt:

$$(-2) : 4 = -1 : 2$$

2.8: Aus 1.11

folgt:

$$(-2) : 6 = -1 : 3$$

2.9: Aus 1.12

folgt:

$$(-2) : 8 = -1 : 4$$

2.10: Aus 1.13

folgt:

$$(-2) : \text{ten} = -1 : 5$$

j)

1.1: Aus $\neg \text{schola}$ “ $-1 \neq 0$ ” und
aus $\in \text{schola}$ “ $-1 \in \mathbb{C}$ ”

folgt via **139-3**:

$$(-1) : (-1) = 1$$

1.2: Aus $\in \text{schola}$ “ -1 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$(-1) : 0 = 0$$

1.3: Aus $\in \text{schola}$ “ -1 Zahl”

folgt via **FSD1**:

$$(-1) : 1 = -1$$

k)

1.1: Aus $\in \text{schola}$ “ $-\text{ten}$ Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : (-\text{ten}) = 0$$

1.2: Aus $\in \text{schola}$ “ -9 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : (-9) = 0$$

...

Beweis 207-6 k) ...

1.3: Aus $\in \mathbf{schola}$ “ -8 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : (-8) = 0$$

1.4: Aus $\in \mathbf{schola}$ “ -7 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : (-7) = 0$$

1.5: Aus $\in \mathbf{schola}$ “ -6 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : (-6) = 0$$

1.6: Aus $\in \mathbf{schola}$ “ -5 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : (-5) = 0$$

1.7: Aus $\in \mathbf{schola}$ “ -4 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : (-4) = 0$$

1.8: Aus $\in \mathbf{schola}$ “ -3 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : (-3) = 0$$

1.9: Aus $\in \mathbf{schola}$ “ -2 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : (-2) = 0$$

1.10: Aus $\in \mathbf{schola}$ “ -1 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : (-1) = 0$$

1.11: Aus $\in \mathbf{schola}$ “ 0 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : 0 = 0$$

1.12: Aus $\in \mathbf{schola}$ “ 1 Zahl”

folgt via **FSD0**:

$$0 : 1 = 0$$

...

Beweis 207-6 k) ...

1.13: Aus $\in \text{schola}$ "2 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$0 : 2 = 0$$

1.14: Aus $\in \text{schola}$ "3 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$0 : 3 = 0$$

1.15: Aus $\in \text{schola}$ "4 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$0 : 4 = 0$$

1.16: Aus $\in \text{schola}$ "5 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$0 : 5 = 0$$

1.17: Aus $\in \text{schola}$ "6 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$0 : 6 = 0$$

1.18: Aus $\in \text{schola}$ "7 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$0 : 7 = 0$$

1.19: Aus $\in \text{schola}$ "8 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$0 : 8 = 0$$

1.20: Aus $\in \text{schola}$ "9 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$0 : 9 = 0$$

1.21: Aus $\in \text{schola}$ "ten Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$0 : \text{ten} = 0$$

1)

$$1.1: \quad 1 : (-1) \stackrel{\mathbf{100-4}}{=} -(-1 : (-1)) \stackrel{\mathbf{FS-}}{=} -((-1) : (-1)) \stackrel{j)}{=} -1.$$

...

Beweis 207-6 1) ...

1.2: Aus $\in \text{schola}$ "1 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$(-1) : 0 = 0$$

1.3: Aus $\neq \text{schola}$ "0 \neq 1" und
aus $\in \text{schola}$ "1 $\in \mathbb{C}$ "

folgt via **139-3**:

$$1 : 1 = 1$$

2: Aus 1.1

folgt:

$$1 : (-1) = -1$$

m)

$$1.1: \quad 2 : (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : \text{ten} \stackrel{\text{i)}}{=} -1 : 5.$$

$$1.2: \quad 2 : (-8) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : 8 \stackrel{\text{i)}}{=} -1 : 4.$$

$$1.3: \quad 2 : (-6) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : 6 \stackrel{\text{i)}}{=} -1 : 3.$$

$$1.4: \quad 2 : (-4) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : 4 \stackrel{\text{i)}}{=} -1 : 2.$$

$$1.5: \quad 2 : (-2) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : 2 \stackrel{\text{i)}}{=} -1.$$

$$1.6: \quad 2 : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : 1 \stackrel{\text{i)}}{=} -2.$$

1.7: Aus $\in \text{schola}$ "2 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$2 : 0 = 0$$

$$1.8: \quad 2 : 1 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : (-1) \stackrel{\text{i)}}{=} 2.$$

$$1.9: \quad 2 : 2 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : (-2) \stackrel{\text{i)}}{=} 1.$$

$$1.10: \quad 2 : 4 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : (-4) \stackrel{\text{i)}}{=} 1 : 2.$$

$$1.11: \quad 2 : 6 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : (-6) \stackrel{\text{i)}}{=} 1 : 3.$$

$$1.12: \quad 2 : 8 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : (-8) \stackrel{\text{i)}}{=} 1 : 4.$$

...

Beweis 207-6 m) ...

1.13:

$$2 : \text{ten} \stackrel{\text{FS-}}{=} (-2) : (-\text{ten}) \stackrel{i)}{=} 1 : 5.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$2 : (-\text{ten}) = -1 : 5$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$2 : (-8) = -1 : 4$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$2 : (-6) = -1 : 3$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$2 : (-4) = -1 : 2$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$2 : (-2) = -1$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$2 : (-1) = -2$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$2 : 1 = 2$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$2 : 2 = 1$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$2 : 4 = 1 : 2$$

...

Beweis **207-6 m)** ...

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$2 : 6 = 1 : 3$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$2 : 8 = 1 : 4$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$2 : \text{ten} = 1 : 5$$

n)

1.1:

$$3 : (-9) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-3) : 9 \stackrel{\text{h)}}{=} -1 : 3.$$

1.2:

$$3 : (-6) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-3) : 6 \stackrel{\text{h)}}{=} -1 : 2.$$

1.3:

$$3 : (-3) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-3) : 3 \stackrel{\text{h)}}{=} -1.$$

1.4:

$$3 : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-3) : 1 \stackrel{\text{h)}}{=} -3.$$

1.5: Aus **schola** "3 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$3 : 0 = 0$$

1.6:

$$3 : 1 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-3) : (-1) \stackrel{\text{h)}}{=} 3.$$

1.7:

$$3 : 3 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-3) : (-3) \stackrel{\text{h)}}{=} 1.$$

1.8:

$$3 : 6 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-3) : (-6) \stackrel{\text{h)}}{=} 1 : 2.$$

1.9:

$$3 : 9 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-3) : (-9) \stackrel{\text{h)}}{=} 1 : 3.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$3 : (-9) = -1 : 3$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$3 : (-6) = -1 : 2$$

...

Beweis 207-6 n) ...

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$3 : (-3) = -1$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$3 : (-1) = -3$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$3 : 1 = 3$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$3 : 3 = 1$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$3 : 6 = 1 : 2$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$3 : 9 = 1 : 3$$

o)

1.1:

$$4 : (-\text{ten}) \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-4) : \text{ten} \stackrel{\mathbf{g})}{=} -2 : 5.$$

1.2:

$$4 : (-8) \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-4) : 8 \stackrel{\mathbf{g})}{=} -1 : 2.$$

1.3:

$$4 : (-6) \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-4) : 6 \stackrel{\mathbf{g})}{=} -2 : 3.$$

1.4:

$$4 : (-4) \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-4) : 4 \stackrel{\mathbf{g})}{=} -1.$$

1.5:

$$4 : (-2) \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-4) : 2 \stackrel{\mathbf{g})}{=} -2.$$

1.6:

$$4 : (-1) \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-4) : 1 \stackrel{\mathbf{g})}{=} -4.$$

1.7: Aus \in schola "2 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$4 : 0 = 0$$

...

Beweis 207-6 o) ...

$$1.8: \quad 4 : 1 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-4) : (-1) \stackrel{\text{g)}}{=} 4.$$

$$1.9: \quad 4 : 2 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-4) : (-2) \stackrel{\text{g)}}{=} 2.$$

$$1.10: \quad 4 : 4 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-4) : (-4) \stackrel{\text{g)}}{=} 1.$$

$$1.11: \quad 4 : 6 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-4) : (-6) \stackrel{\text{g)}}{=} 2 : 3.$$

$$1.12: \quad 4 : 8 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-4) : (-8) \stackrel{\text{g)}}{=} 1 : 2.$$

$$1.13: \quad 4 : \text{ten} \stackrel{\text{FS-}}{=} (-4) : (-\text{ten}) \stackrel{\text{g)}}{=} 2 : 5.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$4 : (-\text{ten}) = -2 : 5$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$4 : (-8) = -1 : 2$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$4 : (-6) = -2 : 3$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$4 : (-4) = -1$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$4 : (-2) = -2$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$4 : (-1) = -4$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$4 : 1 = 4$$

...

Beweis 207-6 o) ...

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$4 : 2 = 2$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$4 : 4 = 1$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$4 : 6 = 2 : 3$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$4 : 8 = 1 : 2$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$4 : \text{ten} = 2 : 5$$

p)

1.1:

$$5 : (-\text{ten}) \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-5) : \text{ten} \stackrel{\mathbf{f})}{=} -1 : 2.$$

1.2:

$$5 : (-5) \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-5) : 5 \stackrel{\mathbf{f})}{=} -1.$$

1.3:

$$5 : (-1) \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-5) : 1 \stackrel{\mathbf{f})}{=} -5.$$

1.4: Aus **schola** "5 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$5 : 0 = 0$$

1.5:

$$5 : 1 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-5) : (-1) \stackrel{\mathbf{f})}{=} 5.$$

1.6:

$$5 : 5 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-5) : (-5) \stackrel{\mathbf{f})}{=} 1.$$

1.7:

$$5 : \text{ten} \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-5) : (-\text{ten}) \stackrel{\mathbf{f})}{=} 1 : 2.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$5 : (-\text{ten}) = -1 : 2$$

...

Beweis 207-6 p) ...

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$5 : (-5) = -1$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$5 : (-1) = -5$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$5 : 1 = 5$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$5 : 5 = 1$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$5 : \text{ten} = 1 : 2$$

q)

1.1:

$$6 : (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-6) : \text{ten} \stackrel{\text{e)}}{=} -3 : 5.$$

1.2:

$$6 : (-9) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-6) : 9 \stackrel{\text{e)}}{=} -2 : 3.$$

1.3:

$$6 : (-8) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-6) : 8 \stackrel{\text{e)}}{=} -3 : 4.$$

1.4:

$$6 : (-6) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-6) : 6 \stackrel{\text{e)}}{=} -1.$$

1.5:

$$6 : (-4) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-6) : 4 \stackrel{\text{e)}}{=} -3 : 2.$$

1.6:

$$6 : (-3) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-6) : 3 \stackrel{\text{e)}}{=} -2.$$

1.7:

$$6 : (-2) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-6) : 2 \stackrel{\text{e)}}{=} -3.$$

1.8:

$$6 : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-6) : 1 \stackrel{\text{e)}}{=} -6.$$

1.9: Aus **schola** "6 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$6 : 0 = 0$$

...

Beweis 207-6 q) ...

$$1.10: \quad 6 : 1 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-6) : (-1) \stackrel{e)}{=} 6.$$

$$1.11: \quad 6 : 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-6) : (-2) \stackrel{e)}{=} 3.$$

$$1.12: \quad 6 : 3 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-6) : (-3) \stackrel{e)}{=} 2.$$

$$1.13: \quad 6 : 4 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-6) : (-4) \stackrel{e)}{=} 3 : 2.$$

$$1.14: \quad 6 : 6 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-6) : (-6) \stackrel{e)}{=} 1.$$

$$1.15: \quad 6 : 8 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-6) : (-8) \stackrel{e)}{=} 3 : 4.$$

$$1.16: \quad 6 : 9 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-6) : (-9) \stackrel{e)}{=} 2 : 3.$$

$$1.17: \quad 6 : \text{ten} \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-6) : (-\text{ten}) \stackrel{e)}{=} 3 : 5.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$6 : (-\text{ten}) = -3 : 5$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$6 : (-9) = -2 : 3$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$6 : (-8) = -3 : 4$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$6 : (-6) = -1$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$6 : (-4) = -3 : 2$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$6 : (-3) = -2$$

...

Beweis 207-6 q) ...

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$6 : (-2) = -3$$

2.8: Aus 1.8

folgt:

$$6 : (-1) = -6$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$6 : 1 = 6$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$6 : 2 = 3$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$6 : 3 = 2$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$6 : 4 = 3 : 2$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$6 : 6 = 1$$

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$6 : 8 = 3 : 4$$

2.15: Aus 1.16

folgt:

$$6 : 9 = 2 : 3$$

2.16: Aus 1.17

folgt:

$$6 : \text{ten} = 3 : 5$$

Beweis 207-6 r)

$$1.1: \quad 7 : (-7) \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} (-7) : 7 \stackrel{\text{d)}}{=} -1.$$

$$1.2: \quad 7 : (-1) \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} (-7) : 1 \stackrel{\text{d)}}{=} -7.$$

1.3: Aus **schola** "7 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$7 : 0 = 0$$

$$1.4: \quad 7 : 1 \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} (-7) : (-1) \stackrel{\text{d)}}{=} 7.$$

$$1.5: \quad 7 : 7 \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} (-7) : (-7) \stackrel{\text{d)}}{=} 1.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$7 : (-7) = -1$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$7 : (-1) = -7$$

2.3: Aus 1.4

folgt:

$$7 : 1 = 7$$

2.4: Aus 1.5

folgt:

$$7 : 7 = 1$$

s)

$$1.1: \quad 8 : (-\text{ten}) \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} (-8) : \text{ten} \stackrel{\text{c)}}{=} -4 : 5.$$

$$1.2: \quad 8 : (-8) \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} (-8) : 8 \stackrel{\text{c)}}{=} -1.$$

$$1.3: \quad 8 : (-6) \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} (-8) : 6 \stackrel{\text{c)}}{=} -4 : 3.$$

$$1.4: \quad 8 : (-4) \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} (-8) : 4 \stackrel{\text{c)}}{=} -2.$$

$$1.5: \quad 8 : (-2) \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} (-8) : 2 \stackrel{\text{c)}}{=} -4.$$

$$1.6: \quad 8 : (-1) \stackrel{\mathbf{FS}-}{=} (-8) : 1 \stackrel{\text{c)}}{=} -8.$$

...

Beweis **207-6 s)** ...

1.7: Aus **schola** "2 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$8 : 0 = 0$$

1.8:

$$8 : 1 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-8) : (-1) \stackrel{c)}{=} 8.$$

1.9:

$$8 : 2 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-8) : (-2) \stackrel{c)}{=} 4.$$

1.10:

$$8 : 4 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-8) : (-4) \stackrel{c)}{=} 2.$$

1.11:

$$8 : 6 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-8) : (-6) \stackrel{c)}{=} 4 : 3.$$

1.12:

$$8 : 8 \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-8) : (-8) \stackrel{c)}{=} 1.$$

1.13:

$$8 : \text{ten} \stackrel{\mathbf{FS}^-}{=} (-8) : (-\text{ten}) \stackrel{c)}{=} 4 : 5.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$8 : (-\text{ten}) = -4 : 5$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$8 : (-8) = -1$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$8 : (-6) = -4 : 3$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$8 : (-4) = -2$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$8 : (-2) = -4$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$8 : (-1) = -8$$

...

Beweis 207-6 s) ...

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$8 : 1 = 8$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$8 : 2 = 4$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$8 : 4 = 2$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$8 : 6 = 4 : 3$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$8 : 8 = 1$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$8 : \text{ten} = 4 : 5$$

t)

1.1:

$$9 : (-9) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-9) : 9 \stackrel{\text{b)}}{=} -1.$$

1.2:

$$9 : (-6) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-9) : 6 \stackrel{\text{b)}}{=} -3 : 2.$$

1.3:

$$9 : (-3) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-9) : 3 \stackrel{\text{b)}}{=} -3.$$

1.4:

$$9 : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-9) : 1 \stackrel{\text{b)}}{=} -9.$$

1.5: Aus **schola** "3 Zahl"

folgt via **FSD0**:

$$9 : 0 = 0$$

1.6:

$$9 : 1 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-9) : (-1) \stackrel{\text{b)}}{=} 9.$$

1.7:

$$9 : 3 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-9) : (-3) \stackrel{\text{b)}}{=} 3.$$

...

Beweis 207-6 t) ...

$$1.8: \quad 9 : 6 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-9) : (-6) \stackrel{\text{b)}}{=} 3 : 2.$$

$$1.9: \quad 9 : 9 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-9) : (-9) \stackrel{\text{b)}}{=} 1.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$$9 : (-9) = -1$$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$$9 : (-6) = -3 : 2$$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$$9 : (-3) = -3$$

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$9 : (-1) = -9$$

2.5: Aus 1.6

folgt:

$$9 : 1 = 9$$

2.6: Aus 1.7

folgt:

$$9 : 3 = 3$$

2.7: Aus 1.8

folgt:

$$9 : 6 = 3 : 2$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$9 : 9 = 1$$

u)

$$1.1: \quad \text{ten} : (-\text{ten}) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : \text{ten} \stackrel{\text{a)}}{=} -1.$$

$$1.2: \quad \text{ten} : (-8) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : 8 \stackrel{\text{a)}}{=} -5 : 4.$$

...

Beweis 207-6 u)

$$1.3: \quad \text{ten} : (-6) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : 6 \stackrel{\text{a)}}{=} -5 : 3.$$

$$1.4: \quad \text{ten} : (-5) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : 5 \stackrel{\text{a)}}{=} -2.$$

$$1.5: \quad \text{ten} : (-4) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : 4 \stackrel{\text{a)}}{=} -5 : 2.$$

$$1.6: \quad \text{ten} : (-2) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : 2 \stackrel{\text{a)}}{=} -5.$$

$$1.7: \quad \text{ten} : (-1) \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : 1 \stackrel{\text{a)}}{=} -\text{ten}.$$

1.8: Aus **schola** "ten Zahl"

folgt via **FSD0**:

$\text{ten} : 0 = 0$

$$1.9: \quad \text{ten} : 1 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : (-1) \stackrel{\text{a)}}{=} \text{ten}.$$

$$1.10: \quad \text{ten} : 2 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : (-2) \stackrel{\text{a)}}{=} 5.$$

$$1.11: \quad \text{ten} : 4 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : (-4) \stackrel{\text{a)}}{=} 5 : 2.$$

$$1.12: \quad \text{ten} : 5 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : (-5) \stackrel{\text{a)}}{=} 2.$$

$$1.13: \quad \text{ten} : 6 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : (-6) \stackrel{\text{a)}}{=} 5 : 3.$$

$$1.14: \quad \text{ten} : 8 \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : (-8) \stackrel{\text{a)}}{=} 5 : 4.$$

$$1.15: \quad \text{ten} : \text{ten} \stackrel{\text{FS-}}{=} (-\text{ten}) : (-\text{ten}) \stackrel{\text{a)}}{=} 1.$$

2.1: Aus 1.1

folgt:

$\text{ten} : (-\text{ten}) = -1$

2.2: Aus 1.2

folgt:

$\text{ten} : (-8) = -5 : 4$

2.3: Aus 1.3

folgt:

$\text{ten} : (-6) = -5 : 3$

...

Beweis 207-6 u) ...

2.4: Aus 1.4

folgt:

$$\text{ten} : (-5) = -2$$

2.5: Aus 1.5

folgt:

$$\text{ten} : (-4) = -5 : 2$$

2.6: Aus 1.6

folgt:

$$\text{ten} : (-2) = -5$$

2.7: Aus 1.7

folgt:

$$\text{ten} : (-1) = -\text{ten}$$

2.8: Aus 1.9

folgt:

$$\text{ten} : 1 = \text{ten}$$

2.9: Aus 1.10

folgt:

$$\text{ten} : 2 = 5$$

2.10: Aus 1.11

folgt:

$$\text{ten} : 4 = 5 : 2$$

2.11: Aus 1.12

folgt:

$$\text{ten} : 5 = 2$$

2.12: Aus 1.13

folgt:

$$\text{ten} : 6 = 5 : 3$$

2.13: Aus 1.14

folgt:

$$\text{ten} : 8 = 5 : 4$$

...

Beweis 207-6 u) ...

2.14: Aus 1.15

folgt:

$$\text{ten} : \text{ten} = 1$$



- **F. Erwe**, *Differential- und Integralrechnung. Band 1*,
B.I. Mannheim/Wien/Zürich, 1962.
- **J. Kelley**, *General Topology*, Springer, 1961.
- **E. Landau**, *Grundlagen der Analysis*, Wiss. Buchgesellschaft Darmstadt,
1970.
- matlab Version 7.2.0.294 (R2006a) 27.01.2006, *Dokumentation*.
- **W. Rudin**, *Real and Complex Analysis*, McGraw-Hill, 1987(3).